PSI2. devoir en classe n°1. 4h . Samedi 14 septembre 2024.
Proposition de solution.

Problème Ph1. Mines Ponts 2010 pc.

1)Il faut évidemment comprendre la première période. $f_s(t) = f_o + \left(\frac{\delta_f}{t_o}\right)t$

Ce dessin n'est pas du tout à l'échelle. A la vue, on croit $\delta_f = f_o$, ce qui est absolument faux.

2)On a donc : $\frac{1}{2\pi}\left(\frac{d\theta}{dt}\right) = f_s(t) = f_o + \left(\frac{\delta_f}{t_o}\right)t$ ce qui s'intègre sans problème par rapport au temps : $\theta(t) = 2\pi f_o t + \pi\left(\frac{\delta_f}{t_o}\right)t^2 + Cte$. Avec la CI fournie, on peut prendre Cte=0.

On écrit finalement :

$$\theta(t) = \omega_o t + \omega_o\omega_1 t^2 \quad d'où \quad \dot{\theta}(t) = \omega_o + 2\omega_o\omega_1 t$$

3) τ *est* le temps de parcours de l'onde. Elle parcourt la distance 2z à la vitesse c. On a donc :

$$\tau = \frac{2z}{c}$$

4a)Les deux fréquences sont très voisines, égales à mieux que 1% près.

4b)On sait ou on calcule que la sortie du multiplieur sera composé de deux sinusoïdes.
La première de fréquence la somme des fréquences soit en fait quasiment $2f_o$
La seconde de fréquence la différence des deux fréquences. Or elles sont presque égales.
On peut donc considérer que la seconde est une BF et la première une HF. On pourra facilement séparer les deux.

4c)Le signal HF a une fréquence qui ne bouge pratiquement pas, donc linformation devrait être dans la BF.

4d)On sort :

$$n(t) = kaAcos\{\theta(t)\}cos\{\theta(t-\tau)\} = \frac{kaA}{2}[cos\{\theta(t) + \theta(t-\tau)\} + cos\{\theta(t) - \theta(t-\tau)\}]$$

Avec les deux fonctions presque égales.

Le premier terme . DL à l'ordre 0

$$cos\{\theta(t) + \theta(t-\tau)\} \approx cos\{2\theta(t)\}$$

La HF est de fréquence $2f_s(t) \approx 2f_o$

Le second terme. DL à l'ordre 1.

$$cos\{\theta(t) - \theta(t-\tau)\} \approx cos\left\{\theta(t) - \theta(t) + \tau\dot{\theta}(t)\right\} = cos\left\{\tau\dot{\theta}(t)\right\} \approx cos\{\tau\omega_o + 2\tau\omega_o\omega_1 t\}$$

La pulsation de la BF est égale à $2\tau\omega_o\omega_1$ proportionnelle à l'altitude.

On sort sa fréquence à : $\left(\frac{\delta_f}{t_o}\right)\tau = \left(\frac{2\delta_f}{ct_o}\right)z$

4e)Il suffit donc d'un passe-bas suffisamment efficace pour ne pas trop toucher à la BF et éliminer le plus possible la HF. Le dernier instrument sera un fréquencemètre. On ramène la mesure d'une distance à une mesure de temps, l'unité la plus précise du SI. C'est comme cela fonctionne le GPS.

Problème Ph2. Partie A.

1a)Les potentiuels électriques sont définis à une constante additive près, donc on peut arbitrairement fixer un (et un seul) potentiel électrique. Maintenant, on a $\underline{V_C}=\underline{E}$.

1b)En A ou B , on a 3 branches donc 3 termes dans la LDN. Pour des raisons d'écriture, j'ignore les traits sous les lettres.

En A : $Y_1(E-V_A)+\ Y_2(0-V_A)+\ (-I)=0$

En B : $Y_4(E-V_B)+\ Y_3(0-V_B)+\ (I)=0$

1c)On divise la première équation par (Y_1+Y_2) , la seconde par (Y_3+Y_4), on fait la différence, puis on remplace les Y par les Z. On obtient :

$$E_g=\left[\frac{Z_2Z_4-Z_1Z_3}{(Z_1+Z_2)\cdot(Z_3+Z_4)}\right]E \qquad Z_g=\frac{Z_1Z_2}{(Z_1+Z_2)}+\frac{Z_3Z_4}{(Z_3+Z_4)}$$

Le pont, vu des points A et B, est équivalent un générateur de tension parfait E_g en série avec une impédance Z_g.

2)Si on met un Vm assimilable à une résistance R_V, on a maintenant un PDT qui permet d'exprimer la tension complexe U par : $U=\frac{R_V}{R_V+Z_g}E_g$

Et U=0 conduit à $Z_2Z_4=Z_1Z_3$.

3a)On agit susccessivement sur R_3, puid R_4, puis R_3, puis … pour faire baisser la tension mesurée par le voltmètre. Quand on n'a atteint le minimum le plus faible possible, on est proche du résultat de la question 2. On dit alors que le pont est équilibré.

Quand le pont est équilibré, on a donc : $Z_1=Z_2Z_4Y_3$.

Soit donc : $R+jL\omega=R_2R_4\left(\frac{1}{R_3}+jC\omega\right)$.

En séparant parties réelles et imaginaires : $R=\frac{R_2R_4}{R_3}$ *et* $L=R_2R_4C$

3b)La valeur de la fréquence n'apparaît pas dans le résultat final, donc si les caractéristiques de la bobine sont indépendantes de la fréquence, un changement de fréquence n' aura aucun effet sur le réglage final.

3c)Comme un signal périodique est une somme de sinusoïdes, si le pont est équilibré, il l'est pour toutes les sinusoïdes, donc pour la somme donc pour le signal périodique.

Problème Ph2 . Partie B. Extrait centrale mp 2015.

Le montage ALI est un suiveur qui permet d'isoler le GBF du montage aval. On n'a plus à tenir compte de la résistance interne R_g du GBF et la tension d'entrée du montage est e(t).

En RSP de pulsation ω, on associe $\underline{E}$ à e(t) et $\underline{V_s}$ à $V_s(t)$ et un PDT donne :

$$\underline{V_s}=\frac{R}{R+R'+jL\omega}\underline{E}$$

En repassant en réel, on obtient l'équation différentielle vérifiée par $V_s(t)$ qui est :

$$V_s(t)+\frac{L}{R+R'}\frac{dV_s(t)}{dt}=\frac{R}{R+R'}e(t)$$

La constante de temps est $\tau=\frac{L}{R+R'}=78{,}4\mu s$ *et la valeur finale de $V_s(t)$ pendant la charge de la bobine est* $\frac{R'}{R+R'}E=4{,}9V$.

On peut donc calculer : R=10,2Ω et L=40mH.

<u>Problème Ph2. Partie C. Extrait centrale mp 2015.</u>

En utilisant la notation complexe, on a $\underline{U} = \underline{Z}.I = Re(\underline{Z}).I + Im(\underline{Z})I.e^{j\pi/2}$

En mulpliant par $e^{j\omega t}$, et en prenant la partie réelle, on obtient la formule demandée.

1)L'ALI est idéal en régime linéaire donc $V_+=V_-=0$.

Donc la loi d'Ω aux bornes de R_o donne : $i(t)=V_e(t)/R_o$.

On obtient de même $u(t)=0-V_s(t)=-V_s(t)$.

$V_e(t)$ est une image du courant $i(t)$; $V_s(t)$ est une image de la tension $u(t)$.

2)Un tel filtre est un déphaseur passe-tout. Sa seule action sur un signal sinusoïdal est de le déphaser, ou de le retarder.

3)Les caractéristiques a et b sont vérifiées. Il faut maintenant imposer la c soit :

$$20 \cdot \frac{1}{2} log(1 + (5)^{2n}) > 80 \quad soit\ 1 + (5)^{2n} > 10^8$$

On peut donc négliger le 1, ce qui donne $> \frac{4}{log\ (5)} \approx 5{,}7$, donc il faut n=6

4a)

$e_1(t) = V_e(t) = R_o I cos(\omega t) \qquad e_2(t) = -u(t) = -Re(\underline{Z}) I cos(\omega t) - Im(\underline{Z}) I cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$

On en déduit : $s_1(t) = -kRe(\underline{Z}) R_o I^2 cos^2(\omega t) - kIm(\underline{Z}) R_o I^2 cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) cos(\omega t)$

Pour récupérer $Re(\underline{Z})$, il suffit que $\omega_c << \omega$, et le filtre ne laisse passer que la composante continue (le second terme a une valeur moyenne nulle) qui ici est donc : $y_1 = -kRe(\underline{Z}) \frac{R_o I^2}{2}$

4b)Il suffit maintenant de déphaser $e_1(t)$ de $-\pi/2$ pour que $Im(\underline{Z})$ apparaissent dans la composante continue. Il faut donc choisir $\omega=\omega_o$.

On en déduit :

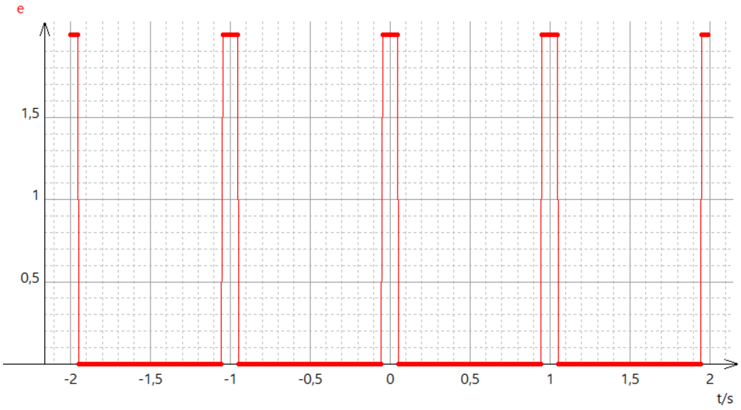
$$s_2(t) = -kRe(\underline{Z}) R_o I^2 cos(\omega t) cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) - kIm(\underline{Z}) R_o I^2 cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

La valeur moyenne du premier terme est nulle (produit sin.cos), la valeur moyenne du second sera $y_2(t)$, donc on a : $y_2 = kIm(\underline{Z}) \frac{R_o I^2}{2}$

Problème Ph3.

1)Le premier terme est au choix la composante continue ou la valeur moyenne du signal. Le terme courant de la somme est tout simplement l'harmonique n du signal : sinusoïde de pulsation $n\omega_1$.

2)Voilà ce que cela donne :



Dessiner l'impulsion périodique va être difficile : elle est nulle presque partout sauf en certains points où elle est infinie. Pour avoir une idée : sur le dessin précédent , faites tendre la largeur des pics vers 0 et la hauteur ver l'infini. Voilà, vous y êtes .

3)Vous écrivez l'intégrale. On obtient :

$$\frac{a_o}{2} = \frac{1}{T_1} \int_{-T_1/2}^{T_1/2} e(t)\, dt = \frac{1}{T_1} \int_{-T_1/2\alpha}^{T_1/2\alpha} \alpha E\, dt = E$$

4)La fonction est paire, donc sa décomposition doit 'être aussi , or sin est impaire donc pas de terme en sinus. Mais vous pouvez vérifier par le calcul.

5)

$$a_n = \frac{2}{T_1} \int_{-T_1/2}^{T_1/2} e(t) cos(n\omega_1 t)\, dt = \frac{2}{T_1} \int_{-T_1/2\alpha}^{T_1/2\alpha} \alpha E cos(n\omega_1 t)\, dt = \frac{2\alpha E}{n\pi} sin\left(\frac{n\pi}{\alpha}\right)$$

6)Il suffit maintenant de faire tendre α vers 0. La composante continue ne bouge pas.

$$a_n = \frac{2\alpha E}{n\pi} sin\left(\frac{n\pi}{\alpha}\right) \to \frac{2\alpha E}{n\pi} \times \frac{n\pi}{\alpha} = 2E$$

Bilan :

$$e_\infty(t) = \; E \; + \; 2E \sum_{n=1}^{\infty} cos(n\omega_1 t)$$

Toutes les harmoniques ont même amplitude, le double de la composante continue.

Chimie Ch1.Étude du dioxyde d'uranium

Q1- La masse molaire de l'uranium naturel est la moyenne (pondérée de leur abondance naturelle) des masses molaires des différents isotopes de l'uranium (la masse molaire d'un isotope est égale à son nombre de masse en $gmol^{-1}$ *) soit :*

$$M_U = \%^{238}U \times M(^{238}U) + \%^{235}U \times M(^{235}U) + \%^{234}U \times M(^{234}U)$$

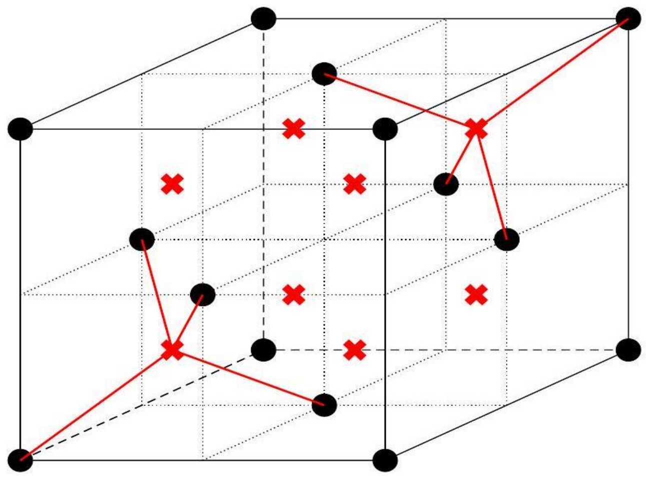
Numériquement :

$$M_U = \frac{1}{100}(99{,}27 \times 238 + 0{,}72 \times 235 + 0{,}005 \times 234)$$

Onn ne peut pas donner plus de 3 chiffres significatifs (les masses molaires initiales) et donc la masse molaire de l'uranium correspond à celle de l'isotope majoritaire : $M_U = 238\ g\ mol^{-1}$ *car* $^{238}U \gg \%^{235}U$ *et* $\%^{238}U \gg \%\,^{234}U$*.*

Obtention du trioxyde d'uranium

Q2. La représentation de la maille de dioxyde d'uranium correspond au schéma de la figure 1. Les ions O^{2-} *sont placés au centre des 8 petits cubes d'arête* $\frac{a}{2}$*.*



- *Cation* U^{4+}

$*$ *Anion* O^{2-}

Figure 1 - Représentation conventionnelle de la maille cubique à faces centrées (CFC) et des sites tétraédriques.

Q3. La tangence anion-cation se fait le long de la diagonale d'un cube d'arête $\frac{a}{2}$ *dans lequel s'inscrit un site tétraédrique, ce qui s'écrit :*

$$\frac{a\sqrt{3}}{2} = 2(r_+ + r_-)$$

L'application numérique donne : $a = \frac{4}{\sqrt{3}}(r_+ + r_-) = 2{,}7 \times (110 + 120) = 529pm.$

Q4. La maille cubique faces centrées contient $8 \times \frac{1}{8} + 6 \times \frac{1}{2} = 4$ *cations* U^{4+} *par maille. Dans cette maille CFC , il y a 8 sites tétraédriques qui sont tous occupés donc 8 anions* O^{2-} *par maille. On peut vérifier l'électro-neutralité de la maille qui contient autant de charges positives que de charges négatives : elle contient* $4UO_2$ *(structure électriquement neutre).*

La coordinence est le nombre de plus proches voisins. Les ions $\underline{O^{2-}}$*, qui occupent les sites tétraédriques, sont entourés de 4 cations* U^{4+} *: coordinence de 4.*

Les ions $\underline{U^{4+}}$ *sont entourés de 8 sites tétraédriques, la coordinence est de 8 .*

La compacité est le volume occupé par les ions dans la maille divisé par le volume d'une maille, elle est notée C :

$$C = \frac{4 \times \frac{4}{3}\pi r_+^3 + 8 \times \frac{4}{3}\pi r_-^3}{a^3}$$

Numériquement :

$$C = \frac{16\pi}{3}\frac{110^3 + 2 \times 120^3}{530^3} = 0{,}49$$

50% *du volume de la maille est occupé par les ions* U^{4+} *et* O^{2-}.

Q5. La masse volumique, notée μ, de l'uraninite est la masse de la maille divisée par le volume de la maille :

$$\mu = \frac{4M_U + 8M_O}{N_A \times a^3}$$

Numériquement :

$$\mu = \frac{(4 \times 238 + 8 \times 16)10^{-3}}{6 \times 10^{23} \times 530^3 10^{-36}} \simeq 12 \times 10^3\ kg\ m^{-3}$$

Chimie Ch2. Extrait MinesPonts 2010 psi.

9. Dans la première expérience, les réactifs étant introduits en proportions stoechiométriques, on accède à l'ordre global. Il y a dégénérescence de l'ordre dans la seconde expérience, on atteint alors l'ordre partiel par rapport au mercure(II).

10. On note n = p + q

$-1/2\ d[Hg^{2+}]/dt = k.[Hg^{2+}]^n$

En admettant n = 2, l'intégration de la relation précédente conduit à :

$1/[Hg^{2+}] = 2k.t + 1/[Hg^{2+}]_0$ ⇔ $[Hg^{2+}]_0/[Hg^{2+}] = 2/[Hg^{2+}]_0.kt + 1$

t (u.a.)	0	1	2	3	∞
$[Hg^{2+}]_0/[Hg^{2+}]$	1	2	3	4	∞

Le tableau issu de l'expérience n°1 confirme bien que $[Hg^{2+}]_0/[Hg^{2+}]$ est une fonction affine du temps ce qui valide la valeur 2 pour l'ordre.

11.$-1/2\ d[Hg^{2+}]/dt = k.[Fe^{2+}]\ [Hg^{2+}] = k'\ [Hg^{2+}]$ dans le cadre de l'hypothèse de l'énoncé.

L'intégration conduit à : $\ln\left(\frac{[Hg^{2+}]_0}{[Hg^{2+})}\right) = 2k'.t$

t (u.a.)	0	1	2	4	∞
$[Hg^{2+}]_0/[Hg^{2+}]$	1	3/2	20/9	5	∞
$\ln([Hg^{2+}]_0/[Hg^{2+}])$	0	0,40	0,80	1,60	∞

Le tableau issu de l'expérience n°2 confirme bien que $\log([Hg^{2+}]_0/[Hg^{2+}])$ est proportionnel au temps ce qui valide la valeur 1 pour q et donc aussi 1 pour p.

Q1. *Simple échange de bons procédés, même pas besoin d'en parler en fait. Les Anglais n'ont jamais bombardé les deux plus grosses universités allemandes. Les Américains n'ont pas eu besoin de l'échange, donc…*

Q2. *Base du programme MAGIC, écoute et décryptage des messages ennemis … et amis aussi bien sûr. L'Angleterre est partie la première dans la course à la transmission d'information, installe les premiers câbles intercontinentaux, et écoute pour le cas où. Churchill savait très bien quand Roosevelt lui mentait, mais ne pouvait pas lui dire évidemment. Presque tous les codes allemands ont été cassés, à l'exception notable des codes de la diplomatie allemande. Pendant quelques mois, des messages allemands décryptés en provenance d'Europe de l'Est n'ont pas été compris avant la fin de la guerre. Brusquement, silence radio, plus rien , Nacht und Nebel.*

Q3.*Quand il est lancé, ce projet semble très hypothétique pour l'élite de l'Armée Américaine, qui préfère donc ne pas se mouiller. Si ça foire, tant mieux. Si ça marche, une promotion et la porte. C'est d'ailleurs ce qui s'est passé.*