

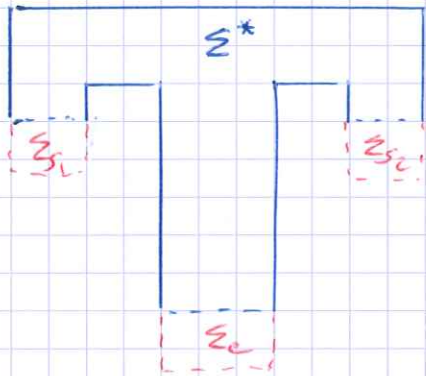
Fort Boyard.

CCINP 24
PS1 (1)

1) Du fait de l'écoulement, le système considéré n'est pas fermé, le principe fondamental de la dynamique n'est donc pas applicable.

2) Le régime stationnaire implique que toutes les grandeurs extérieures sont indépendantes du temps, donc v_e, v_s, S_s et S_e sont des constantes.

3)



• A l'instant t :

$$\Sigma(t) = \Sigma^*(t) \cup \Sigma_e$$

• A l'instant $t+dt$:

$$\Sigma(t+dt) = \Sigma^*(t+dt) \cup \Sigma_{s1} \cup \Sigma_{s2}$$

4) Le fluide étant incompressible et homogène, la masse volumique est une constante de l'écoulement.

Le système Σ étant fermé, la conservation de la masse s'écrit :

$$m_{\Sigma^*}(t) + \rho S_e v_e dt = m_{\Sigma^*}(t+dt) + 2\rho S_s v_s dt$$

Or en stationnaire, $m_{\Sigma^*}(t) = m_{\Sigma^*}(t+dt)$

$$\text{d'où } S_e v_e = 2 S_s v_s$$

La définition générale du débit volumique est $D_v = \iint \vec{v} \cdot d\vec{S}$

$$\text{d'où } D_v = S_e v_e = 2 S_s v_s$$

5) Entre t et $t+dt$, la quantité de mouvement du système fermé évolue de :

$$d\vec{p}_{\Sigma} = \vec{p}_{\Sigma^*}(t+dt) + \frac{2 S_s v_s}{D_v} \rho dt \vec{v}_s - \left[\vec{p}_{\Sigma^*}(t) + \frac{S_e v_e}{D_v} \rho dt \vec{v}_e \right] \quad (2)$$

or en régime stationnaire $\vec{p}_{\Sigma^*}(t+dt) = \vec{p}_{\Sigma^*}(t)$

$$\text{d'où } d\vec{p}_{\Sigma} = D_v \rho dt (\vec{v}_s - \vec{v}_e) = -D_v \rho dt (v_s + v_e) \vec{e}_z$$

D'autre part, le bilan de quantité de mouvement sur le système fermé s'écrit :

$$\frac{d\vec{p}_{\Sigma}}{dt} = \sum \vec{F}_{ext} = -\vec{F} + P_e S_e \vec{e}_z + 2 P_o S_s \vec{e}_z - \Pi \rho g \vec{e}_z$$

$$\text{d'où } \vec{F} \cdot \vec{e}_z = P_e S_e + 2 P_o S_s - \Pi \rho g + D_v \rho (v_s + v_e)$$

$$\text{or } 2 v_s S_s = v_e S_e = D_v$$

$$\text{d'où on identifie } \alpha = \left(\frac{1}{2 S_s} + \frac{1}{S_e} \right)$$

6) Pour appliquer la relation de Bernoulli, il faut que l'écoulement soit :

- parfait
- incompressible
- homogène
- stationnaire

Le fluide possède ces 3 propriétés, ce qui implique que l'écoulement aussi.

d'après l'énoncé, on se place en régime stationnaire.

On applique alors cette relation le long d'une ligne de courant entre les points A et B, le point A situé à la surface de l'eau et le point B au niveau de la sortie du flyboard (soit l'une, soit l'autre selon le point A choisi) :

$$P_A + \rho g z_A + \rho \frac{v_A^2}{2} = P_B + \rho g z_B + \rho \frac{v_B^2}{2}$$

$$\text{avec } z_B - z_A = H + h \approx H$$

$H \gg h$

$$\text{d'où } P_e = P_0 + \rho g H + \frac{\rho}{2} (v_s^2 - v_e^2) \quad (3)$$

$$= P_0 + \rho g H + \frac{\rho D_r^2}{2} \left(\frac{1}{4S_s^2} - \frac{1}{S_e^2} \right)$$

7) En utilisant les résultats précédents, on a :

$$F = P_0 (2S_s + S_e) - M_{eau} g + \rho g H S_e + \rho D_r^2 \beta$$

$$\text{avec } \beta = \frac{S_e}{2} \left(\frac{1}{4S_s^2} - \frac{1}{S_e^2} \right) + \left(\frac{1}{2S_s} + \frac{1}{S_e} \right)$$

Remarque : on peut montrer que $\beta = \frac{(S_e + 2S_s)^2}{8S_s^2 S_e} > 0$

ce qui est en accord avec Q9.

8) On a $M_{eau} = \rho H S_e$ ce qui permet de simplifier

$$F = P_0 (S_e + 2S_s) + \rho D_r^2 \beta$$

9) A l'équilibre, sur le système { candidat + flyboard à vide }

$$\vec{0} = \vec{F}_q - M g \vec{e}_z + \vec{R}_p - \vec{e}_z$$

où \vec{R}_p est la résultante des forces de pression s'appliquant sur le système, or :

$$\oint P_0 \cdot d\vec{S} = 0 = \vec{R} + \iint_{\text{entrée}} P_0 \cdot d\vec{S} + \iint_{\text{sortie}} P_0 \cdot d\vec{S}$$

$$\text{d'où } \vec{R} = -P_0 S_e \vec{e}_z - P_0 2S_s \vec{e}_z$$

$$\text{d'où } F_{eq} = M g - P_0 (S_e + 2S_s) = 0$$

$$\text{d'où } D_r \rho g = \sqrt{\frac{M g}{\rho \beta}}$$

10) Numériquement :

$$v_e = \frac{D_r v_s}{S_e} = \frac{6 \cdot 10^{-2}}{80 \cdot 10^{-4}} = \frac{60}{8} = 7,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_s = \frac{D_r v_s}{2S_s} = \frac{6 \cdot 10^{-2}}{50 \cdot 10^{-4}} = \frac{60}{5} = 120 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

11) On reprend le résultat de la question 6, et on obtient

$$\Delta P = P_e - P_0 = \rho g H + \frac{\rho D_r^2}{2} \left(\frac{1}{4S_s^2} - \frac{1}{S_e^2} \right)$$

$$\text{AN } \Delta P \approx 0,9 \text{ bar}$$

$$12) [\Delta P_c] = \frac{\pi \cdot L \cdot T^{-2}}{L^2} = \pi \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}$$

$$\text{et } \left[\frac{\rho v_e^2 L \epsilon^b}{\kappa d^2} \right] = \frac{\pi \cdot L^{-3} \cdot L^a \cdot T^{-2a} \cdot L \cdot L^b}{L^2} = \pi \cdot L^{-4+a+b} \cdot T^{-2a}$$

on obtient un système de 2 équations à 2 inconnus :

$$\begin{cases} -4 + a + b = -1 \\ -2a = -2 \end{cases} \quad \text{d'où } \begin{cases} b = 1 \\ a = 2 \end{cases}$$

13) En explicitant la puissance des forces de pression :

$$P_{pompe} = (P_e + \Delta P_c) D_r v_s - P_0 D_r v_s$$

$$P_{pompe} = (P_e + \Delta P_c - P_0) D_r v_s$$

• On constate sur la figure 1 que les tubes de courant en sortie s'évasent, donc la pression en sortie est supérieure à P_0

• Seules les pertes de charges le long de l'écoulement sont prises en compte (pertes régulières) mais la géométrie de l'écoulement dans le flyboard contribue également aux pertes (singulières).

CCINP PSI
24
5

14) Réseau cfc pour les ions sodium, d'où:

$$Z = \frac{8}{8} + \frac{6}{2} = 4$$

15) Centres des sites octaédriques:

- * 1 au centre du cube de maille
- * 1 au milieu de chaque arête du cube

$$\text{d'où } Z = 1 + \frac{12}{4} = 4 \text{ par maille}$$

Afin d'assurer l'électroneutralité, il faut autant d'ions sodium que d'ions chlorure, donc tous les sites octaédriques sont occupés.

16) • Si les ions Na^+ sont tangents, cela serait sur la petite diagonale de longueur $\sqrt{2} a$.

Or $\sqrt{2} a > 4r$ donc ils ne sont pas tangents.

• Si les ions Na^+ et Cl^- sont tangents, cela serait sur une arête de longueur a .

Or $2R + 2r = a$ donc ils sont effectivement tangents le long d'une arête du cube.

17) Par définition de la compacité:

$$C = \frac{V_{\text{occupé}}}{V_{\text{maille}}} = \frac{4 \times \frac{4}{3} \pi R^3 + 4 \times \frac{4}{3} \pi r^3}{a^3}$$

$$\text{d'où } C = \frac{2}{3} \pi \frac{R^3 + r^3}{(R+r)^3}$$

$$\begin{aligned} 18) \text{ Par définition } \rho_{\text{NaCl}} &= \frac{m}{V_{\text{maille}}} = \frac{M_{\text{NaCl}}}{N_A} \frac{1}{V_{\text{maille}}} \\ &= \frac{4 M_{\text{Na}} + 4 M_{\text{Cl}}}{N_A a^3} \end{aligned}$$

$$\text{d'où } \rho_{\text{NaCl}} = \frac{1}{2} \frac{M_{\text{Na}} + M_{\text{Cl}}}{N_A (r+R)^3} \quad \text{Numériquement}$$
$$\rho_{\text{NaCl}} = 216 \text{ g} \cdot \text{dm}^{-3}$$

19) A partir de l'expérience 1:

↳ on applique le 1^{er} principe écrit avec l'enthalpie (l'évolution étant monobare) au système { calorimètre + tout ce qu'il y a à l'intérieur }

$$\Delta H = (m_1 c_e + C) (T_3 - T_1) + m_2 c_e (T_3 - T_2)$$

$$= Q = 0 \quad \text{calorifuge}$$

$$\text{d'où } C = m_2 c_e \frac{T_2 - T_3}{T_3 - T_1} - m_1 c_e$$

20) De manière similaire à la question précédente, le 1^{er} principe s'écrit:

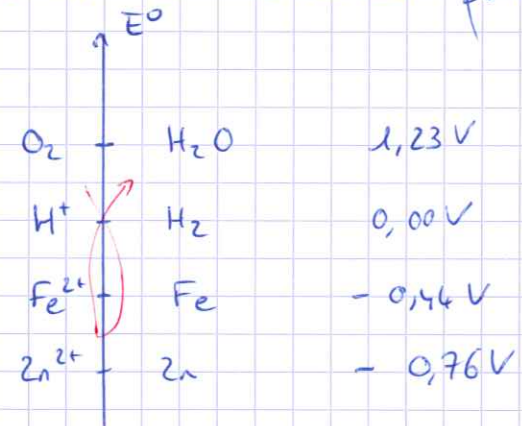
$$\Delta H = 0 = (m_3 c_e + C) \Delta T + m_4 c_e \Delta T + m_4 \Delta_{\text{diss}} h$$

$$\text{d'où } \Delta_{\text{diss}} h = - \left(\frac{(m_3 + m_4) c_e + C}{m_4} \right) \Delta T$$

21) Par la question précédente, sachant que $\Delta T < 0$, on obtient $\Delta_{\text{diss}} h > 0$, la dissolution est donc endothermique. Par la loi de Van't Hoff, une augmentation de la température déplace l'équilibre dans le sens de la réaction endothermique. La dissolution est donc favorisée ce qui augmente la solubilité de NaCl dans l'eau pure.

22) Dans la goutte, la continuité du courant électrique est assurée par les ions H^+ et HO^- . En milieu marin, la conductivité du milieu est plus élevée ce qui aggrave la corrosion.

23) Représentons les différents potentiels standard sur un axe :



Thermodynamiquement, l'équation chimique de la réaction est :

$$\frac{1}{2} O_2 + 2H^+ + 2e^- = H_2O$$

$$Zn = Zn^{2+} + 2e^-$$


C'est une protection par anode sacrificielle, le zinc étant oxydé à la place de la pièce de ferromérie.

24) Par un tableau d'avancement, on relie n_{Zn} et n_e

soit $n_{Zn} = \frac{n_e}{2}$

d'où $\Delta t = \frac{\Delta Q}{I} = \frac{n_e \cdot F}{I} = \frac{2 n_{Zn} F}{I}$

soit $\Delta t = \frac{2 m_{Zn} F}{I \cdot z_n}$

25) On s'intéresse au système { verre + n pièces } à l'équilibre limite où l'eau est rasante aux bords du verre.

On néglige en première approche : - la poussée d'Archimède de l'air;

- le poids de l'air;

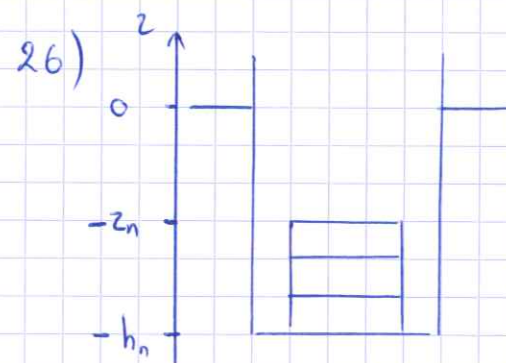
le principe fondamental de la dynamique appliqué au système immobile s'écrit :

$\vec{P} + \vec{\Pi}_{eau} = \vec{0}$ soit projeté sur un axe vertical ascendant :

$-(nm + \pi)g + \rho b S g = 0$

d'où $n = \frac{\rho b S - \pi}{m}$ AN : $n = 7,5$

le maître du Temps déposant toutes les pièces de n impair, c'est donc lui qui gagne, la 8^{ème} pièce faisant couler l'ensemble.



En réécrivant un PFD en statique avec n pièces, on a :

$-(nm + \pi)g + \rho h_n S g = 0$

soit $h_n = \frac{n m}{\rho S} + \frac{\pi}{\rho S}$

De plus la pile vérifie la hauteur

$H_n = n e$

d'où $-z_n = -h_n + H_n$

soit $z_n = n \left(\frac{m}{\rho S} - e \right) + \frac{\pi}{\rho S}$

d'où $\Delta z = z_{n+1} - z_n = \frac{m}{\rho S} - e$

Numériquement $\Delta z = + 3 \cdot 10^{-3} m > 0$ ce qui a pour conséquence que le sommet de la pile descend par rapport à la surface de l'eau.

Remarque : Cela semble cohérent avec le cas limite de $n = 7,5$ soit $H_{lim} = 14 mm$ à comparer avec la hauteur du verre $h_{lim} = 10 cm$.

27) Comme le champ est obtenu par superposition et décalage de n champs, il suffit de dénombrer le nombre de "peliers" - 1 d'où 6 spires.

(9)

28) Par superposition des 2 champs :

$$\begin{aligned}\vec{B}_s &= \vec{B}_{s1} + \vec{B}_{s2} \\ &= k_s I_{smax} (\cos \omega_s t \cos \theta + \sin \omega_s t \sin \theta) \vec{e}_r \\ &= k_s I_{smax} \cos(\omega_s t - \theta) \vec{e}_r\end{aligned}$$

Ceci correspond bien à un champ tournant car on retrouve l'expression d'une onde progressive se déplaçant dans le sens des θ croissants, la vitesse angulaire est donc ω_s .

29) Les 2 bobinages étant orthogonaux, le flux $\phi_{s,s2}$ est nul donc $M_{s,s2} = 0$.

• Pour la même raison $M_{r,r2} = 0$.

30) On note $\theta_{ab} = \theta_a - \theta_b$. En utilisant la description fournie, on a :

$$\theta_{r2r1} = \frac{\pi}{2} \quad ; \quad \theta_{r1s1} = \theta_r \quad ; \quad \theta_{r1s2} = \theta_r - \frac{\pi}{2}$$

Il vient alors :

$$\theta_{r2s1} = \theta_{r2r1} + \theta_{r1s1} = \frac{\pi}{2} + \theta_r$$

$$\text{et } \theta_{r2s2} = \theta_{r2r1} + \theta_{r1s2} = \frac{\pi}{2} + \theta_r - \frac{\pi}{2} = \theta_r$$

$$\text{d'où } \underline{M_{s1r2} = -M_{sr} \sin \theta_r} \quad \text{et} \quad \underline{M_{s2r2} = M_{sr} \cos \theta_r}$$

31) Du fait des inductances M_{s1r1} , M_{s2r1} , M_{s1r2} et M_{s2r2} non nulles, il y a donc a priori phénomène d'induction entre les enroulements du stator et ceux du rotor.

32) Par définition d'un flux mutuel :

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = M_{12} i_1$$

$$\text{d'où } \phi_{s1r1} = M_{sr} \cos \theta_r i_{s1}(t)$$

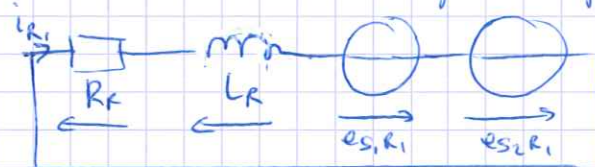
$$\phi_{s2r1} = M_{sr} \sin \theta_r i_{s2}(t)$$

33) On a :

$$e_{s1r1} = - \frac{d\phi_{s1r1}}{dt} = -M_{sr} \left[-\Omega \sin \Omega t i_{s1}(t) + \cos \Omega t \frac{di_{s1}}{dt} \right]$$

$$e_{s2r1} = - \frac{d\phi_{s2r1}}{dt} = -M_{sr} \left[\Omega \cos \Omega t i_{s2}(t) + \sin \Omega t \frac{di_{s2}}{dt} \right]$$

34) Soit le schéma électrique équivalent :



Par une loi des mailles :

$$R_r i_{r1} + L_r \frac{di_{r1}}{dt} = -M_{sr} \left[-\Omega \sin \Omega t I_{smax} \cos \omega_s t + \cos \Omega t I_{smax} (-\omega_s) \sin \omega_s t + \Omega \cos \Omega t I_{smax} \sin \omega_s t + \sin \Omega t I_{smax} \omega_s \cos \omega_s t \right]$$

$$\text{d'où } A \sin \omega t = -M_{sr} I_{smax} \left[\Omega \sin(\omega_s - \Omega)t + \omega_s \sin(\Omega - \omega_s)t \right]$$

$$\text{soit } A \sin \omega t = M_{sr} I_{smax} (\omega_s - \Omega) \sin(\omega_s - \Omega)t$$

$$\text{d'où } A = M_{sr} I_{smax} (\omega_s - \Omega)$$

$$\text{et } \underline{\omega = \omega_s - \Omega}$$

(10)

35) En régime permanent, la solution homogène a convergé, il ne reste que la solution particulière harmonique d'où

$$\underline{\omega}_R = \underline{\omega}_S - \Omega$$

36) On note $\underline{i}_{R1} = \underline{i}_{R10} \exp(j\omega t)$

$$\text{on a donc } L_R j\omega \underline{i}_{R1} + R_R \underline{i}_{R1} = -jA \exp(j\omega t)$$

$$\text{d'où } \underline{i}_{R10} = \frac{-jA}{R_R + jL_R\omega}$$

$$\text{d'où } I_{R\max} = |\underline{i}_{R10}| = \frac{|A|}{\sqrt{R_R^2 + (L_R\omega)^2}}$$

$$= \frac{\pi I_{S\max} (\omega_S - \Omega)}{\sqrt{R_R^2 + (L_R(\omega_S - \Omega))^2}}$$

Dans le cas où $\omega_S = \Omega$, $I_{R\max} = 0$, il n'y a donc pas de phénomène d'induction (les phénomènes se compensent) et donc pas de couple électromagnétique a priori.

Il faut donc $\omega_S \neq \Omega$ pour qu'il y ait fonctionnement, d'où le terme de machine asynchrone.

37) Par superposition: $\vec{B}_R = \vec{B}_{R1} + \vec{B}_{R2}$

$$= K_R I_{R\max} \left(\cos(\theta - \theta_R) \sin(\omega_R t - \varphi) - \sin(\theta - \theta_R) \cos(\omega_R t - \varphi) \right) \vec{e}_r$$

$$= K_R I_{R\max} \sin(\omega_R t - \varphi - \theta + \theta_R) \vec{e}_r$$

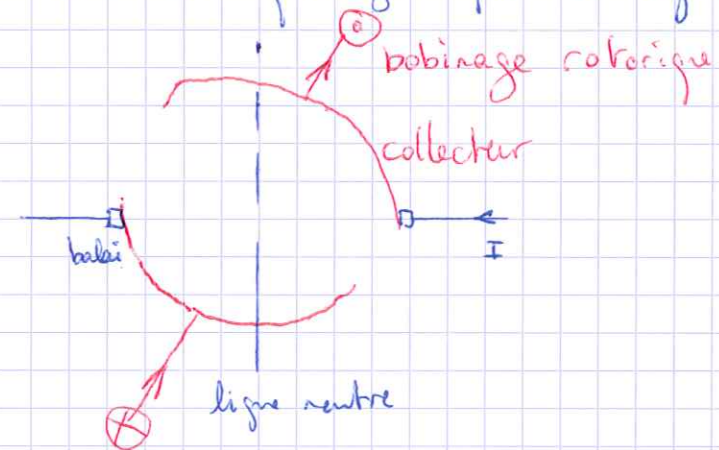
$$= K_R I_{R\max} \sin((\omega_R + \Omega)t - \theta - \varphi) \vec{e}_r$$

le champ tourne à la vitesse angulaire $\underline{\omega}_R + \Omega$

le champ est donc synchrone au champ statorique.

38) Dans une machine à courant continu, les 2 champs restent fixes dans le référentiel statorique, ils sont donc synchrone.

le synchronisme est assuré par l'inversion du courant dans le rotor lors du passage par la ligne neutre



39) la puissance joule dissipée dans un bobinage du rotor s'écrit $P_{JR1} = \frac{1}{2} I_{R\max}^2 R_R$ avec $I_{R\max}$ déterminé @36

$$\text{d'où } P_{JR} = P_{JR1} + P_{JR2} = R_R I_{R\max}^2$$

$$\text{On obtient alors que } P_S = R_R \frac{I_{R\max}^2}{\omega_S - \Omega}$$

$$\text{d'où } P_r = P_{JR} \times \frac{1}{g}$$

40) Au démarrage le glissement est maximal et vaut $g=1$.

En ne considérant que les pertes Joule, le rendement

$$\text{s'écrit } \eta = \frac{P_S}{P_S + P_{JR}} = \frac{1/g}{1/g + 1} = \frac{1}{g+1}$$

le rendement est donc meilleur pour g proche de 0.