

# I Compléments d'algèbre linéaire

## 1. Révisions du programme de PCSI

- a) Familles génératrices, libres, bases, dimension
- b) Matrices : calcul matriciel, matrice d'une application linéaire

## 2. Sommes et produits d'espaces vectoriels

- a) Produit d'espaces vectoriels.
- b) Espaces supplémentaires.

- c) Somme directe de  $p$  sous-espaces vectoriels, bases adaptées, calcul matriciel par blocs. Si  $E = \sum_{i=1}^p E_i$  alors la

somme est directe si et seulement si  $\dim(E) = \sum_{i=1}^p \dim(E_i)$ .

## 3. Applications linéaires

- a) Rang d'une application linéaire, théorème du rang, application aux polynômes de Lagrange, équivalence injectif/surjectif pour une application linéaire entre deux espaces vectoriels de dimensions finies égales.
- b) Existence et unicité de l'application linéaire dont les restrictions à des sous espaces  $E_i$  tels que  $E = \bigoplus_{i=1}^p E_i$  sont données.
- c) Sous-espaces stables par un endomorphisme, caractérisation matricielle, endomorphisme induit. Si  $u$  et  $v$  commutent, alors  $\ker(u)$  et  $\text{Im}(u)$  sont stables par  $v$ . L'étude des noyaux et images itérés d'un endomorphisme a été vue en exercice.
- d) Polynômes d'endomorphismes et de matrices, polynômes annulateurs, existence de polynôme annulateur non nuls en dimension finie. Utilisation d'un polynôme annulateur non nul pour le calcul de l'inverse ou des puissances d'une matrice (*méthodes qui font explicitement partie du programme*).

## 4. Formes linéaires et hyperplans

- a) Hyperplans en dimension finie : définitions équivalentes, équation cartésienne dans une base donnée.
- b) Trace d'une matrice carrée et d'un endomorphisme.

## 5. Déterminants

- a) Définition et propriétés : rappels de première année.
- b) Calculs : développement suivant une rangée, déterminant de Vandermonde, déterminant d'une matrice triangulaire par blocs.

*A suivre : les séries*