

PSI2. devoir en classe n°2. 4h . Samedi 5 octobre 2024.

Proposition de solution.

Ph1. Extrait centrale psi 2006.

III.A.1) On a simplement : $C_{1a} = C_{1b} = \frac{\epsilon S}{e_0 + x}$ $C_{2a} = C_{2b} = \frac{\epsilon S}{e_0 - x}$.

III.A.2) On calcule avec les valeurs fournies: $C_0 = 4,8 \text{ nF}$

III.B - Oscillateur à pont de Wien

III.B.1) a) Modèle de l'AO idéal : courants d'entrée $i^+ = i^- = 0$ et en régime linéaire $V^+ = V^-$.

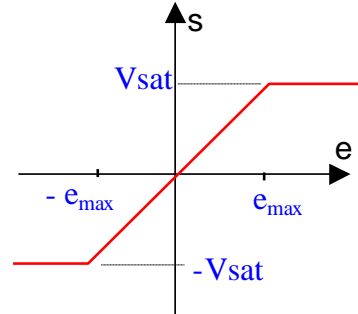
Le montage proposée est un ampli non inverseur de gain

$$E = 1 + R_2/R_1.$$

Les limitations pratiques sont de plusieurs natures, par exemple:

- limitation en courant: le courant de sortie ne peut dépasser une certaine limite (de l'ordre de 0,1 A)
- limitation en entrée: la tension de sortie ne peut dépasser $\pm V_{sat}$ - de l'ordre de 14 V)
- limitation en fréquence: l'AO se comporte comme un filtre passe-bas (f_c de quelque kHz)

b) Avec $e_{max} = V_{sat}/F$, la caractéristique est représentée ci-contre.



III.B.2)

a/ On reconnaît un diviseur de tension: $G = \frac{Z_{//}}{Z_{//} + Z_+} = \frac{1}{1 + Z_+/Z_{//}} = \frac{1}{1 + Z_+ Y_{//}}$

$$G = \frac{1}{1 + (R + 1/jC\omega)(1/R + jC\omega)} = \frac{1}{3 + 1/jRC\omega + jRC\omega} = \left(\frac{1}{3}\right) \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{3}\right)j\left(RC\omega - \frac{1}{RC\omega}\right)} = \frac{G_o}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega}\right)}$$

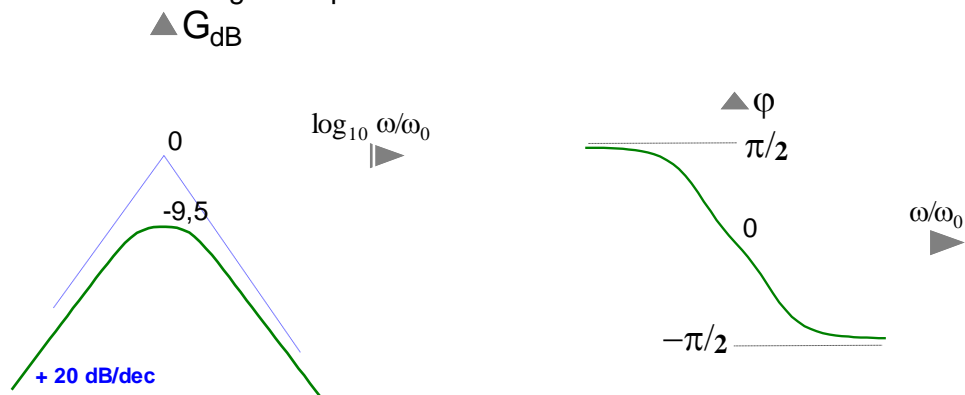
Filtre passe-bande d'ordre 2,

- gain maximum : $G_o = 1/3$

- fréquence de résonance $\omega_o = 1/RC$:

- facteur de qualité: $Q = 1/3$ donc de bande passante $\Delta\omega = \frac{\omega_o}{Q}$

b/ graphe de Bode ci dessous : il s'agit d'un passe-bande



III.B.3)a/ On constate que $F.G = \frac{s s'}{e e'} = \frac{s e}{e s} = 1$.

Puisque F est réel il faut G soit réel également et que sa partie réelle soit égale à 1/F.

Il faut donc $0 = 1/jRC\omega + jRC\omega$ et $1 + R_2/R_1 = 3$. Soit $f = 1/(2\pi RC)$ et $r = R_2/R_1 = 2$.

b/ Pour le filtre de Wien: $\frac{s'}{e'} = \frac{1}{3 + 1/jRC\omega + jRC\omega} \Rightarrow \underline{s}' + 3jRC\omega \underline{s}' + (jRC\omega)^2 \underline{s}' = jRC\omega e'$

Et pour l'ampli non inverseur : $\frac{e'}{s'} = 1 + r$ donc $\underline{s}' + 3jRC\omega \underline{s}' + (jRC\omega)^2 \underline{s}' = jRC\omega(1 + r)\underline{s}'$

Ce qui correspond à l'équation différentielle: $(RC)^2 \frac{d^2s'}{dt^2} + RC[2-r] \frac{ds'}{dt} + s' = 0$.

Dans le cas $r = 2$, l'équation est celle d'un oscillateur harmonique de fréquence propre $f = 1/(2\pi RC)$.
On retrouve les résultats de la question précédente.

A-N: $f = 3316$ Hz. Pour cette fréquence le comportement fréquentielle de l'AO peut-être ignoré.

c) Le montage ne comporte pas de GBF, c'est donc le "bruit" environnant qui démarre les oscillations.

Celles-ci ont des amplitudes extrêmement faibles, mais si les paramètres sont adaptés elles seront amplifiées. Pour cela il faut que l'exposant de l'exponentielle solution de l'equa-diff soit positif, soit $r > 2$.

Avec les valeurs catalogues on calcule : $10/4,7 = 2,12$ et $10/5,6 = 1,78$.

Le seul choix est donc $R_1 = 4,7 \text{ k}\Omega$.

III.B.4) a/ La branche comportant R_3 n'est passante que si $|v| > V_0 = v_z + v_D$. Donc

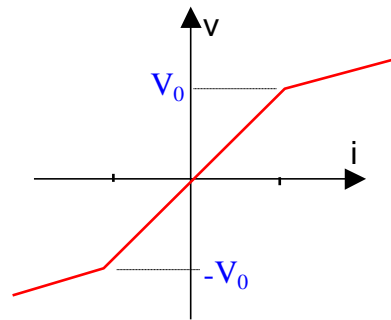
si $|v| > V_0$ alors $v = (R_3/R_2) \cdot (i \pm V_0/R_3)$

sinon $v = R_2 \cdot i$

D'où la caractéristique ci-contre.

b) Quand l'amplitude des oscillations dépassent V_0 , elles sont rapidement amorties et ramenées vers V_0 qui agit comme une régulation.

L'oscillation se fait autour de V_0 et non de V_{sat} .



III.C - Étude globale du capteur

On écrit $v_m(t) = k_m \cdot v_1(t) \cdot v_2(t) = k_m \cdot A^2 \cdot \cos(\omega_1 t) \cdot \cos(\omega_2 t) = \frac{1}{2} k_m \cdot A^2 \{ \cos[(\omega_1 + \omega_2)t] + \cos[(\omega_1 - \omega_2)t] \}$

La cellule (R', C') étant un filtre passe-bas de fréquence de coupure $\omega_c = 1/R'C'$ il faut :

$\omega_c > \omega_1 + \omega_2$ et $\omega_c < |\omega_1 - \omega_2|$ On pourra prendre par exemple $\omega_c = 1/RC_0$.

La tension de sortie est alors $V_s = \gamma |f_1 - f_2|$ soit $V_s = \frac{\gamma}{2\pi} \left(\frac{1}{RC_1} - \frac{1}{RC_2} \right) = \frac{\gamma}{2\pi\epsilon} \left(\frac{e_0 + x}{RS} - \frac{e_0 - x}{RS} \right)$

Soit $V_s = \frac{\gamma x}{\pi R S \epsilon}$ tension proportionnelle au déplacement.

Ph2. Extrait pt A 2024.

1) Les courants de polarisation d'un ALI idéal sont nuls, son impédance d'entrée infinie, et son impédance de sortie nulle. Son gain statique est infini si on se place dans le modèle de gain infini, et de l'ordre de 10^6 dans le modèle du premier ordre.

2) L'ALI 1 ne possède aucune rétroaction négative, et fonctionne donc nécessairement en régime de saturation.

3) D'après la loi des nœuds en potentiel,

$$\frac{u_1 - v_+}{R_1} + \frac{u_2 - v_+}{R_2} = 0 \text{ soit } R_2 u_1 + R_1 u_2 = (R_1 + R_2) v_+$$

et ainsi

$$v_+ = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u_1 + \frac{R_1}{R_1 + R_2} u_2$$

4) L'ALI reste en saturation haute tant que

$$v_+ > v_- = 0 \text{ soit } \frac{R_2}{R_1 + R_2} u_1 + \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{\text{sat}} > 0 \text{ donc } u_1 > -\frac{R_1}{R_2} V_{\text{sat}} = U_1^-$$

5) L'ALI reste en saturation basse tant que

$$v_+ < v_- = 0 \text{ soit } \frac{R_2}{R_1 + R_2} u_1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{\text{sat}} < 0 \text{ donc } u_1 < \frac{R_1}{R_2} V_{\text{sat}} = U_1^+$$

6) L'ALI possède une rétroaction négative, ce qui rend possible le fonctionnement linéaire.

Possible ... mais pas certain en règle générale, tout dépend de l'amplitude des signaux d'entrée.

7) Appliquons la loi des nœuds en potentiel en représentation complexe. L'ALI fonctionnant en régime linéaire, $\underline{v}_- = v_+ = 0$, donc

$$\frac{\underline{u}_2 - v_+}{R_2} + \frac{\underline{u}_3 - v_+}{1/jC(h)\omega} = 0 \text{ soit } \underline{u}_2 = -jR_2 C \omega \underline{u}_3$$

En revenant en représentation réelle,

$$u_2 = -\underbrace{R_2 C}_{=k} \frac{du_3}{dt}$$

Attention aux notations, il y a deux résistances R_2 dans le montage ... et k a la dimension d'un temps.

8) Dans cette première phase, $u_2 = +V_{\text{sat}}$, donc

$$\frac{du_3}{dt} = -\frac{V_{\text{sat}}}{R_2 C} \text{ d'où } \int_{u_3(0)=U_1^+}^{u_3(t)} du_3 = -\frac{V_{\text{sat}}}{R_2 C} \int_0^t dt$$

et ainsi

$$u_3(t) = -\frac{V_{\text{sat}}}{R_2 C} t + U_1^+$$

9) L'ALI bascule à l'instant t_1 tel que $u_3(t_1) = U_1^-$, soit

$$U_1^- = -\frac{V_{\text{sat}}}{R_2 C} t_1 + U_1^+ \text{ soit } t_1 = \frac{R_2 C}{V_{\text{sat}}} (U_1^+ - U_1^-) = \frac{R_2 C}{V_{\text{sat}}} \times 2 \frac{R_1}{R_2} V_{\text{sat}}$$

et finalement

$$t_1 = 2R_1C$$

10) Le calcul est analogue à la question 35 , avec cette fois $u_2 = -V_{sat}$ et des conditions initiales différentes :

$$\frac{du_3}{dt} = +\frac{V_{sat}}{R_2C} \text{ d'où } \int_{u_3(t_1)=U_1^-}^{u_3(t)} du_3 = +\frac{V_{sat}}{R_2C} \int_{t_1}^t dt$$

ce qui donne

$$u_3(t) = \frac{V_{sat}}{R_2C} (t - t_1) + U_1^- = \frac{V_{sat}}{R_2C} t - \frac{V_{sat}}{R_2C} \times 2R_1C - \frac{R_1}{R_2} V_{sat}$$

ce qui se simplifie en

$$u_3(t) = \frac{V_{sat}}{R_2C} t - \frac{3R_1}{R_2} V_{sat}$$

11) L'ALI bascule à l'instant t_2 tel que $u_3(t_2) = U_1^+ = R_1V_{sat}/R_2$, soit

$$\frac{R_1}{R_2} V_{sat} = \frac{V_{sat}}{R_2C} t_2 - \frac{3R_1}{R_2} V_{sat} \text{ d'où } t_2 = 4R_1C$$

12) Voir figure 3.

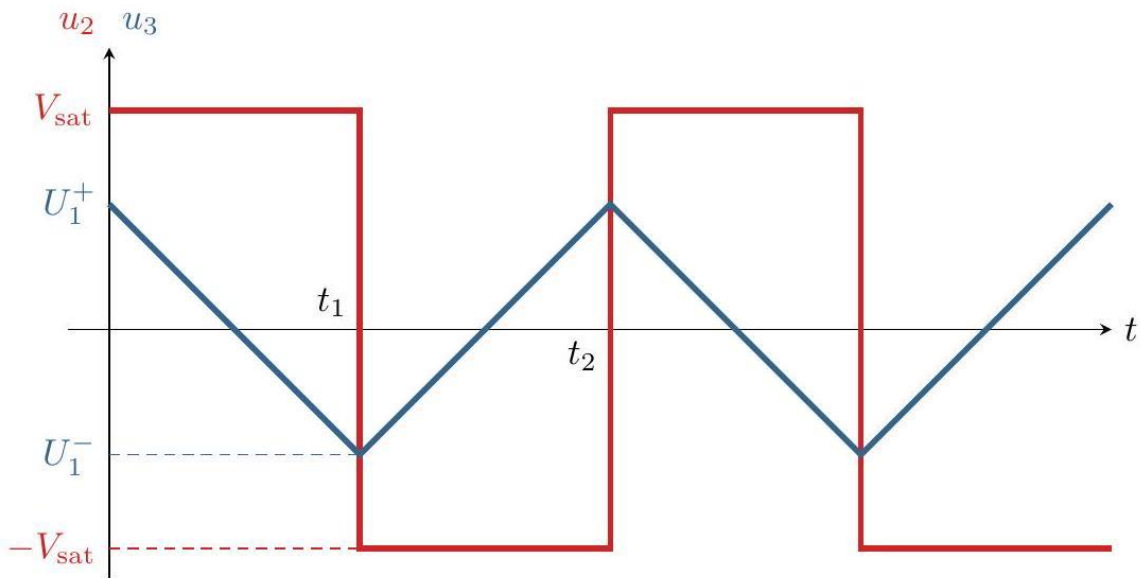


Figure 3 - Tensions dans le multivibrateur astable.

13) Partant d'un basculement en saturation haute à $t = 0$, l'ALI bascule dans cet état une nouvelle fois à l'instant t_2 qui correspond donc à la période,

$$T = 4R_1C$$

14) La seconde est l'unité la mieux définie théoriquement et expérimentalement du Système International. Rappel : le GPS trouve votre position en comparant des temps de parcours depuis plusieurs satellites (au minimum 3).

Ch1. Extrait ccp 2024 psi.

14) Réseau cfc pour les ions sodium, 8 ions aux sommets communs à 8 mailles et 6 ions aux centre des faces communs à deux mailles :

$$N = \frac{8}{8} + \frac{6}{2} = 4 \text{ par maille}$$

15) Centres des sites octaédriques : 1 au centre du cube entièrement la maille, et 12 au milieu des arêtes communs à 4 mailles :

$$N_{octa} = 1 + \frac{12}{4} = 4 \text{ par maille}$$

Tous les sites octaédriques sont occupés pour respecter la formule chimique.

16) Si les ions Na^+ sont tangents entre eux, le contact se fait sur la diagonale d'une face et on aurait $a\sqrt{2} = 4r$. Or $a\sqrt{2} > 4r$ donc non.

Si on considère le contact entre ions de signe différents, il se fait sur une arête et on a alors : $2R + 2r = a$, ce qui est le cas avec les valeurs fournies.

17)

$$C = \frac{\text{volume atomes}}{\text{volume maille}} = \frac{4 \times \frac{4\pi R^3}{3} + 4 \times \frac{4\pi r^3}{3}}{a^3} = \frac{2\pi}{3} \frac{R^3 + r^3}{(R + r)^3}$$

18)

$$\rho_{NaCl} = \frac{m}{V_{maille}} = \frac{4M_{Na} + 4M_{re}}{N_A a^3} = \frac{M_{Na} + M_{re}}{2N_A (R + r)^3} \approx 2260 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \text{ ou } 2,26 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$$

Il faut donc prendre $2,16 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ qui est la plus proche.

19) Le système est constitué du calorimètre et de son contenu, l'ensemble étant supposé isolé thermiquement. La transformation est isobare et adiabatique donc :

$$\Delta H = (m_1 c_e + C)(T_3 - T_1) + m_2 c_e (T_3 - T_2) = 0 \text{ et on sort : } C = m_2 c_e \frac{T_2 - T_3}{T_3 - T_1} - m_1 c_e$$

20) Même topo où il faut compter en plus la variation d'enthalpie due à la réaction chimique :

$$\Delta H = (m_3 c_e + C)\Delta T + m_4 c_e \Delta T + m_4 \Delta_{diss} h = 0 \text{ d'où}$$

$$\Delta_{diss} h = - \frac{((m_3 + m_4) c_e + C)}{m_4} \Delta T > 0$$

21) D'après le résultat précédent, la réaction est endothermique. En utilisant la loi de Van't Hoof A ECRIRE, une augmentation de température entraîne une augmentation de la constante d'équilibre donc un déplacement vers la droite et donc une augmentation de la solubilité du sel.

Ch2. Extrait banque pt 2024.

Q1) $P_{4(s)}$ est l'état standard de référence de l'élément phosphore : corps pur simple le plus stable thermodynamiquement à 298K sous 1 bar.

Q2) L'enthalpie de formation de $H_{2(g)}$ est aussi nulle pour les mêmes raisons.

En utilisant la loi de Hess, on obtient donc :

$$\Delta_r H^\circ = 4\Delta_f H^\circ(P_{4(s)}) + 6\Delta_f H^\circ(H_{2(g)}) - 4\Delta_f H^\circ(PH_{3(g)}) = -22,4 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

Q3) Une évolution dans le sens direct conduit à une augmentation du nombre de moles gazeuses donc du désordre et donc l'entropie doit augmenter : $\Delta_r S^\circ > 0$.

Q4) La loi de GuudeWaage donne : $\Delta_r G^\circ = \Delta_r H^\circ - T\Delta_r S^\circ = -RT\ln(K^\circ)$

On sort :

$$K^\circ = \exp\left(-\frac{\Delta_r H^\circ}{RT} + \frac{\Delta_r S^\circ}{R}\right)$$

Juste pour vérifier le cours.

Q5) En notant n_g le nombre total de moles gazeuses, P° la pression de référence. L'activité de la phase solide est 1 et on sort avec les approximations habituelles :

$$Q = \frac{n^6(H_{2(g)})}{n^4(PH_{3(g)})n_g^2} \left(\frac{P}{P^\circ}\right)^2$$

On nous donne un équilibre à 800K, donc on peut calculer K par $K(800K) = Q_{eq} = 4,8 \times 10^6$

On peut alors calculer la variation d'entropie standard à 800K, et à toute température dans l'hypothèse d'Ellingham, par :

$$\Delta_r S^\circ = \frac{\Delta_r H^\circ + RT\ln(K)}{T} \approx 100 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

Ce n'est du tout la valeur qu'on attendait, même si elle est positive.

Q6) Puisque $\Delta_r H^\circ < 0$ alors la réaction est exothermique donc l'opérateur doit refroidir le réacteur pour maintenir la température constante.

Q7) En vue d'étudier la pression, on ajoute au tableau d'avancement une colonne supplémentaire pour la quantité de matière totale de gaz.

	$4PH_{3(g)}$	=	$P_{4(s)}$	+	$6H_{2(g)}$	total gaz
initial	n_0		0		0	n_0
quelconque	$n_0 - 4\xi$		ξ		6ξ	$n_0 + 2\xi$

Q8) D'après l'équation d'état des gaz parfaits et le tableau d'avancement,

$$3P_0 - 2P = 3\frac{RT}{V}n_0 - 2\frac{RT}{V}(n_0 + 2\xi) = \frac{RT}{V}(3n_0 - 2n_0 - 4\xi) = \frac{RT}{V}(n_0 - 4\xi)$$

ce qui s'identifie bien à la pression partielle en phosphine dont la quantité de matière vaut $n_0 - 4\xi$:

$$P_{\text{PH}_3} = 3P_0 - 2P$$

Q9) Par définition,

$$C_{\text{PH}_3} = \frac{n_{\text{NH}_3}}{V} = \frac{P_{\text{PH}_3}}{RT} \text{ d'où } C_{\text{PH}_3} = \frac{3P_0 - 2P}{RT}$$

Q10) Supposons la réaction du premier ordre par rapport à la phosphine. En identifiant le bilan de matière et la loi de vitesse dans cette hypothèse,

$$v = -\frac{1}{4} \left(\frac{dC_{\text{PH}_3}}{dt} \right) = -kC_{\text{PH}_3}(t)$$

En intégrant par séparation de variables,

$$\int_{C_0}^{C_{\text{PH}_3}(t)} \frac{dC_{\text{PH}_3}}{C_{\text{PH}_3}} = -4k \int_0^t dt \text{ donc } \ln \left(\frac{C_{\text{PH}_3}(t)}{C_0} \right) = -4kt$$

Ainsi, dans l'hypothèse de réaction du premier ordre, la courbe représentant $\ln C_{\text{PH}_3}$ en fonction du temps s'identifie à une droite. Cela étant cohérent avec les tracés de l'énoncé, l'hypothèse est validée.

Q11) En identifiant la pente de la droite, $-4k = -5,05 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ d'où on déduit

$$k = 1,26 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

Q12) Cherchons τ tel que $C(\tau) = 0,1C_0$, soit

$$-4k\tau = \ln 0,1 \text{ donc } \tau = \frac{\ln 10}{4k}$$

Q13) On calcule :

$$\tau = 4,6 \cdot 10^3 \text{ s}$$