PSI2. Conduction de la chaleur. Propositions de solutions.

Exer AS1. Résistance thermique.

A)

A1)j en W.m^{-2} et P en W.

A2) $\vec{j} = -\lambda\overrightarrow{grad}(T)$. Le signe − indique que le flux thermqiue va dans le sens des températures décroissantes : du chaud vers le froid. La projection sur Ox donne : $j(x) = -\lambda\frac{dT}{dx}$

A3)Soit le morceau de barre, de section droite S, compris entre x et x+dx.
En x, ce système reçoit la puissance $j(x)\vec{e}_x.S\vec{e}_x = j(x)S = P(x)$
En x+dx, ce système reçoit la puissance $j(x+dx)\vec{e}_x.S(-\vec{e}_x) = -j(x+dx)S = -P(x+dx)$
Comme on est en régime stationnaire, la température n'évolue plus dans le système et la puissance nette reçue est donc nulle , ce qui conduit ici à $P(x+dx) = P(x)$, donc P(x) ne varie pas et est donc constant.

Fourier indique alors que T(x) est une fonction linéaire : $T(x) = Ax + B$
Les CI en x=0 et x=L permettent d'exprimer A et B et de sortir : $T(x) = \frac{T_2 - T_1}{L}x + T_1$
Cette loi est indépendante de la nature du profil.

A4)Il suffit de reprendre loi de Fourier en multipliant par S:

$$P = Sj = -\lambda S\frac{dT}{dx} = \left(\frac{\lambda S}{L}\right)(T_1 - T_2) = \left(\frac{1}{R}\right)(T_1 - T_2) = G(T_1 - T_2)$$

Cette loi est tout simplement équivalente à une loi d'Ohm, P est l'équivalent du courant électrique, T est l'équivelent du potentiel électrique.

B)1,2)A la jonction entre les deux barres, il y a forcément continuité du flux thermique , sinon la température de la jonction va évoluer et on ne peut pâs être en régime stationnaire.
On peut donc appliquer deux fois la loi précédente et faire l'addition des différences de température. les deux résistances thermiques s'ajoutent.

B3) On applique tout simplement la loi d'Ohm en termes de potentiel à la jonction de température T_j entre les deux barres:

$$G_1(T_1 - T_j) + 2(T_2 - T_j) = 0 \quad d'où \quad T_j = \frac{G_1T_1 + G_2T_2}{G_1 + G_2}$$

C) On a maintenant une association parallèle. la conductance équivalente est la somme des conductances.

D)h est en W.K^{-1}.m^{-2}.
Si $T_{paroi} > T$, la paroi est plus chaude que le fluide ambiant, donc le flux thermique va de la paroi vers le fluide, ce qui est cohérent avec h>0.
On peut maintenant calculer la puissance qui traverse la paroi de section S dans le sens de $\vec{n}$:

$$P = \vec{j}.S\vec{n} = h(T_{paroi} - T)\vec{n}S\vec{n} = hS(T_{paroi} - T) = G(T_{paroi} - T)$$

équivalent à une résistance thermique : $R = \frac{1}{hS}$.

E)Avec une vitre simple, si on néglige les interfaces air-verre, on une seule résistance thermique. Si on tient compte des interfaces air-verre, on a 3 résistances en série, qu'on va ajouter pour obtenir la résistance totale.
Pour le double vitrage : couche de verre, couche air intérieur, et 4 interfaces air-verre. Au final, 6 résistances en série à ajouter pour obtenir la résistance totale.

AS2)Fuites thermiques dans une maison.

1)G est en $W.K^{-1}$.

A différence de température donnée, plus G est grand , plus le flux thermique est important.

Plus le milieu est conducteur , plus le flux est important, on attend donc la conductivité au numérateur.

Plus un mur est épais, plus les pertes sont faibles, on attend L au dénominateur.

Plus la section du mur est importante, plus les pertes sont importantes, on attend S au numérateur.

Une petite AD donne alors : $G = \frac{\lambda S}{L}$

C'est en fait une loi d'Ohm. G et R sont respectivement la conductance et la résistance thermique du mur. Comme pour les résistances électriques, on peut les associer.

2) On calcule la conductance thermique du verre : $G_{verre} = \frac{20}{5} \times 1000 = 4000\ SI$

ce qui permet de calculer la puissance qui traverse le verre : $P_{verre} = 80kW$.

Avec les valeurs fournies pour les chaudières, quelque chose ne va pas avec les surfaces vitrées.

3)Il faut trouver une explication pour les surfaces vitrées. Elle vient maintenant.

On nous donne la conductance surfacique donc par unité de surface, donc la conductance d'une interface est: $G_{interface} = S.G_s = 200\ SI$.

On a maintenant deux interface et le verre en série. La nouvelle résistance de la surface vitrée est donc :

$$R'_{vitre} = \frac{1}{200} + \frac{1}{4000} + \frac{1}{200} \approx 0{,}01\ SI$$

LA RESISTANCE THERMIQUE DU VERRE PEUT ETRE CONSIDEREE COMME NULLE.

On calcule maintenant la vraie puissance thermique qui traverse la verre :

$$P'_{vitre} = 2\ kW \ll 80kW$$

Valeur compatible avec les chaudières domestiques. Pour baisser ces pertes thermiques, on peut envisager le double-vitrage où le gaz prisonnier entre les deux vitres fait office d'isolant.

4) Le mur est constitué de trois couches, ce qui définit 3 résistances qu'ajoutera.

Pour le mur, on calcule les trois résistances thermiques qu'on ajoute : $R_{mur} = 1{,}6 \times 10^{-3}\ SI$

Ce qui donne : $P_{mur} = 12{,}5\ kW$.

C'est mieux pour le mur. On pourra ajouter une ou plusieurs couches d'isolants thermiques en série sur le mur. On ne peut pas le faire le faire sur les surfaces vitrées.

5)