PSI2. devoir libre n°2. Mardi 5 novembre 2024.

N. Aspects micro- et macro-scopiques de la propagation d'ondes dans la matière. Pas dans le programme, mais... Donc pour les ambitieux.

A l'échelle microscopique, un matériau solide homogène peut être modélisé par par une chaîne infinie d'atomes assimilés à des points matériels de même masse m reliés entre eux par des ressorts identiques, de longueur à vide a et de raideur K. Ces ressorts modélisent dans l'approximation linéaire les interactions électromagnétiques entre les atomes lorsqu'ils se déplacent au voisinage de leur position d'équilibre.

Considérons un modèle unidimensionnel dans lequel tous les atomes se déplacent sans frottement sur un axe Ox. La figure 1 représente cette disposition où chaque atome est numéroté par un entier n. lorsqu'il est en équilibre mécanique, l'atome référencé (n) est situé à l'abscisse x_n(éq)=na; en dehors de l'équilibre, sa position devient $x_n(t)=na+u_n(t)$.

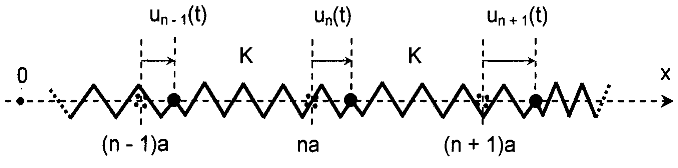

Figure 1 : Chaîne infinie d'atomes

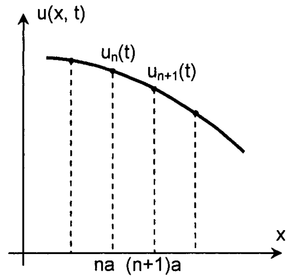

Figure 2 : Représentation de u(x, t) à t fixé

1.a)*Etablir l'expression de la résultante des forces exercées par les atomes (n-1) et (n+1) sur l'atome (n).*

1.b)*En déduire l'équation différentielle du mouvement de l'atome (n) et montrer qu'elle peut s'écrire : $\ddot{u}_n = \pm\, \omega_o^2(u_{n+1} + u_{n-1} - 2u_n)$ en prenant le bon signe. On donnera l'expression de la constante positive ω_o en fonction de K et de m. Une erreur de signe est-elle détectable a posteriori ?*

Dans toute question 2, nous étudions une solution particulière de la forme :

$$\boldsymbol{\underline{u}_n = \underline{A} \cdot exp[j(\omega t - k \cdot na)]\ pour\ tout\ n}$$

où $\underline{A}$ est un nombre complexe indépendant de n et k un nombre réel.

2a)*Quelle signification physique peut-on attacher à ce type de déplacement ? Quelle hypothèse fait-on en supposant que $\underline{A}$ est indépendant de n ?*

2b)*Vérifier que l'expression proposée est bien solution de l'équation obtenue en 1b à condition que :*

$$\omega = 2\omega_o \left|sin\left(\frac{ka}{2}\right)\right|$$

Quelles sont les valeurs possibles de ω ? Dessiner l'allure de $\omega = \omega(k)$ pour k dans [-3π/a +3π/a[.

2c)*On restreint l'intervalle de variation de k à [-π/a +π/a[. Expliquer. Dans ce nouvel intervalle, décrire plus précisément les différences entre k>0 et k<0.*

3)*L'approximation des milieux continus permet de faire passer une fonction u(x,t) par tous les points représentatifs des atomes de la chaîne à chaque instant (cf figure 2). cela est possible lorsque u_n est peu différent de u_{n+1}. Définissons la fonction continue et dérivable u(x,t) telle que $u(x,t)=u_n(t)$ lorsque x=na. Supposons que u(x,t) varie peu dans l'espace à l'échelle de a. En considérant que l'atome n occupe l'abscisse x, remarquons que :*

$$u(x+a,t) = u(na+a,t) = u_{n+1}(t) \quad et\ u(x-a,t) = u(na-a,t) = u_{n-1}(t)$$

En utilisant un DL limité à l'ordre 2, montrer que la fonction u(x,t) vérifie une équation de d'Alembert dont on exprimera la célérité en fonction de K, m et a. A quel cas de la question 2 cela correspond-il ?

***<u>AS3)Paroi de centrale nucléaire.</u>* AN sans calculatrice**.

1)*On s'intéresse à la conduction thermique à une seule dimension à travers un mur. Rappeler les conditions qui permettent de définir une loi analogue à la loi d'Ohm.*
Si S désigne la section droite de la paroi, L son épaisseur, λ la conductivité thermique du matériau constituant la paroi, exprimer la résistance thermique et la conductance thermique de la paroi.
Développer l'équivalent de la LDN en termes de potentiel pour deux murs en série.

2)*La paroi d'une cuve de centrale nucléaire est constitué d'acier d'épaisseur 20cm, de conductivité thermique 20 SI. Pour limiter les fuites thermiques, on dépose sur la surface intérieure un isolant thermique de conductivité 4 SI sur une épaisseur de 20cm.*

La température intérieure est 660K, la température extérieure est 480K. Calculer la température à la jonction acier-isolant en utilisant l'équivalent de la LDN en termes de potentiel ainsi que le flux thermique surfacique j . Tracer de même le profil de température dans la paroi.

3)*La surface moyenne de l'enveloppe externe de la cuve est $S=200m^2$, calculer la puissance thermique perdue par conduction et la comparer la puissance thermique dégagée par le réacteur nucléaire de la cuve P=2700MW.*