I Suites dans les espaces vectoriels normés

1. Normes

a) Définitions, distances, normes usuelles sur $\mathbb{K}^p$.

b) Parties bornées, applications et suites bornées.

c) Normes équivalentes : définition, égalité des parties ou suites bornées pour deux normes équivalentes, toutes les normes sont équivalentes en dimension finie (*admis*), utilisation des coordonnées dans une base en dimension finie.

2. Suites de vecteurs

a) Suites convergentes, divergentes ; toute suite convergente est bornée, composition de la limite par la norme. Équivalence de la convergence pour un couple de normes équivalentes, cas de la dimension finie (utilisation des coordonnées dans une base)

b) Linéarité de la limite et produit par une suite convergente scalaire.

II Suites et séries de fonctions

Les fonctions considérées sont à valeurs dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.

1. Modes de convergence des suites de fonctions

a) Convergence d'une suite de fonctions : convergence simple, convergence uniforme et convergence uniforme sur tout segment.

b) Continuité et convergence uniforme : la limite uniforme d'une suite de fonctions continues sur I est une fonction continue sur I ; le résultat reste valable dans le cas de la convergence uniforme sur tout segment de I.

2. Modes de convergence d'une série de fonctions

a) Convergence simple, uniforme, normale, uniforme et normale sur tout segment. La convergence normale sur I entraine la convergence absolue en $x \in I$.

b) Théorèmes de continuité et de double limite pour la somme d'une série de fonctions (*admis*).

À suivre : dérivation et intégration des suites et séries de fonctions