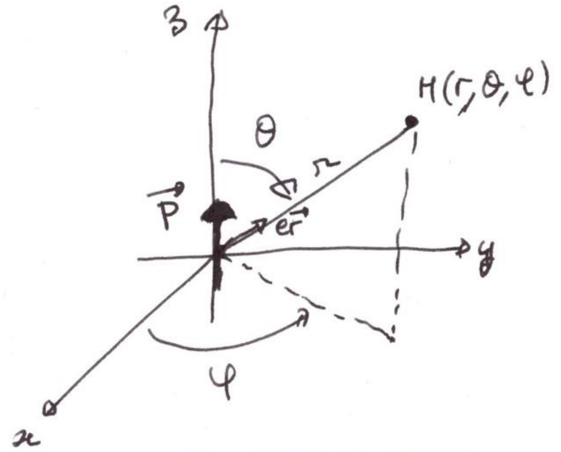
***PSI2. em 02. Propositions de solutions.***
***IB.***




$$\begin{cases} \vec{p} = p\,\vec{e_z} \\ \vec{OM} = r\,\vec{e_r} \end{cases}$$

$$\vec{p}\cdot\vec{OM} = p\,r\cos\theta$$

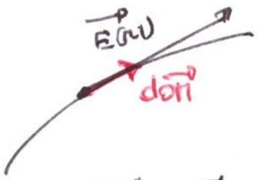
$$\boxed{V(M) = \frac{p_0\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$$

FORMULAIRE OBLIGATOIRE

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,V = -\begin{vmatrix} \dfrac{\partial V}{\partial r} \\ \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial V}{\partial \theta} \\ \dfrac{1}{r\sin\theta}\left(\dfrac{\partial V}{\partial \varphi}\right) = 0 \end{vmatrix} = \frac{p_0}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\begin{vmatrix} 2\cos\theta & \vec{e_r} \\ \sin\theta & \vec{e_\theta} \\ 0 & \vec{e_\varphi} \end{vmatrix}$$

LIGNE DE CHAMP

$$\vec{E}(M) \,/\!/\, \vec{dOM} \Rightarrow \vec{E}(r)\wedge \vec{dOM} = \vec{0}$$




DANS UN PLAN $\varphi = cte$, UN DEPLACEMENT DE M PEUT S'ECRIRE $\vec{dOM} = dr\,\vec{e_r} + r\,d\theta\,\vec{e_\theta}$

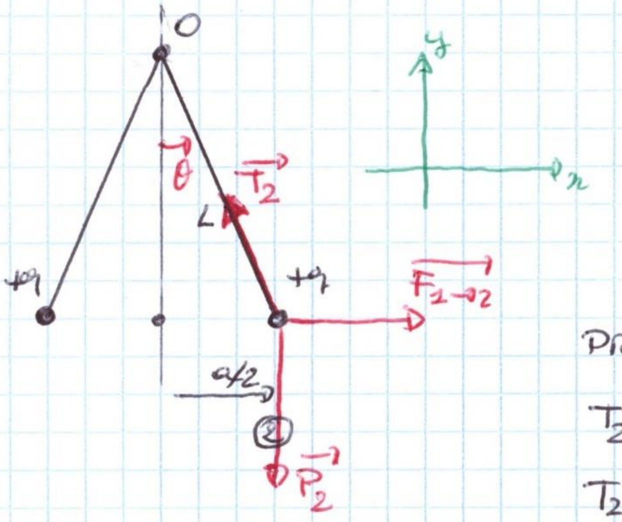
$$\vec{E}(r)\wedge\vec{dOM} = \vec{0} \Rightarrow \frac{dr}{r} = 2\,\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\,d\theta \qquad d\ln r = 2\,d\ln|\sin\theta|$$

$$\Rightarrow \ln(r) = 2\ln|\sin\theta| + cte = \ln(\sin^2\theta) + cte \Rightarrow \boxed{r = K\sin^2\theta}$$

SURFACES EQUIPOTENTIELLES

$$V(r) = cte \quad \text{soit donc} \quad \boxed{r^2 = K'\cos\theta}$$

**IE)**




PFD À LA PARTICULE 2

$$\vec{P_2} + \vec{T_2} + \overrightarrow{F_{1\to2}} = \vec{0}$$

$$\vec{P_2} = -mg\,\vec{e_y}$$

$$\overrightarrow{F_{1\to2}} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\,\vec{e_x} = F\,\vec{e_x}$$

PROJECTION.

$$T_{2x} = -T_2 \sin\theta = -F$$

$$T_{2y} = T_2 \cos\theta = +mg$$

ON ELIMINE $T_2$ INCONNUE :

$$\tan\theta = \frac{F}{mg} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2 mg}$$

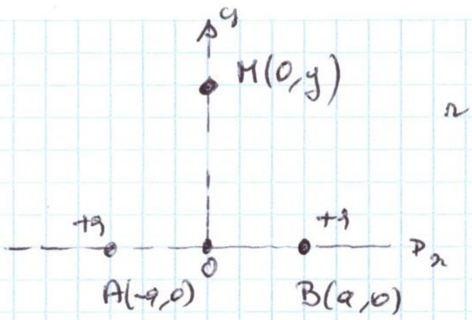
ON CALCULE MAINTENANT $\sin\theta = \frac{a}{2L} = 0{,}1$ ASSEZ PETIT DEVANT 1

ON A DONC $\tan(\theta) \simeq \sin(\theta) = 0{,}1$

$$\hookrightarrow |q| = a\sqrt{mg\,4\pi\varepsilon_0 \tan\theta} \simeq$$

COMME L'ENONCÉ NE DONNE PAS LE SIGNE DE q, IL Y A DEUX SOLUTIONS.

**IF)**




$r = AM = BM = \sqrt{a^2+y^2}$

ON UTILISE LES FORMULES DU COURS AVEC $V(\infty) = 0$.

$$V(M) = V_A(M) + V_B(M) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} = \boxed{\frac{q}{2\pi\varepsilon_0\sqrt{a^2+y^2}}}$$

$$\vec{E}(M) = \vec{E_A}(M) + \vec{E_B}(M) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\Big[\underbrace{\underbrace{\vec{AM} + \vec{BM}}_{\vec{AO}+\vec{OM}+\vec{BO}+\vec{OM}}}_{2\vec{OM}}\Big]$$

$$2\vec{OM} = 2y\,\vec{e_y}$$

$$\boxed{\vec{E}(M) = \frac{q\,y}{2\pi\varepsilon_0 (a^2+y^2)^{3/2}}\,\vec{e_y}}$$

ON AURAIT PU UTILISER $\vec{E}(M) = -\frac{\partial V}{\partial y}\,\vec{e_y}$ MAIS DANGEREUX CAR PAS FACILE À JUSTIFIER

SI $y \gg a$ $\quad a^2 + y^2 \simeq y^2$ $\quad \underbrace{\vec{E}(M) \simeq \frac{(2q)}{4\pi\varepsilon_0 y^3}\,\vec{e_y}}$

COMME SI IL Y AVAIT LA CHARGE $(2q)$ EN O

**I.H.**

ⓐ $\vec{E} = -\vec{grad}(V(z)) = -\left[\underbrace{\frac{\partial V}{\partial x}}_{0}\vec{e_x} + \underbrace{\frac{\partial V}{\partial y}}_{0}\vec{e_y} + \underbrace{\frac{\partial V}{\partial z}}_{V'(z)}\vec{e_z}\right] = -V'(z)\,\vec{e_z}$

POUR RELIER $\vec{E}$ À $\rho$ : MAXWELL-GAUSS : $\mathrm{div}\,\vec{E} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0\varepsilon_r}$ (I a)

ⓑ LA CHARGE TOTALE EST NULLE.

ⓒ J'ÉCRIS $\vec{E} = E(z)\,\vec{e_z}$ $\Rightarrow$ (MG) DEVIENT $\boxed{E'(z) = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0\varepsilon_r}}$

IL NE RESTE PLUS QU'À INTÉGRER DANS LES 4 DOMAINES D'ESPACE.
ON COMMENCE PAR $z > d_2$ CAR ON A UNE CL FOURNIE.

$\boxed{z \geq d_2}$ $\rho = 0$ DONC $E'(z) = 0 \Rightarrow \boxed{E(z) = cte1 \overset{CL}{=} 0}$ *

$\boxed{0 \leq z \leq d_2}$ $\rho = \rho_2 < 0$ $E'(z) = \dfrac{\rho_2}{\varepsilon_0\varepsilon_r} \Rightarrow E(z) = \dfrac{\rho_2}{\varepsilon_0\varepsilon_r} z + cte2$

CONTINUITÉ DU CHAMP EN $z = d_2$ $\Longrightarrow \boxed{E(z) = \dfrac{\rho_2}{\varepsilon_0\varepsilon_r}(z - d_2)}$ *

$\boxed{-d_1 \leq z \leq 0}$ $\rho = \rho_1 > 0$ $E'(z) = \dfrac{\rho_1}{\varepsilon_0\varepsilon_r} \Rightarrow E(z) = \dfrac{\rho_1}{\varepsilon_0\varepsilon_r} z + cte3.$

CONTINUITÉ DU CHAMP EN $z = 0$ $\Rightarrow \boxed{E(z) = \dfrac{\rho_1 z}{\varepsilon_0\varepsilon_r} z - \dfrac{\rho_2 d_2}{\varepsilon_0\varepsilon_r}}$ *

$\boxed{z \leq -d_1}$ $\rho = 0 \Rightarrow E'(z) = 0 \Rightarrow \boxed{E(z) = cte4 = 0}$ *

CONTINUITÉ DU CHAMP EN $z = -d_1$ $\Rightarrow cte4 = \dfrac{-\rho_1 d_1 - \rho_2 d_2}{\varepsilon_0\varepsilon_r} = 0.$

ⓓ ON A $V'(z) = -E(z)$

$-d_1 \leq z \leq 0$ $\quad \hookrightarrow V(z) = \dfrac{-\rho_1 z^2}{2\varepsilon_0\varepsilon_r} + \dfrac{\rho_2 d_2}{\varepsilon_0\varepsilon_r} z + cte5$

CONTINUITÉ EN $z = 0$ ($cte5 = cte6$)

$0 \leq z < d_2$ $\quad \hookrightarrow V(z) = -\dfrac{\rho_2 z^2}{2\varepsilon_0\varepsilon_r} + \dfrac{\rho_2 d_2}{\varepsilon_0\varepsilon_r} z + cte6$

PUIS

$$u_0 = V(-d_1) - V(d_2) = \frac{1}{\varepsilon_0\varepsilon_r}\left[\underbrace{-\tfrac{1}{2}\rho_1 d_1^2 \underbrace{- \rho_2 d_1 d_2}_{+\rho_1 d_1^2}}_{\rho_1 \frac{d_1^2}{2}} + \underbrace{\frac{\rho_2 d_2^2}{2} - \rho_2 d_2^2}_{-\frac{\rho_2 d_2^2}{2} = +\frac{\rho_1 d_1 d_2}{2}}\right]$$

$\rho_1 d_1$ EN FACTEUR

$\hookrightarrow \boxed{u_0 = \dfrac{\rho_1 d_1}{2\varepsilon_0\varepsilon_r}(d_1 + d_2)}$

ⓔ LE MILIEU ÉTAIT NEUTRE ET DOIT LE RESTER $\Rightarrow \rho_1 d_1 + \rho_2 d_2 = 0.$

$\rho_1 = n_1 e \quad \rho_2 = -n_2 e.$

ON OBTIENT ALORS $d_1 = \left(\dfrac{n_2}{n_1}\right) d_2 \gg d_2$

DONC $\delta = d_1 + d_2 \simeq d_1$

$\longrightarrow \delta \simeq d_1 \simeq \sqrt{\dfrac{2\varepsilon_0\varepsilon_r u_0}{n_1 e}} \simeq 0{,}6\,\mu m$

**DIODE**

**Exercice IIA.**

1) $\rho_{mob} = (-e)\left(\frac{\mu N_A}{M}\right) \approx -9{,}410^9 C.m^{-3}$.

*Un métal n'est pas chargé en volume, la charge volumique des charges immobiles est l'opposée de celle des charges mobiles.*

2) $j = \frac{I}{S} = \frac{4I}{\pi d^2} \approx 127 kA.m^{-2}$.

*La loi d'ohm permet de calculer : $E=j/\gamma \approx 1{,}9\ 10^{-3}\ V.m^{-1}$.*

3)*On calcule la vitesse moyenne $v_{mob}$ des porteurs de charges par $j=\rho_{mob}.v_{mob}$.*

*D'où $v_{mob} \approx 13{,}5\ \mu m.s^{-1}$.*

*La vitesse instantannée d'un électron libre est de l'ordre du km/s.*

4)*de la valeur de E, on sort $U \approx 1{,}9 mV$ et $R \approx 0{,}019 \Omega$.*

**Exercice IIB.**

a)*Pour des raisons de symétrie, la zone est comprise entre –H/2 et +H/2. On veut une chute relative maximale de 2%, soit à la limite :* $R = \left(\frac{H}{2}\right)\left(\frac{144}{125*0{,}02}\right)^{1/4} \approx 5{,}5 m$.

b)*La valeur nominale du champ donne accès à :* $N = \frac{5\sqrt{5}RB_o}{8\mu_o I} \approx 30640 spires$.

c)*On a alors une longueur* $\ell = 2N * (2\pi R) \approx 2120 km$

d)*La résistance électrique est alors donné par :* $R_{el} = \frac{\ell}{\gamma s} \approx 8800\Omega$.

*Et la puissance consommée $P=R_{el}.I^2 \approx 88$ MW environ 1/15 de tranche de centrale nucléaire, consommée dans un volume de quelques $m^3$.*

*La réalisation pratique est absolument irréaliste.*

*Pour obtenir de cette manière des champs importants (id est ≈1T), on travaille en très basse température (≈qques K) avec des matériaux supraconducteurs (Résistance nulle).*

**Exercice IID.Calculs de conductivités :**

*solution décimolaire de nitrate d'argent* $Ag^+ + NO_3^-$. *On a* $[Ag^+] = [NO_3^-] = 100\ mol.m^{-3}$

*On calcule donc : $\gamma=[(5*10^{-3})+(7{,}6*10^{-3})]*100=1{,}26\ S.m^{-1}$.*

*Solution décimolaire de sulfate de disodium :* $2Na^+ + SO_4^{2-}$. *On a* $[Na^+] = 2[SO_4^{2-}] = 200\ mol.m^{-3}$

***Attention au facteur 2 qui apparaît pour la contribution de l'ion sulfate***

*On obtient :* $\gamma=5\cdot10^{-3}\cdot200 + 2\cdot8\cdot10^{-3}\cdot100= 2{,}6\ S.m^{-1}$.

*Pour l'eau pure, les seuls ions présents sont* $H_3O^+$ *et* $OH^-$. *Ils viennent de l'autoprotolyse de l'eau et sont en quantité égale . On note h leur concentration commune.*

*On calcule donc :* $h = \frac{\gamma}{\Lambda(H_3O^+)+\Lambda(OH^-)} \approx 10^{-4} mol.m^{-3}$.

*Les deux activités valent donc $10^{-7}$ et $K_E=10^{-14}$.*

***IIE)***

ACIDE CHLORHYDRIQUE : $H_3O^+ + Cl^-$

HYDROXYDE DE SODIUM : $Na^+ + OH^-$

REACTION DE DOSAGE : $\underline{H_3O^+ + OH^- = 2H_2O}$ → TOTALE.

| | | $H_3O^+$ | $OH^-$ |
|---|---|---|---|
| QUANTITÉ INITIALE | | $n_a = C_a V_a$ | $n_b = C_b V_b$ |
| ETAT FINAL : | $n_b < n_a$ | $n_a - n_b$ | $\varepsilon \ll n_b$ |
| | $n_b > n_a$ | $\varepsilon \ll n_a$ | $n_b - n_a$ |

$v_b < \frac{C_a V_a}{C_b} = V_{be}$

IONS SPECTATEURS : $Cl^-$ $n_a$ ; $Na^+$ $n_b$.

---

KOHLRAUSH ⇒

$$\gamma = \Lambda(H_3O^+)[H_3O^+] + \Lambda(OH^-)[OH^-] + \Lambda(Na^+)[Na^+] + \Lambda(Cl^-)[Cl^-]$$

$$\hookrightarrow F = (v_a + v_b)\gamma = \Lambda(H_3O^+)\, n(H_3O^+) + \Lambda(OH^-)\, n(OH^-) + \Lambda(Na^+)\, n(Na^+) + \Lambda(Cl^-)\, n(Cl^-)$$

---

AVANT L'EQUIVALENCE $v_b < \frac{C_a V_a}{C_b}$ $n_b < n_a$

$$F(v_b) = \Lambda(H_3O^+)(n_a - n_b) + \text{NEGLIGEABLE} + \Lambda(Na^+)\, n_b + \Lambda(Cl^-)\, n_a.$$

$$\simeq -[\Lambda(H_3O^+) - \Lambda(Na^+)]\, n_b + [\Lambda(Cl^-) + \Lambda(H_3O^+)]\, n_a$$

$$\simeq \underbrace{-[\Lambda(H_3O^+) - \Lambda(Na^+)]\, C_b}_{\Delta_1 < 0} v_b + cte$$

DROITE DE PENTE $\Delta_1 < 0$.

---

APRES L'EQUIVALENCE $v_b > \frac{C_a V_a}{C_b}$ $n_b > n_a$.

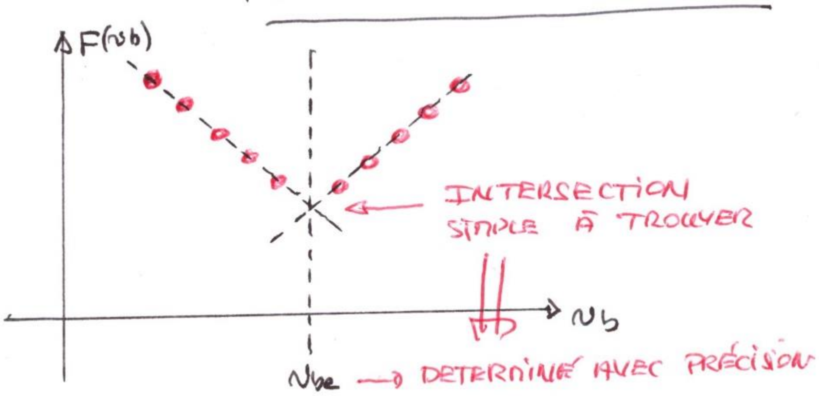
$$F(v_b) = \text{NEGLIGEABLE} + \Lambda(OH^-)(n_b - n_a) + \Lambda(Na^+)\, n_b + \Lambda(Cl^-)\, n_a$$

$$\simeq [\Lambda(OH^-) + \Lambda(Na^+)]\, n_b + cte'$$

$$\simeq \underbrace{[\Lambda(OH^-) + \Lambda(Na^+)]\, C_b}_{\Delta_2 > 0} v_b + cte'$$

DROITE DE PENTE $\Delta_2 > 0$

BILAN GRAPHIQUE :




COMPARER À LA pH-METRIE

***IIF)***

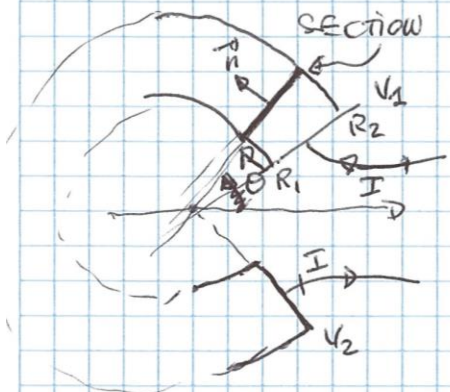
VOIR COURS POUR LE CALCUL DE LA RESISTANCE D'UN CONDUCTEUR CYLINDRIQUE USUEL.

DANS LE METAL (NON CHARGÉ $\rho = 0$), ON A :

$$\Delta V = 0 \qquad \vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\, V \qquad \vec{j} = \gamma \vec{E}$$

METHODE : ON TROUVE $V$, ON CALCULE $\vec{E}$ PUIS $\vec{j}$

PUIS $I$ PAR LE FLUX DE $\vec{j}$ À TRAVERS UNE SECTION DROITE $I = \iint \vec{j} \cdot \vec{n}\, dS$




DU FAIT DES SYMETRIES, ON UTILISE LES COORDONNÉES ~~POLAIRES~~ CYLINDRIQUE DE CENTRE O. ET $\vec{n} = \vec{e_\theta}$

$\boxed{\text{IL FAUT EVIDEMMENT LE FORMULAIRE}}$

ON REMARQUE $V(r \in [R_1, R_2],\ z \in [0\ h],\ \theta = 0) = V_1$

$V(r \in [R_1, R_2],\ z \in [0\ h],\ \theta = 2\pi - \alpha) = V_2$

ATTENTION AU CHOIX DE L'ORIGINE DES ANGLES

JE CHERCHE DONC $V(r) = V(\theta)$ DANS LA PIECE.

FORMULAIRE $\Rightarrow \Delta V = V''(\theta) = 0 \Rightarrow \boxed{V(\theta) = A\theta + B}$

$$\text{CL} \quad \left.\begin{array}{l} V(\theta = 0) = V_1 \\ V(\theta = 2\pi - \alpha) = V_2 \end{array}\right\} \Rightarrow B = V_1 \qquad A = \frac{V_2 - V_1}{2\pi - \alpha}$$

FORMULAIRE $\Rightarrow \vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\, V = -\frac{A}{r}\vec{e_\theta}$

$$I = \iint \vec{j} \cdot \vec{n}\, dS = \gamma \iint \underbrace{\vec{E}}_{-\frac{A}{r}\vec{e_\theta}} \cdot \underbrace{\vec{n}}_{\vec{e_\theta}}\, dS = -A\gamma \int_{z=0}^{h} \int_{r=R_1}^{R_2} \frac{1}{r}\, dr\, dz = -A\gamma h \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{R = \frac{V_1 - V_2}{I} = \frac{2\pi - \alpha}{\gamma h \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}}$$

LOI D'$\Omega$

**IIIA. Extrait Mines Ponts 2016 psi.**

I.1) À l'équilibre réalisé, le système formé des parties mobiles n'étant soumis qu'à son poids $\vec{P}$, qui s'applique en $G$ et la réaction de l'axe $\vec{R}$ en $O$, le théorème du moment cinétique appliqué en O dans le référentiel du laboratoire galiléen s'écrit :

$$\overrightarrow{OO} \wedge \vec{R} \; + \overrightarrow{OG} \wedge \vec{P} \; = \overrightarrow{OG} \wedge \vec{P} = \vec{0}$$

$\overrightarrow{OG}$ et $\vec{P}$ sont donc colinéaires et G est sur la verticale passant par O (Rem : l'énoncé initial disait en O).

I.2)Sur les parties en arc de cercle, la force de Laplace élémentaire est :

$$\overrightarrow{dF} = i\overrightarrow{d\ell} \wedge \vec{B} = \; idl\vec{u}_\theta \wedge B\vec{u}_z = iBdl\vec{u}_r$$

donc pointe vers O et son moment en O est donc nul.

I.3)Pour le moment de la force de Laplace à l'équilibre , on ne compte donc que la partie horizontale $A_3A_4$ et on écrit alors :

$$\overrightarrow{d\mathcal{M}}_{LAP} = \overrightarrow{OM} \wedge \left(i\overrightarrow{d\ell} \wedge \vec{B}\right) = x\vec{u}_x \wedge \; (idx\vec{u}_x \wedge B\vec{u}_z) = -iBxdx\vec{u}_z$$

Qu'on intègre de $A_3\left(x = d_1 + \frac{\ell}{2}\right)$ à $A_4\left(x = d_1 - \frac{\ell}{2}\right)$. On obtient :

$$\vec{\mathcal{M}}_{LAP} = iB\ell d_1\vec{u}_z$$

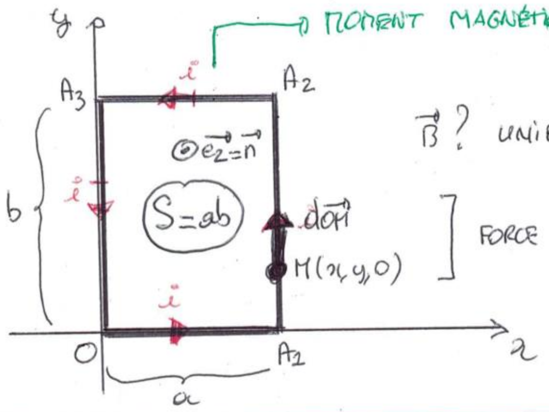
A l'équilibre , le moment total des forces est nul. Compte-tenu du résultat de la question I.1, le moment des forces de Laplace équilibre le moment de la masse m ajouté, ce qui en norme va donner :

$$iB\ell d_1 = mgd_2 \qquad soit \qquad B = \frac{mgd_2}{i\ell d_1}$$

I.4)De la relation précédente, on obtient : $\delta B = \left(\frac{gd_2}{i\ell d_1}\right)\delta m = 1mT$

On ne pourra donc pas mesurer le champ magnétique terrestre 10 fois plus faible. Par contre, on pourra le faire avec un aimant permanent puissant de l'ordre du T.

**IIIB. Moment magnétique d'une spire et couple de force.**




$\vec{B}$ ? UNIFORME NON CONNU $\vec{B}(B_x, B_y, B_z)$

FORCE DE LAPLACE ELEMENTAIRE $\vec{dF} = i\, d\vec{OM} \wedge \vec{B}$

FORCE DE LAPLACE TOTALE

IL FAUT INTEGRER $\vec{dF}$ SUR LE CONTOUR : $\Gamma : O \to A_1 \to A_2 \to A_3 \to O$.

$$\vec{F} = \oint_{\text{CONTOUR FERMÉ}} \vec{dF} = \oint i\, d\vec{OM} \wedge \vec{B} = i \underbrace{\left[\oint d\vec{OM}\right]}_{[\vec{OM}]_O^O = \vec{0}} \wedge \vec{B}$$

CAR $\vec{B}$ CONSTANT

$\Rightarrow$ LA FORCE DE LAPLACE EST NULLE

COUPLE DE LA FORCE DE LAPLACE

COMME LA FORCE TOTALE EST NULLE, LE MOMENT DE LA FORCE PAR RAPPORT À UN POINT P NE DÉPEND PAS DU POINT P.
(Cf COURS MECA DU SOLIDE)
$\Rightarrow$
ON PREND LE POINT P QU'ON VEUT ICI $\boxed{P = O}$

$$\mathcal{M}_{F/O} \longrightarrow \vec{\Gamma}$$

MOMENT ELEMENTAIRE $\quad d\vec{\Gamma} = \vec{OM} \wedge \vec{dF} = i\, \vec{OM} \wedge (d\vec{OM} \wedge \vec{B})$

$\vec{OM}(x, y, 0)$ , $d\vec{OM}(dx, dy, 0)$ $\quad \vec{B}(B_x, B_y, B_z)$

$$d\vec{OM} \wedge \vec{B} = \begin{vmatrix} dx \\ dy \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} B_z\, dy \\ -B_z\, dx \\ B_y\, dx - B_x\, dy \end{vmatrix}$$

puis : $\vec{OM} \wedge (d\vec{OM} \wedge \vec{B}) = \begin{vmatrix} x \\ y \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} B_z\,dy \\ -B_z\,dx \\ B_y\,dx - B_x\,dy \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} yB_y\,dx - yB_x\,dy \\ x\cancel{B_x}\,dy - xB_y\,dx \\ B_z(x\,dx + y\,dy) \end{vmatrix}$

---

MAINTENANT INTEGRATION SUR LES QUATRE SEGMENTS
puis × par $i$

$\boxed{\text{DE } O \longrightarrow A_1}$ $\quad y = 0 \quad x : 0 \longrightarrow a$
$dy = 0$

$\vec{OM} \wedge (d\vec{OM} \wedge \vec{B}) = \begin{vmatrix} 0 \\ -B_y\,x\,dx \\ -B_z\,x\,dx \end{vmatrix} \Longrightarrow \vec{C1} = -\frac{a^2}{2} \begin{vmatrix} 0 \\ +B_y \\ +B_z \end{vmatrix}$

$\boxed{\text{DE } A_1 \longrightarrow A_2}$ $\quad x = a \quad y : 0 \longrightarrow b$
$dx = 0$

$\vec{OM} \wedge (d\vec{OM} \wedge \vec{B}) = \begin{vmatrix} -B_x\,y\,dy \\ a\,B_x\,dy \\ -B_z\,y\,dy \end{vmatrix} \Longrightarrow \vec{C2} = \begin{vmatrix} -B_x\frac{b^2}{2} \\ (ab)\,B_x \\ -B_z\frac{b^2}{2} \end{vmatrix}$

$\boxed{\text{DE } A_2 \longrightarrow A_3}$ $\quad y = b \quad x : a \longrightarrow 0.$
$dy = 0$

$\vec{OM} \wedge (d\vec{OM} \wedge \vec{B}) = \begin{vmatrix} b\,B_y\,dx \\ -B_y\,x\,dx \\ -B_z\,x\,dx \end{vmatrix} \Longrightarrow \vec{C3} = \begin{vmatrix} -a\,b\,B_y \\ +B_y\frac{a^2}{2} \\ +B_z\frac{a^2}{2} \end{vmatrix}$

$\boxed{\text{DE } A_3 \longrightarrow A_4}$ $\quad x = 0 \quad y : b \longrightarrow 0 \Longrightarrow \vec{C4} = \begin{vmatrix} B_x\frac{b^2}{2} \\ 0 \\ +B_z\frac{b^2}{2} \end{vmatrix}$
$dx = 0$

D'où $\vec{\Gamma} = i \begin{vmatrix} -ab\,B_y \\ +ab\,B_x \\ 0 \end{vmatrix} = iS \begin{vmatrix} -B_y \\ B_x \\ 0 \end{vmatrix} = iS \underbrace{\begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}}_{\vec{e_z}} \wedge \underbrace{\begin{vmatrix} B_x \\ B_y \\ 0 \end{vmatrix}}_{\vec{B}} = \underbrace{iS\,\vec{e_z}}_{\vec{M}} \wedge \vec{B} = \vec{M} \wedge \vec{B}$

***IIID)Sonde à effet Hall.***

*1)*$\vec{j} = +nq\vec{v}$.

*2)Les charges mobiles sont déviées vers le haut ou vers le bas selon leur signe, ce qui conduit à la formation de zones chargées de signes opposés en y=-L/2 et y=L/2 : ceci est un condensateur. On a donc création d'un champ électrique selon l'axe Oy.*

*A l'équilibre mécanique, les effets électrique et magnétique se compensent ce qui donne :*

$$\vec{E} + (\vec{v} \wedge \vec{B}) = \vec{0}$$

*On sort alors :* $\vec{E} = -\vec{v} \wedge \vec{B} = \frac{\vec{j}}{nq} \wedge \vec{B} = \frac{jB}{nq}\vec{e}_y$

*On utilise alors :* $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}(V)$ *en projection sur les trois axes. Les dérivées partielles de V selon x et z sont bulles donc V dépend seulement de y et on peut utiliser des dérivées droites :*

$$\frac{dV}{dy} = -\frac{jB}{nq} \text{ donc } V(y) = -\frac{jB}{nq}y + Cte$$

*3)On calcule maintenant :* $V_H = V(L/2) - V(-L/2) = \left(-\frac{1}{nq}\right)\frac{IB}{h}$

*4)Le signe de* $V_H$ *indique le signe des porteurs de charges dans le matériau , pas forcément négatif. Dans les semi-conducteurs, la conduction est assurée par des "trous" chargés positivement.*

*5a)*

*Pour un métal, on calcule* $C_H=10^{-10}$ *SI.*

*Pour le semi-conducteur cité, on obtient* $C_H=-3\ 10^{-4}$ *SI, 1 million de fois plus élevé.*

*A champ magnétique donné, la tension aux bornes d'un métal sera* $10^6$ *fois plus faible que dans un semi-conducteur. On n'arrivera pas à la mesurer.*

*5b)Pour h=1mm, on calcule* $|V_H|=30mV$*. Si on prend une épaisseur 10 fois plus faible, on mesurera une tension 10 fois plus forte.*

*On prend donc comme matériau détecteur un semi-conducteur en forme de ruban de très faible épaisseur.*