

**PSI2. DL n°3.****Ph1. Sciences physiques et informatique.**

1)  $c = \sqrt{\frac{T_0}{\mu}}$  expliquer évidemment.

2)  $L=(N-1)a$

3) On ajoute  $f(z_0 + h)$  et  $f(z_0 - h)$  ce qui donne :

$$f(z_0 + h) + f(z_0 - h) = 2f(z_0) + h^2 f''(z_0) + o(h^3)$$

Et on sort alors :

$$f''(z_0) = \frac{f(z_0 + h) + f(z_0 - h) - 2f(z_0)}{h^2} + o(h)$$

4) On prend la dérivée seconde spatiale en  $x=na, t=k\tau$  soit  $(n,k)$  avec le pas  $h=a$  :

$$\left(\frac{\partial^2 y}{\partial z^2}\right)(n, k) \approx \frac{y[n+1, k] + y[n-1, k] - 2y[n, k]}{a^2}$$

On prend la dérivée seconde temporelle en  $x=na, t=k\tau$  soit  $(n,k)$  avec le pas  $h = \tau$  :

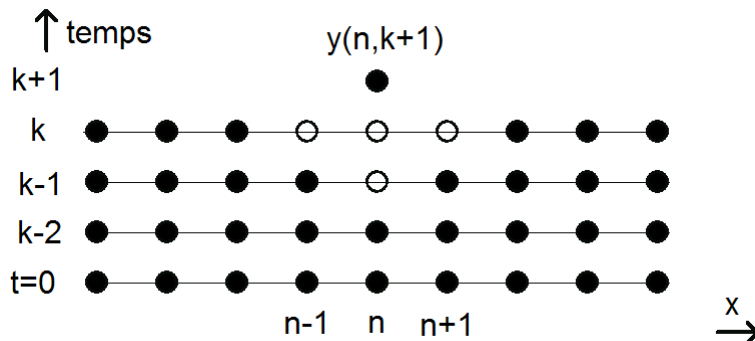
$$\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right)(n, k) \approx \frac{y[n, k+1] + y[n, k-1] - 2y[n, k]}{\tau^2}$$

Les deux dérivées étant évaluées au même point, on reporte ces deux expressions dans l'équation d'onde, on réarrange l'ordre des termes et on obtient la formule proposée .

5) Si  $kt$  représente le présent, alors  $(k-1)\tau$  représente le passé et  $(k+1)\tau$  est le futur.

Si je connais l'ébranlement aux deux premiers instants (conditions initiales), alors je peux calculer l'ébranlement au troisième instant et continuer la récurrence SAUF aux deux points extrêmes de la corde où la formule ne marche pas. Il faut donc trouver autre chose pour les calculer : ce sont les conditions aux limites.

Pour calculer le point supérieur, il faut connaître les quatre points blancs :



Donc, pour calculer une ligne, il faut connaître les deux lignes précédentes. Il faudra donc donner comme CI les deux premières lignes. D'autre part, cette formule ne permet pas de calculer les points extrêmes  $n=0$  et  $n=N-1$ . Il faudra les imposer : ce sont les conditions aux limites CL.

On remarque que le processus ne touche qu'aux points adjacents. Si seul le point  $n^{\circ}100$  est non nul, alors au bout d'une itération seuls les points 99, 100 et 101 peuvent être non nuls, et on décale d'un point à chaque itération : sur  $\tau$ , le calcul ne peut avancer que de la distance  $a$ , donc la vitesse numérique vaut :  $v_{num} = \frac{a}{\tau}$

Si  $v_{num} < c$ , l'onde physique va plus vite que le calcul numérique, ce qui va forcément poser des problèmes. Vous pouvez essayer, le processus diverge. Comme quoi le monde est bien fait.

6) Pour  $\tau = \tau_p = \frac{a}{c}$ , la formule devient :

$$y[n, k+1] = y[n+1, k] + y[n-1, k] - y[n, k-1]$$

Et tous les paramètres disparaissent. Id est : on n'a pas besoin de les connaître.

On obtient de plus :  $v_{num} = c$ . On ne peut pas aller plus vite, donc on ne pas prendre  $\tau > \tau_p$ .

7) On a justement pris  $\tau = \tau_p$  et on remarque qu'aucune caractéristique de la corde n'apparaît.

8) On calcule le futur (donc un tableau) et on a besoin du présent et du passé donc encore deux tableaux.

9) Les points extrêmes sont initialement mis à 0 lors de la déclaration des tableaux et ils y restent donc on n'a plus besoin de les calculer dans les itérations.

10) Pour ??2 et ??3, il suffit de permuter les indices dans le sens  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$

Les lignes :

for p in range(200,301):

T1[p]=50-abs(p-250)

for p in range(200,301):

T2[p]= ??1

Déclarent les points non nuls de la corde à l'instant  $t = 0$  pour T1 et à l'instant  $\tau$  pour T2.

Si on veut une OPP +, il faut décaler les points non nuls de 1 vers la droite

for p in range(201,302):

T2[p]= 50-abs(p-251)

Si on veut une OPP -, il faut décaler les points non nuls de 1 vers la gauche

for p in range(199,300):

T2[p]= 50-abs(p-249)

Si on ne veut favoriser aucun sens, on répète l'état initial :

for p in range(200,301):

T2[p]=50-abs(p-250)

ET on fait tourner les trois cas. Cela marche très très bien, éventuellement en 2 étapes si Python ne veut pas lire tout le script d'un coup. Vous pouvez aussi chercher ce qui ne va pas dans le script.

## **Ph2. Electromagnétisme. Exemple d'ARQS électrique.**

### **Le condensateur. Extrait ATS 2006.**

$$5.1) \sigma = \frac{Q}{\pi a^2}$$

$$5.2) \text{On a } \vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{e}_z \text{ entre les deux armatures, nul ailleurs.}$$

5.3) Sous forme différentielle,  $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}(V)$  donne  $dV = -\vec{E} \cdot d\overrightarrow{OM}$  qu'on intègre de  $z=0$  à  $z=e$ .  
On obtient :  $V_1 - V_2 = \frac{\sigma e}{\epsilon_0} = \left(\frac{e}{S\epsilon_0}\right) \cdot Q = \frac{Q}{C}$

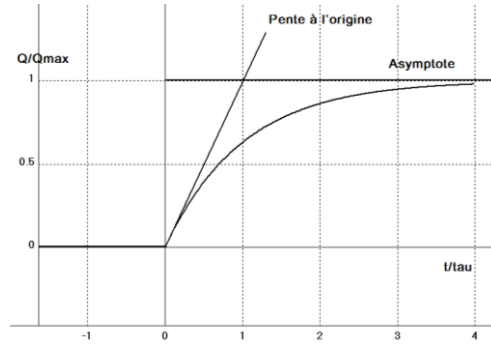
$$5.4) \text{La fin du calcul précédent donne : } C = \left(\frac{S\epsilon_0}{e}\right).$$

$$5.5) W_p = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C} \text{ qu'on réécrit sous la forme finale : } W_p = \frac{\epsilon_0}{2} \left(\frac{\sigma}{\epsilon_0}\right)^2 \times (S \cdot e) = \frac{\epsilon_0}{2} (E)^2 \times \text{Volume}$$

On retrouve alors la densité volumique d'énergie électrique  $u_e = \epsilon_0 E^2 / 2$ .

6.1) LDM  $\rightarrow Q + \tau \dot{Q} = CU_0$ . On intègre en tenant compte de la continuité de la charge du condensateur vis-à-vis du temps ( $Q(0^+) = Q(0^-) = 0$ ). On obtient :  $Q(t) = CU_0 \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)$ .

6.2)  $\tau$  est un temps. La représentation graphique de  $Q(t)$  est la suivante :



**6.3)** Pendant  $dt$ , le générateur fournit la charge  $dQ=idt$  sous la tension  $U_0$ . L'énergie fournie est donc  $dW_1=U_0.i.dt=U_0dQ$  qu'on peut intégrer de l'état initial ( $Q=0$ ) à l'état final ( $Q=CU_0$ ) et on obtient  $W_1=CU_0^2$ .

L'énergie emmagasinée dans  $C$  est  $W_2=CU_0^2/2$  soit  $W_1/2$ . Par conservation de l'énergie, on en déduit que l'énergie consommée par la résistance  $R$  est donc  $W_3=W_1-W_2=CU_0^2/2$ .

**6.4)** On calcule :  $\sigma(t) = \frac{\epsilon_0 U_0}{e} (1 - e^{-t/\tau})$  puis  $\vec{E}(t) = \frac{U_0}{e} (1 - e^{-t/\tau}) \vec{e}_z$

**6.5)** Dans l'espace inter-armatures, le courant de conduction est nul, ce qui simplifie l'écriture de la relation.

On calcule à partir de la réponse précédente :  $\vec{j}_D(t) = \frac{\epsilon_0 U_0}{e\tau} e^{-t/\tau} \vec{e}_z$ .

**6.6)** Quand on passe de la forme locale à la forme intégrée, on obtient ici :

$$\oint_{\text{courbe orientée}} \vec{B} \cdot d\vec{OM} = \mu_0 \iint_{\text{surface orientée}} \vec{j}_D \cdot \vec{n} \cdot dS$$

**6.7)** On considère un point  $M$ . On prend le plan contenant l'axe  $Oz$  et passant par  $M$ . Ce plan est un plan de symétrie physique pour le système de courants, donc le champ magnétique en  $M$  est orthogonal à ce plan, donc selon  $\vec{u}_\theta$ . Donc :  $\vec{B}(M) = B(M)\vec{u}_\theta = B(r, \theta, z)\vec{u}_\theta$

On a ensuite invariance du système de courant par translation selon  $Oz$  et rotation d'axe  $Oz$ . Donc  $B(M)$  ne dépend ni de  $z$  ni de  $\theta$ . On a l'écriture proposée.

**6.8)** Théorème d'Ampère sur le cercle de rayon  $r$  d'axe  $Oz$ . Le courant intérieur est  $j \cdot \pi r^2$ . La circulation du champ sur le cercle est  $2\pi r B(r)$ . On obtient :  $B(r) = \frac{1}{2} \mu_0 j r$ .

**6.9)** Il s'agit tout simplement de la combinaison des résultats des questions 6.6 ; 6.7 et 6.8.

**6.10)**  $\vec{\Pi} = \vec{E} \wedge \frac{\vec{B}}{\mu_0}$ .

**6.11)** Simple calcul avec les expressions précédentes et  $r=a$ .

**6.12)** Ecrivons  $\vec{\Pi}(r = a, t) = -\Pi(t)\vec{u}_r$ .

Soit le cylindre de rayon  $a$  entre les deux armatures. Le vecteur unitaire sortant est  $\vec{u}_r$  et la puissance sortant à travers la surface  $dS$  est :

$$dP_{\text{ext}} = \vec{\Pi}(r = a, t) \cdot \vec{u}_r \cdot dS = -\Pi(t)\vec{u}_r \cdot \vec{u}_r dS = -\Pi(t)dS$$

et la puissance totale sortante est donc  $P_{\text{ext}} = -\Pi(t) \cdot S = -\Pi(t) \cdot [2\pi a e]$ .

**6.13)** On en déduit alors la puissance entrante  $P_{\text{int}} = -P_{\text{ext}}$ .

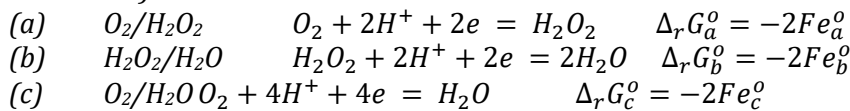
L'énergie entrante pendant l'intervalle de temps  $dt$  est donc  $dW_{\text{int}} = P_{\text{int}} dt$ . Pour obtenir l'énergie totale entrante par la surface latérale, il faut intégrer sur toute la charge du condensateur soit de  $t=0$  à  $t \rightarrow +\infty$ . Et, Oh miracle, on trouve  $W_{\text{int}} = W_2$ .

Il semblerait donc que l'énergie stockée dans le condensateur soit entrée par la surface latérale du condensateur.

**Ch1.**

1.1) En admettant un no de +I pour H, on trouve -I pour O, intermédiaire entre les molécules H<sub>2</sub>O et O<sub>2</sub>.

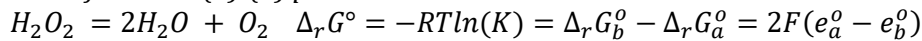
1.2)



Or (c)=(a)+(b) donc : Δ<sub>r</sub>G<sub>c</sub><sup>o</sup> = Δ<sub>r</sub>G<sub>a</sub><sup>o</sup> + Δ<sub>r</sub>G<sub>b</sub><sup>o</sup>

On remplace et on sort : e<sub>a</sub><sup>o</sup> = 2e<sub>c</sub><sup>o</sup> - e<sub>b</sub><sup>o</sup> = 0,69V

1.3) A l'analyse des trois valeurs numériques, l'eau oxygénée est à la fois l'oxydant le plus fort et le réducteur le plus fort. On fait alors (b)-(a) pour obtenir la relation de DISMUTATION de l'eau oxygénée :



Pour obtenir la constante, on utilise la relation ci-dessus à 25°C ou on utilise e<sub>a</sub>=e<sub>b</sub> à l'équilibre.

Dans les deux cas, on obtient :

$$K = 10^{\frac{2F(e_b^\circ - e_a^\circ)}{0,06}} = 10^{36} \gg 1$$

On peut donc considérer la réaction comme totale.

A l'équilibre à l'air libre, l'activité de l'eau est 1, celle du dioxygène est 0,2. On obtient :

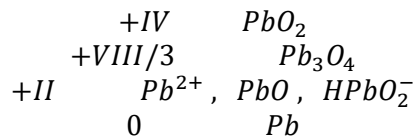
$$[H_2O_2]_{eq} \approx 4,5 \cdot 10^{-19} \text{ mol/L}$$

La réaction observée est donc une dismutation. Si on peut acheter de l'eau oxygénée dans le commerce, c'est parce que cette réaction est très lente à notre échelle de temps.

**Ch2.ccp 2019 psi.**

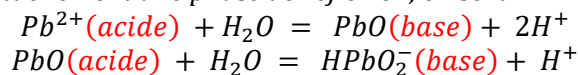
1)

Après analyse et réorganisation, on obtient selon les no décroissants :



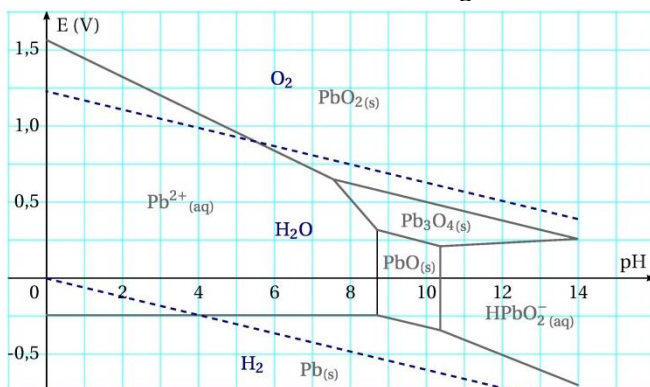
2)

Donc, Pb en bas, Pb<sup>2+</sup>, PbO, HPbO<sub>2</sub><sup>-</sup> juste au-dessus, PbO<sub>2</sub> en haut, Pb<sub>3</sub>O<sub>4</sub> dans le dernier espace libre. Reste à gérer le niveau +II ; après éventuellement une phase de réflexion, on sort :



DONC :

Pb<sup>2+</sup> à gauche, PbO au milieu, HPbO<sub>2</sub><sup>-</sup> à droite



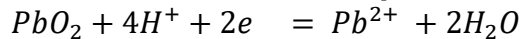
3) Voir ci-dessus pour le placement des droites et les espèces stables.

A l'air libre, un point au-dessus de la demi-droite 2 correspond à une pression d'équilibre de O<sub>2</sub> supérieure à 1 bar, ce qui n'est pas possible donc l'équilibre n'est jamais atteint et l'eau disparaît.

4) En milieu acide, les zones de stabilité sont légèrement disjointes, l'eau attaquera faiblement Pb pour former Pb<sup>2+</sup> et H<sub>2</sub>.

Dès pH=4, les zones de stabilité se recouvrent. Le plomb et l'eau cohabitent sans pb.

5) Il s'agit de la frontière entre  $PbO_2$  et  $Pb^{2+}$ . La demi-équation électronique s'écrit :



Pour l'aspect empirique, il nous faut deux points de ce segment. Il faut même être relativement précis.

Par exemple  $(0 ; \frac{87}{84} \times 1,5)$  et  $(7 ; \frac{40}{84} \times 1,5)$

On évalue la pente par  $\Delta \approx \frac{1,5}{84} \times \frac{87-40}{7} = -0,12 V^{-1}$  avec une excellente précision.

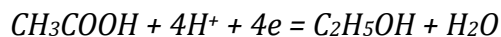
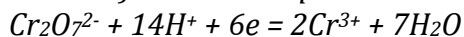
Pour l'aspect théorique, on écrit maintenant la loi de Nernst en faisant ressortir l'influence du pH :

$$e = e^\circ + \frac{0,06}{2} \log \left( \frac{1 \cdot a(H^+)^4}{a(Pb^{2+})} \right) = e^\circ - 0,12pH - 0,03 \log(a(Pb^{2+}))$$

Soit une pente de  $-0,12 V$  par unité pH.

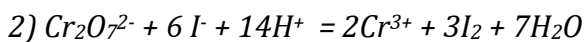
### **Ch3. ccp 2011 ou 2019 psi.**

1) Les deux couples sont :



et la réaction est :  $2 Cr_2O_7^{2-} + 3 C_2H_5OH + 16H^+ = 4 Cr^{3+} + 3 CH_3COOH + 11 H_2O$

Compte tenu de ce qu'affirme l'énoncé, elle a lieu dans le sens direct et elle est considérée totale. On ne peut pas la vérifier quantitativement car il manque un potentiel standard.



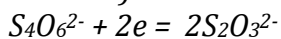
Le bichromate est l'oxydant le plus fort, et l'ion iodure le réducteur le plus fort, donc ils réagissent ensemble. La différence entre les deux potentiels standard est de  $0,79V$ , donc la constante d'équilibre est gigantesque et on peut considérer la réaction comme quasi-totale.

Si on veut être quantitatif, on peut calculer la constante d'équilibre en écrivant l'égalité des deux potentiels d'oxydo-réduction à l'équilibre en utilisant la loi de Nernst :

On obtient :

$$K_2 = 10^{\frac{6}{0,06}(e_3^\circ - e_1^\circ)} = 10^{79} \gg 1$$

3) Les deux couples sont :



La réaction peut aussi être considérée comme totale du fait de la différence des deux potentiels standards. Quantitativement, on obtient :

$$K_3 = 10^{\frac{2}{0,06}(e_1^\circ - e_2^\circ)} \approx 10^{15} \gg 1$$

4.1)  $n_0(Cr_2O_7^{2-}) = 0,238 \text{ mmol}$ .

4.2) On utilise l'équivalence de la réaction 2.3,  $n(I_2 \text{ formé}) = 0,375 \text{ mmol}$ .

4.3) Le diiode précédemment dosé avait consommé  $0,375/3 = 0,125 \text{ mmol}$  de  $Cr_2O_7^{2-}$ . Donc la consommation de l'éthanol par 2.1 a consommé  $(0,238 - 0,125) = 0,113 \text{ mmol}$  de  $Cr_2O_7^{2-}$ , ce qui correspond à  $0,17 \text{ mmol}$  d'éthanol.

4.4) La concentration molaire d'éthanol dans le sang est donc de  $0,017 \text{ mol.L}^{-1}$ . La masse molaire de l'éthanol est  $M = 46 \text{ g.mol}^{-1}$ , ce qui fait une concentration massique de  $780 \text{ mg.L}^{-1}$  supérieur au taux légal.