I Intégrales à paramètres

1. Théorème de continuité (avec domination sur tout segment) et théorème de convergence dominée à paramètre continu

2. Théorèmes de dérivation : classe $\mathcal{C}^1$ puis $\mathcal{C}^k$ (avec domination sur tout segment)

II Espaces préhilbertiens réels

1. Espaces préhilbertiens réels

a) produit scalaires, identités remarquables ($\|u \pm v\|^2$) et identités de polarisation, inégalités de Cauchy-Schwarz et inégalité triangulaire, cas d'égalités. Exemples à connaître : produits scalaires canoniques sur $\mathbb{R}^n$, $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ et $(f,g) \mapsto \displaystyle\int_a^b f(t)g(t)\,\mathrm{d}t$ sur $\mathcal{C}^0([a,b],\mathbb{R})$.

b) Orthogonalité : vecteurs orthogonaux, unitaires, famille orthogonale, orthonormale, liberté d'une famille orthogonales de vecteurs non nuls, théorème de Pythagore, sous-espaces orthogonaux, somme directe orthogonale de sev, orthogonal d'une partie quelconque, propriétés ($X^\perp$ est un sev, $X^\perp = \text{Vect}\{X\}^\perp$, $X \subset Y \Rightarrow Y^\perp \subset X^\perp$, $X \cap X^\perp \subset \{0\}$ et $X \subset \left(X^\perp\right)^\perp$)

2. Espaces euclidiens

a) Bases orthonormée, procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt, base adaptée à une somme directe orthogonale, expression du produit scalaire et de la norme dans une base orthonormée.

b) Formes linéaires et hyperplans : représentation d'une forme linéaire ($a \in E \mapsto (a|.)$ est un isomorphisme de E sur $\mathcal{L}(E,\mathbb{R})$), vecteur normal à un hyperplan, équation cartésienne dans une base orthonormale d'un hyperplan.

c) Projecteurs orthogonaux : supplémentaire orthogonal d'un sev de dimension finie dans un espace préhilbertien, dimension du supplémentaire orthogonal dans un espace euclidien, expression de la projection orthogonale sur F de dimension finie à l'aide d'une base orthonormée de F, distance à un sev de dimension finie (atteinte en un point unique), cas des droites et des hyperplans (dont on connait un vecteur normal).

À suivre : les séries entières