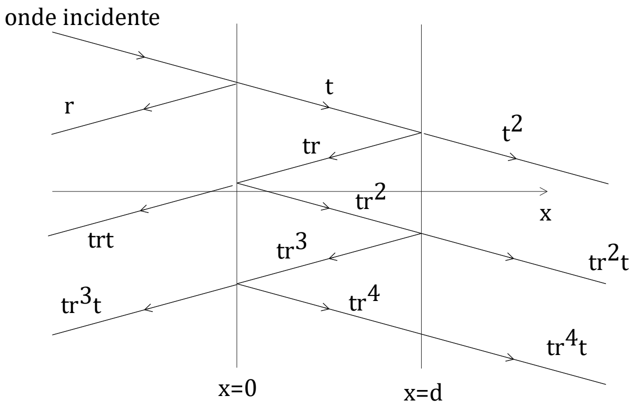
Exercice I.

1)*A chaque interface, on a réflexion transmission et il va en fait y avoir une infinité d'ondes transmises et réfléchies. Pour illustrer ce phénomène, on a incliné l'onde pour montrer les réflexions transmissions successives :*



$v_o.exp[j(\omega t - k_1 x)]\vec{e}_x$ *est l'onde incidente.*
$pv_o.exp[j(\omega t + k_1 x)]\vec{e}_x$ *est la somme r+trt+tr³t+…*
$\vec{v} = av_o.exp[j(\omega t - k_2 x)]\vec{e}_x$ *est la somme t+tr²+tr⁴+…*
$bv_o.exp[j(\omega t + k_2 x)]\vec{e}_x$ *est la somme tr+tr³+tr⁵+…*
$qv_o.exp\left[j\left(\omega t - k_3(x-d)\right)\right]\vec{e}_x$ *est la somme t²+tr²t+tr⁴t+…*

En utilisant la notion d'impédance avec les OPPH, on obtient les champ de pression suivants :
Milieu 1 : $p = Z_1\{v_o.exp[j(\omega t - k_1 x)] - pv_o.exp[j(\omega t + k_1 x)]\}$
Milieu 2 : $p = Z_2\{av_o.exp[j(\omega t - k_2 x)]\vec{e}_x - bv_o.exp[j(\omega t + k_2 x)]\}$
Milieu 3 : $p = Z_3 qv_o.exp\left[j\left(\omega t - k_3(x-d)\right)\right]$

Pour i entre 1 et 3, on a $k_i=\omega/c_i$.
On doit avoir équilibre mécanique de l'interface de masse nulle, donc la force appliquée doit être nulle, d'où égalité des pressions amont et aval de l'interface.
L'interface doit rester stable donc les vitesses amont et aval de l'interface doivent être identiques.

2)*a)*
Continuité de la vitesse en x=0 : $\vec{v}(x=0^-) = \vec{v}(x=0^+)$
donc : $1 = a + b$
Continuité de la pression en x=0 : $p(x=0^-) = p(x=0^+)$
donc : $Z_1 = Z_2(a-b)$
Continuité de la vitesse en x=d : $\vec{v}(x=d^-) = \vec{v}(x=d^+)$
donc : $a.exp(-jk_2 d) + b.exp(+jk_2 d) = q$
Continuité de la pression en x=d : $p(x=d^-) = p(x=d^+)$
donc : $Z_2\{a.exp(-jk_2 d) - b.exp(+jk_2 d)\} = Z_3 q$

b)Les deux premières équations permettent de sortir a et b ce qui donne :

$$a = \frac{Z_2+Z_1}{2Z_2} \qquad b = \frac{Z_2-Z_1}{2Z_2}$$

c)On multiplie les deux dernières équations par $xp(+jk_2 d)$ *, on remplace les expressions de a et de b. On divise alors l'une par l'autre, ce qui élimine q. On peut alors sortir* $exp(+2jk_2 d)$ *:*

$$exp[2jk_2 d] = \frac{(Z_1+Z_2)(Z_3-Z_2)}{(Z_1-Z_2)(Z_3+Z_2)}$$

d)Il faut maintenant traiter la relation précédente. La partie droite est purement réelle alors que la partie gauche est une exponentielle complexe dont les valeurs réelles ne peuvent être que +1 ou -1.
La solution +1 donne $Z_1=Z_3$ *. Dans ce cas, même sans milieu 2, il n'y a pas d'onde réfléchie. Ce cas n'a aucun intérêt physique.*
La solution -1 donne : $Z_2 = \sqrt{Z_1 Z_3} \approx 26000\ SI$.
On doit aussi avoir $exp[2jk_2 d] = -1$ *soit* $cos[2k_2 d] = -1$ *soit* $2k_2 d = \pi + 2n\pi$ *avec n entier.*

La pulsation ω apparaît dans $k_2=\omega/c_2$ donc l'extinction de l'onde réfléchie ne se fera que pour un ensemble discret de pulsations.

e)On peut aussi utiliser la même méthode pour les ondes électromagnétiques. Citer quelques exemples d'applications et leurs limites éventuelles.
Furtivité anti-radar pour les avions. Cette méthode ne marche que pour certaines fréquences, donc il suffira pour l'opérateur radar de changer de temps en temps la fréquence d'émission du radar.
En lunetterie, traitement anti-reflet qui permet de cacher l'épaisseur du verre. Ne marche aussi que pour certaines couleurs (généralement une seule dans le visible, donc on éteint la couleur jaune correspondant au max de sensibilité de l'oeil) et seulement en incidence normale.

<u>Exercice II page 1.</u>

***1)**Pour la conduite des calculs, je définis la variable intermédiaire : $\alpha = \frac{\beta\omega}{c^2} \ll 1$.*
On reporte la forme proposée dans l'équation fournie, et on sort :

$$k^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \cdot \frac{1}{1+j\alpha} = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \cdot \frac{1-j\alpha}{1+\alpha^2} \approx \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \cdot (1-j\alpha) \text{ ordre 1 en } \alpha$$

En développant k^2, on obtient :

$$k_1^2 - k_2^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \quad et \quad 2k_1k_2 = \alpha\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \ll \left(\frac{\omega}{c}\right)^2$$

On a ici un système de 2 équations à 2 inconnues mais non linéaire. Résolution difficile si on ne prend pas la bonne approximation soit ici $k_2 \ll k_1$, et on sort alors :

$$k_1 \approx \frac{\omega}{c} \quad et \quad k_2 \approx \frac{\alpha}{2}\left(\frac{\omega}{c}\right) = \frac{\alpha}{2}k_1 \ll k_1 \qquad OK$$

***2)**En supposant p_o réel, on sort en gardant k_1 et α :*

$$p(x,t) = p_o cos(\omega t - k_1 x) \cdot exp\left(-\frac{\alpha}{2}k_1 x\right)$$

La partie réelle de k est lié à la propagation, sa partie imaginaire à l'absorption de l'onde par l'air. Du fait de la valeur de α, l'onde est peu absorbée sur une longueur d'onde; on verra donc un grand nombre d'oscillations d'amplitude lentement décroissante.

***3)**La vitesse de phase est la vitesse de propagation du son dans l'air sans absorption qui est une constante indépendante de la pulsation de l'onde. Il n'y a pas de dispersion (à l'ordre 1 en α).*

***4)**Si on veut limiter l'absorption, il faut α le plus faible possible, donc il convient de prendre les fréquences les plus faibles possibles.*

<u>Exercice IV. ccp psi 2009. Question B4.</u>

Début sans aucun problème.
Si on veut une propagation selon les x croissant, il faut k_1 STRICTEMENT positif.
On reporte l'expression de <u>k</u> dans la relation de dispersion et on extrait parties réelle et imaginaire:

$$k_1^2 - k_2^2 + \sigma k_2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \qquad et \quad 2k_1k_2 = \sigma k_1$$

On peut maintenant simplifier par k_1 et on obtient l'expression demandée pour k_2. On reporte le résultat dans la première relation : $k_1^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \frac{\sigma^2}{4}$
Pour pouvoir obtenir $k_1>0$, il faut $\omega > \frac{\sigma c}{2}$. Les basses fréquences ne peuvent se propager, c'est bien un filtre passe haut.

Si on repasse en réel, on voit alors que l'onde est amplifiée au cours de sa propagation. Historiquement, le cornet acoustique était utilisé pour pallier une faiblesse auditive. Vous devez avoir pensé à Tryphon Tournesol si vous avez lu Tintin.

Exercice IV.ccp psi 2009. Partie C et D en supposant les parties A et B faites.

Partie C : la clarinette.

C1)On reprend A4 avec S=cte, B3 et B4 →p et u vérifient tout simplement l'équation d'onde et c est la vitesse de propagation de cette onde sonore. Pour u et p, la solution générale est la somme d'une OPP+ en t-x/c et d'une OPP- en t+x/c.

C2)Dans le cas particulier d'ondes sinusoïdales, une solution pour u(x,t) s'écrira donc en adoptant la notation complexe : $\underline{u} = \underline{U_1}.\exp[j(\omega t-kx)] + \underline{U_2}.\exp[j(\omega t+kx)]$ *avec* $k=\omega/c$.
Même forme pour $\underline{p}$.

C3)En reprenant l'équation d'Euler, on obtient $\underline{p} =\mu_o c\{ \underline{U_1}.\exp[j(\omega t-kx)] - \underline{U_2}.\exp[j(\omega t+kx)]\}$.
On retrouve la notion d'impédance acoustique.

C4)En x=0, on doit imposer une vitesse nulle ce qui donne $\underline{U_1}=-\underline{U_2}$. *La surpression nulle en* $x=L_{cla}$ *donne alors :* $\cos(kL_{cla})=0$

$$k.L_{cla} = \left(n-\frac{1}{2}\right)\pi \text{ avec n entier non nul.}$$

Pour n donné, on note $k_n=2\pi f_n/c$ *et on reporte :* $\rightarrow f_n = (2n-1)\frac{c}{4L_{cla}} = (2n-1)f_1$ *ce qui définit la fréquence fondamentale. Du point de vue de Fourier, seules les harmoniques impaires sont présentes.*

C5)On obtient $2=a^{12}$ *soit* $a=2^{1/12}\approx 1,059$.
Piano : BNBNBBNBNBNB et on recommence....

C6)En éliminant le fondamental, il ressort maintenant la fréquence triple . Cherchons n tel que $a^n=3$*, soit donc n=19=12+7. Ré initial donne donc La entre 1 et 2 octaves au-dessus.*
Rem : cette question favorise clairement les musiciens.

Partie D : le saxophone soprano :

D1)Triangle adéquat → rayon $r(x)=x.\tan(\alpha/2)$ *soit* $S(x)=\pi x^2.\tan^2(\alpha/2)$

D2)On calcule alors : $\frac{1}{S}\left(\frac{dS}{dx}\right) = \frac{2}{x}$*. Il n'y a plus qu' à remuer : éliminer successivement μ puis u.*

D3)x ne dépend pas du temps donc peut rentrer dans la dérivée partielle temporelle, donc $\Pi=x.p$ *vérifie l'équation de d'Alembert.*

D4)Même forme que dans la partie C. Avec la notation complexe :

$$\underline{\Pi}(x,t) = \underline{\Pi}_1.\exp[j(\omega t-kx)] + \underline{\Pi}_2.\exp[j(\omega t+kx)] \text{avec } k=\omega/c$$

D5) En x=0, on a forcément $\Pi=0$ *si on impose la surpression finie. L'autre CL donne* $\Pi(x=L_{sax},t)=0$.

D6)En x=0, on obtient : $\underline{\Pi_1} + \underline{\Pi_2}=0$
On reporte alors dans l'autre CL en $x=L_{sax}$ *ce qui donne* $\sin(kL_{sax})=0$ *soit* $kL_{sax}=n\pi$*, n entier non nul puis*

$$\omega_n = n\left(\frac{\pi c}{L_{sax}}\right).$$

Le fondamental correspond à n=1 soit $f_1 = \frac{c}{2L_{sax}}$ *et on obtient* $f_n=nf_1$.

Pour une même longueur, la fréquence fondamentale du saxo est double de celle de la clarinette, donc le saxo émet des sons plus aigus.

Exercice IV. Extrait Mines Ponts 2020 psi.

□ **1**– L'approximation acoustique est en réalité déjà présente dans l'énoncé : elle consiste à supposer que les grandeurs acoustiques (indicées 1) sont en valeur absolues très petites devant les grandeurs au repos (indicées 0) : $|p_1| \ll P_0$ et $|\mu_1| \ll \mu_0$. Il faut simplement ajouter que $|v_1| \ll c$.
On peut noter que, dans l'énoncé, les valeurs absolues pour P_0 et μ_0 sont inutiles.

□ **2**– On peut partir de $\vec{a} = \left(\frac{D\vec{v}}{Dt}\right) = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{\mathbf{v}} \cdot \vec{\boldsymbol{\nabla}})\vec{\mathbf{v}}$ et vérifier que le second terme est d'ordre 2, donc à négliger. On peut aussi refaire le calcul complet en se limitant à un mouvement 1D selon Oz. C'est ce que je propose ici:
On considère une particule de fluide dont le volume au repos est dτ et qui, à l'instant t, est située dans le voisinage d'un point M, d'abscisse verticale z. Cette particule de fluide se situe à l'instant $t + dt$ dans le voisinage d'un point M', d'abscisse verticale $z' = z + dz$.

$$\vec{v}(z,t) = v(z,t)\vec{e}_z \quad et \quad \vec{v}(z + dz, t + dt) = v(z + dz, t + dt)\vec{e}_z$$

$$\mathrm{v(z + dz, t + dt) = v(z,t)} + \left(\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{z}}\right).\mathrm{dz} + \left(\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{t}}\right).\mathrm{dt}$$

$$\mathrm{d}\vec{\mathrm{v}} = \vec{\mathrm{v}}(\mathrm{z + dz, t + dt}) - \vec{\mathrm{v}}(\mathrm{z,t}) = \left\{\left(\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{z}}\right).\mathrm{dz} + \left(\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{t}}\right).\mathrm{dt}\right\}\vec{\mathrm{e}}_\mathrm{z} = \left\{\left(\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{z}}\right).\frac{\mathrm{dz}}{\mathrm{dt}} + \left(\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{t}}\right)\right\}\mathrm{dt}\vec{\mathrm{e}}_\mathrm{z}$$

On divise par dt et qu'on fait tendre vers 0. A gauche, apparaît l'accélération :

$$\vec{\mathrm{a}} = \left\{\left(\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{z}}\right).\frac{\mathrm{dz}}{\mathrm{dt}}\vec{\mathrm{e}}_\mathrm{z} + \left(\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{t}}\right)\vec{\mathrm{e}}_\mathrm{z}\right\} = \left(\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{z}}\right).\vec{\mathrm{v}} + \left(\frac{\partial \vec{\mathrm{v}}}{\partial \mathrm{t}}\right)$$

le second membre s'arrange car le mouvement est selon Oz. Si on néglige les termes d'ordre supérieur à 1, il faut éliminer $\left(\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{z}}\right).\vec{\mathrm{v}}$ et donc : $\vec{\mathrm{a}} \approx \left(\frac{\partial \vec{\mathrm{v}}}{\partial \mathrm{t}}\right)$.

□ **3**– Avant de commencer cette question, une remarque : on veut ici nous faire prendre en compte la pesanteur dans la mise en équation des ondes sonores. Ainsi, la pression au repos est une fonction de z : $P_0(z)$. C'est une démarche peu usuelle mais tout à fait possible. Mais pourquoi alors supposer que la masse volumique au repos μ_0 est uniforme, alors qu'elle dépend de z tout autant que la pression P_0 ?

Cette incohérence d'énoncé est sans conséquence pour la suite.

On prend comme système une particule de fluide dont le volume au repos est $d\tau$.
On lui applique le théorème de la résultante dynamique dans le référentiel du laboratoire, supposé galiléen.

D'où : $\mu_0 d\tau \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\overrightarrow{grad}P\, d\tau + \mu_0 d\tau\, \vec{g}$.

Attention au piège : la masse du système choisi (qui est invariable puisque c'est un système fermé) est $\mu_0 d\tau$, aussi bien dans le premier membre que dans le second.

Après projection sur $\vec{e}_z$ et simplification par $d\tau$, il vient : $\boxed{\mu_0 \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial z} - \mu_0 g}$ (1)

Dans le cas particulier du repos, cette équation devient : $\boxed{0 = -\frac{dP_0}{dz} - \mu_0 g}$ (2)

L'équation (1) peut encore s'écrire : $\mu_0 \frac{\partial v_1}{\partial t} = -\frac{dP_0}{dz} - \frac{\partial p_1}{\partial z} - \mu_0 g$ (3)

Puis en faisant (3) – (2), on obtient : $\boxed{\mu_0 \frac{\partial v_1}{\partial t} = -\frac{\partial p_1}{\partial z}}$ (4)

□ **4**– On demande ici de « donner » mais pas d'« établir » les expressions linéarisées.

L'équation locale de conservation de la masse $div\,(\mu\vec{v}) + \frac{\partial \mu}{\partial t} = 0$ donne en 1D, après linéarisation :

$\boxed{\mu_0 \frac{\partial v_1}{\partial z} = -\frac{\partial \mu_1}{\partial t}}$ (5)

L'équation locale traduisant l'évolution isentropique du fluide est $\chi_s = \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial \mu}{\partial P}\right)_S$; après linéarisation,

$\boxed{\mu_1 \;\; = \mu_0 \chi_S p_1}$ (6)

□ **5**– En utilisant (5) et (6), on obtient $\mu_0 \frac{\partial v_1}{\partial z} = -\mu_0 \chi_S \frac{\partial p_1}{\partial t}$, puis

$\frac{\partial v_1}{\partial z} = -\chi_S \frac{\partial p_1}{\partial t}$ (7).

En dérivant (4) par rapport au temps, il vient $\mu_0 \frac{\partial^2 v_1}{\partial t^2} = -\frac{\partial^2 p_1}{\partial t \partial z}$, et si $p_1(z,t)$ est au moins de classe C², le théorème de Schwarz permet d'écrire : $\mu_0 \frac{\partial^2 v_1}{\partial t^2} = -\frac{\partial^2 p_1}{\partial z \partial t}$ (8)

En dérivant (7) par rapport à z, il vient : $\frac{\partial^2 v_1}{\partial z^2} = -\chi_S \frac{\partial^2 p_1}{\partial z \partial t}$ (9)

Enfin, (8) combinée avec (9) donne $\frac{\partial^2 v_1}{\partial z^2} = \chi_S \mu_0 \frac{\partial^2 v_1}{\partial t^2}$, ce qui est bien de la forme proposée par l'énoncé avec $\boxed{c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \chi_S}}}$.

Il s'agit, bien entendu, de l'équation de propagation 1D de d'Alembert.

Solution révision générale :

1.0) On raisonne sur un système fermé de masse m constante et on remplace V par m/µ. On n'a plus qu'à achever le calcul.

1.1)L'équation d'Euler est l'application de la RFD à une particule de fluide.

1.2) Cette relation est la conservation de la matière.(relation (2)).

1.3) Les termes négligés sont des termes contenant deux infiniments petits, donc considérés d'ordre 2.

1.4) On reprend la définition $\chi_S = \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial\mu}{\partial P}\right)_S \approx \frac{1}{\mu_o}\left(\frac{\mu_o+\mu_1-\mu_o}{P_o+p-P_o}\right) = \frac{1}{\mu_o}\left(\frac{\mu_1}{p}\right)$

1.5.1 et 2) On dérive (2) par rapport au temps, et on introduit les résultats des relations (1) et (3). On obtient : $\Delta p = \mu_o\chi_s\left(\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}\right) = \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}\right)$. On obtient : $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_o\chi_S}}$.

1.5.3)M est la masse molaire moyenne de l'air : M=0,8*28+0,2*32=28,8 $g.mol^{-1}$. $\gamma=C_p/C_v$ n'a pas de nom et vaut ici environ 1,4 car l'air est constitué de molécules de gaz diatomiques. On calcule maintenant c=347 $m.s^{-1}$.

2.1) On choisit un repère (Ozyz) tel que , par exemple : $\vec{e}_z = \vec{e}_k$.

2.2) On calcule $\Delta p_1 = -k^2 p_o.\cos(\omega t - kz)$ $\frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} = -\omega^2 p_o.\cos(\omega t - kz)$.

On utilise alors l'équation de propagation et on obtient : $\omega^2=k^2c^2$. Comme toutes ces grandeurs sont positives, on obtient finalement $k=\omega/c$.

2.3) On utilise l'équation (1) linéarisée ce qui donne : $\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} = -\frac{p_o}{\mu_o}k.\sin(\omega t - kz)\,\vec{e}_z$.

L'intégration par rapport au temps donne la relation proposée avec $v_o = \frac{p_o}{\mu_o c}$. On élimine la constante d'intégration en disant que la vitesse est nulle en absence d'onde sonore.

2.4) On calcule $\Delta\vec{v} = -k^2 v_o.\cos(\omega t - kz)\,\vec{e}_z$ et $\frac{\partial^2\vec{v}}{\partial t^2} = -v_o\omega^2.\cos(\omega t - kz)\,\vec{e}_z$. On s'aperçoit alors que la vitesse obtenue vérifie aussi l'équation de propagation (ce qui n'a pas été démontré en cours).

2.5)Π est en $W.m^{-2}$ et est donc une puissance surfacique. C'est en fait la puissance surfacique transportée par l'onde.

A partir de l'équation d'état du gaz parfait, on calcule μ_o=1,16 $kg.m^{-3}$. On obtient alors :
p_o=2,6 10^{-5} Pa (environ 10^{-10} pression atmosphérique) et v_o=11 $mm.s^{-1}$, à comparer à la vitesse quadratique d'agitation thermique $v^* = \sqrt{\frac{3RT_o}{M}} \approx 500 m.s^{-1}$.

2.6.1)$p_1=Re[\underline{p}_1]$. **2.6.2)** $\frac{\partial p_1}{\partial t} = Re\left[\frac{\partial\underline{p}_1}{\partial t}\right] = Re\left[j\omega\underline{p}_1\right]$.

2.6.3) On continue… $\overrightarrow{grad}(p_1) = Re\left[\overrightarrow{grad}\underline{p}_1\right] = Re\left[-j\vec{k}\underline{p}_1\right]$, $\Delta(p_1) = Re\left[\Delta\underline{p}_1\right] = Re\left[-k^2\underline{p}_1\right]$, $\Delta(\vec{v}_1) = Re\left[\Delta\underline{\vec{v}}_1\right] = Re\left[-k^2\underline{\vec{v}}_1\right]$, $div(\vec{v}_1) = Re\left[div(\underline{\vec{v}}_1)\right] = Re\left[-j\vec{k}.\underline{\vec{v}}_1\right]$.

2.6.4) Toute relation linéaire vraie (addition, soustraction, dérivation, multiplication par un réel…) avec les fonctions réelles sera aussi vraie avec les parties réelles des fonctions complexes, puisqu'on aura conservation des parties réelles.

Reste maintenant le pb des parties imaginaires. Mais le passage Re à Im revient à changer cos en sin, soit en fait changer l'origine des temps. Donc ce qui est vrai avec les parties réelles est aussi vrai avec les parties imaginaires, donc finalement avec les grandeurs complexes. Ouf…

Pour un produit, par exemple p.v, le produit des parties réelles des fonctions complexes n'est pas égales à la partie réelle du produit de ces mêmes fonctions.

3.1) Pour x<0, le premier terme correspond à l'onde incidente progressive (A_1 est réel par un bon choix de l'origine des temps) ; le second correspond à l'onde réfléchie (progressive aussi, mais dans l'autre sens) à l'interface avec le piston.

Pour x>0, il s'agit tout simplement de l'onde progressive transmise.

En utilisant les résultats de la question 2.3, on exprime les champs de surpression :

$$\underline{p}_1(x<0,t) = \mu_o c\left[A_1.exp[j(\omega t - kx)] - \underline{B}_1.exp[j(\omega t + kx)]\right]$$
$$\underline{p}_1(x>e,t) = \mu_o c\underline{A}_2.exp[j(\omega t - kx + ke)]$$

3.2) Le piston avance en bloc, donc les vitesses de part et d'autre doivent être identiques.

On obtient la relation (α) : $A_1+\underline{B}_1=\underline{A}_2$.

Par contre , les champs de pression ne sont pas égaux de part et d'autre du piston. C'est même cette différence qui fait bouger le piston. Il faut appliquer la RFD au piston : masse*accélération= somme des forces de pression appliquées.

La vitesse du piston est celle de l'air en x=0 ou x=e. cette dernière est la plus simple à utiliser.

Masse du piston : µSe Accélération du piston : $\vec{a} = \frac{\partial\vec{v}(x=e)}{\partial t} = j\omega\underline{A}_2\, exp(j\omega t)\vec{e}_x$

Force à gauche : $\underline{p}_1(x=0,t).S\vec{e}_x$ Force à droite : $-\underline{p}_1(x=e,t).S\vec{e}_x$

On obtient finalement la relation (β) : $\mu e(j\omega\underline{A}_2) = \mu_o c[A_1 - \underline{B}_1 - \underline{A}_2]$.

En combinant (α) et (β), on obtient la relation demandée : $\frac{\underline{A}_2}{\underline{A}_1} = \left(1+\frac{\mu e j\omega}{2\mu_o c}\right)^{-1}$.

3.3) La puissance surfacique transportée fait intervenir la norme de la vitesse au carré (cf questions 2.3 et 2.5). Donc

$$T = \left|\frac{\underline{A}_2}{\underline{A}_1}\right|^2 = \frac{1}{1+\left(\frac{\mu e\omega}{2\mu_o c}\right)^2}.$$

On veut donc 10log(T)=-40 , ce qui donne e=0,6cm.

Pour une fréquence de 100 fois plus grande, cette épaisseur serait 10000 fois plus petite soit donc 60µm.