PSI2. Fluides visqueux.

<u>Exercice A.</u>

a)*On évalue R_e à environ 2,5 millions >>2000. L'écoulement est turbulent et la force de traînée est de type quadratique.*
La formule fournie permet d'évaluer l'épaisseur de la couche limite à environ 1mm.
La photo montre la forme de l'écoulement d'air autour d'une citroen DS. On peut observer la structure laminaire loin du véhicule et en amont. On note le décollement de la couche limite à peu près au milieu de la voiture et la structure turbulente dans le sillage.

Sur le Rafale ci-dessus, on voit très bien l'entrée d'air droite qui semble écartée du fuselage , tout simplement pour éviter la couche limite. L'entrée d'air a été calculée pour limiter la signature radar.

b)*Simple application du PFD. Ne pas oublier la poussée d'Archimède qui a des effets notables pour l'application 1.*

<u>Application 1.</u>
Dans l'huile, on calcule une constante de temps d'environ 1ms, une vitesse limite de 8cm.s^{-1} et un nombre de Reynolds de 0,68. Soit un ensemble cohérent.
Dans l'eau, on calcule une constante de temps d'environ 0,2s, une vitesse limite de 15 m.s^{-1} ou 53km/h et un nombre de Reynolds de 30000. Ce qui est inacceptable.
Le modèle quadratique donne une vitesse limite de 24 cm/s et un nombre de Reynolds de 500, ce qui ne marche pas non plus. On devrait donc être à la frontière entre les deux cas limites.

<u>Application 2.</u>
Pour le brouillard, la vitesse atteinte est de 0,12 mm/s et le nombre de Reynolds calculé est 1,6 10^{-5}, ensemble cohérent.
Pour la pluie,
une goutte de 1mm de rayon devrait atteindre 120m/s ou 400km/h pour un nombre de Reynolds de 16000. Inacceptable.
c'est encore pire pour la goutte de 2mm de rayon (500m/s ou 1700km/h pour un nombre de Reynolds de 130000)

On reprend donc la goutte de pluie sphérique de rayon r avec la loi quadratique.
Référentiel : terrestre galiléen. système : goutte de pluie de rayon r.

Du fait de l'écart entre les masses volumiques de l'eau et de l'air, on néglige la poussée d'Archimède. En régime permanent, la force de traînée équilibre le poids et le mouvement est vertical descendant. Prenons un axe Oz vertical descendant de vecteur unitaire $\vec{e}_z$.

Le poids s'écrit : $\vec{P} = \left(\frac{4\pi r^3}{3}\right) \mu_{eau} g \vec{e}_z$

La force de traînée s'écrit : $\vec{F} = -\frac{1}{2} C(\pi r^2) \mu_{air} v^2 \vec{e}_z$

On obtient alors pour la vitese limite : $v = \sqrt{\frac{8r\mu_{eau}g}{3C\mu_{air}}}$ *et on rappelle* $R_e = \frac{\mu_{air} v(2r)}{\eta_{air}}$

Pour un rayon de 1mm, on obtient : $v \approx 7{,}1\ m.s^{-1}$ *et* $R_e \approx\ 850$
ce qui n'est pas concluant pour le choix de la loi de traînée.
Pour un rayon de 2mm, on obtient : $v \approx 10\ m.s^{-1}$ *et* $R_e \approx\ 2400$
ce qui est à peu près cohérent avec loi quadratique.

Exercice B. Calculs faits à la main sauf erreur.

0) η *est en Pa.s*

1)Il faut calculer le débit volumique D_v, la résistance hydaulique R_H (Cf cours). Il faut la masse volumique qu'on va assimiler à celle de l'eau. On obtient :

$$D_V = \frac{D_m}{\mu} \approx 50\ \mu kg.s^{-1} \qquad R_H = \frac{8\eta L}{\pi R^4} \approx 10^4 SI\ avec\ R = 4mm$$

On calcule alors la chute de pression : 0,5Pa.

Pour calculer le nombre de Reynolds R_e, on doit évaluer la vitesse débitante : $v = \frac{D_V}{\pi R^2} \approx 1\ m.s^{-1}$

On peut alors évaluer : $R_e = \frac{\mu v(2R)}{\eta} \approx 1{,}2\ 10^5 \gg 1$ *Ecoulement turbulent.*

3)Si le diamètre de l'artère est divisé par 2, le débit est divisé par 16.

Exercice C.

a) $mg = 5{,}3 \cdot 10^{10} N << Ft \approx 10^{13} N$ *rapport 200*

On évalue $R_e = \frac{\mu v(2r_b)}{\eta}$ *de l'ordre de* $10^{11} >> 2000$. *L'écoulement est donc très turbulent, les forces de pression dominent les forces de viscosité et la traînée est en* v^2.

b et c) Il faut faire très attention au statut de v. Cette grandeur est définie deux fois, la première fois d'une façon peu claire. En considérant que v est la norme de la vitesse, on a:

$\vec{v} = \frac{dz}{dt}\vec{e}_z = -v\vec{e}_z$ *et le PFD donne alors* $m_b \frac{d\vec{v}}{dt} \approx \vec{F}_{trainée}$

La projection sur l'axe Oz donne alors : $\frac{dv}{dz} = \frac{3}{8} C \frac{\mu(z)}{\mu_b r_b} v.$

Il faut maintenant utiliser l'expression de μ(z) pour obtenir une équa diff à variables séparables qu'on pourra intégrer entre (z=+∞,v_o) et (z,v(z)) :

$$\frac{dv}{v} = \frac{3}{8} C \frac{\mu_o}{\mu_b r_b} exp\left(-\frac{z}{H_a}\right) dz \quad ce\ qui\ s'intègre\ en\quad Ln(v) = -\frac{3}{8} C \frac{\mu_o H_a}{\mu_b r_b} exp\left(-\frac{z}{H_a}\right) + Cte$$

Et avec les CL : $Ln\left(\frac{v}{v_o}\right) = -\frac{3}{8} C \frac{\mu_o H_a}{\mu_b r_b} exp\left(-\frac{z}{H_a}\right)$

AN : $v(0) = 0{,}95vo = 19\ km \cdot s^{-1}$.
Le bolide n'a pardu que 5% de sa vitesse. L'atmosphère ne freine pas efficacement le bolide.
On calcule maintenant $\Delta Ec = 1{,}1 \cdot 10^{17} J$*, soit 10% de l'énergie cinétique initiale.*

Exercice D.

1- C_z et C_x sont sans dimension.

2- La force $\vec{F}$ est essentiellement une force associée à la différence de pression entre l'intrados et l'extrados. Elle est dans une moindre mesure associée aux forces de viscosité exercées par l'air sur l'aile.

3- Si le pilote augmente la puissance , la vitesse augmente : la force de portance, qui reste verticale augmente donc : l'avion monte.

4- La relation d'équilibre de l'avion projetée sur $\overrightarrow{e_z}$donne $C_z \times \frac{1}{2}\mu S_a \times V_\infty{}^2 = mg/2$, donc

$$C_z = \frac{mg}{\mu S_a V_\infty{}^2}$$

De plus la puissance développée par un moteur équilibre la puissance de la force de trainée sur une aile :

$\mathcal{P}_{max} = C_x \times \frac{1}{2}\mu S_a \times V_\infty{}^3$, donc

$$C_x = \frac{2P_{max}}{\mu S_a V_\infty{}^3}$$

La finesse est alors : $f = \frac{mgV_\infty}{2P_{max}} = 5{,}5$.

5- $c \approx 340\ ms^{-1}$

6- L'écoulement est turbulent, correspondant bien avce une traînée quadratique. Le canadair est un avion lent.

La vitesse associée au nombre $N_M = 0{,}155$ est $V \approx 53\text{m.s}^{-1}$ ou 190km.h^{-1}.

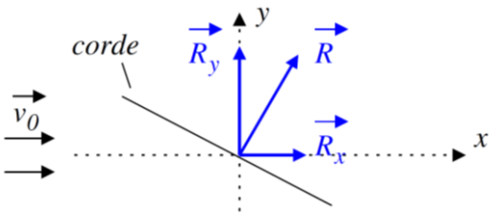
Graphiquement la finesse maximale est obtenue en traçant la droite passant par O tangente à la polaire. La pente de cette droite est la finesse maximale. On trouve ici : $f = \frac{2}{0{,}0115} \approx 170$.

Comme vu à la question 4, la finesse permet de déterminer le rapport $\frac{mgV}{\mathcal{P}}$ en vol horizontal: plus elle est élevée, plus la puissance nécessaire à maintenir en vol horizontal une masse donnée à une vitesse donnée est faible. Ou bien, à puissance donnée, une finesse élevée permet de maintenir en vol horizontal une masse importante, à vitesse donnée. Ou enfin, à puissance et masse donnée, une finesse élevée permet une vitesse de vol horizontal plus élevée.

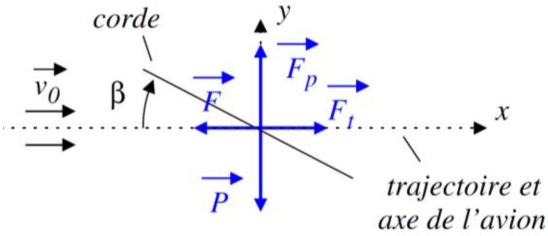
7- La durée totale d'un aller retour est $\boldsymbol{t = \frac{1500}{(120/3.6)} + \frac{2\times 11}{320} \times 3600 + 190 = 483s}$ **.** On peut faire environ 15 allers retours en 2 heures. La masse déversée est donc 91,5 m^3d'eau par heure.

Airbus A320. Extrait Centrale psi 2020.

Q1)



Q2)En ajoutant la force de propulsion sur le schéma et en considérant les deux ailes (surface 2S),on a :



En mouvement uniforme , la somme des forces est nulle. On a F=F_t et P=F_p.
Ce qui donne :

$$F = \frac{1}{2}\rho(2S)v_o^2 C_x(\beta) = \rho S v_o^2 C_x(\beta) \quad et \quad m = \frac{1}{g}\rho S v_o^2 C_y(\beta)$$

On peut sortir : $F = mg\,\frac{C_x(\beta)}{C_y(\beta)}$

Q3)Pour α=β=3°, on peut évaluer $C_x \approx 0{,}02$ et $C_y \approx 0{,}25$.
On sort alors :

$$v_o = \sqrt{\frac{mg}{\rho S C_y(\beta)}} \approx 230\ ms^{-1}\ \ ou\ 840 km.h^{-1} \qquad et \quad F = mg\frac{C_x(\beta)}{C_y(\beta)} \approx 50\ kN$$

Q4)En lisant les 2 graphes à droite, on remarque que la pression est plus forte sur l'intrados que sur sur l'extrados. Commes les surfaces de l'intrados et de l'extrados sont quasiment identique, la force de pression sur l'intrados (orientée vers le haut) est plus importante en norme que la force de pression sur l'extrados (orientée vers le bas). Le bila est donc une force vers le haut : la force de portance.

Q5)Sur le dessin de gauche correspondant à l'incidence nulle, les deux courbes sont superposées. On peut donc penser que les deux forces de pression sont quasiment opposées et cela donne une portance nulle.

Q6)En augmentant l'assiette A à partir d'une valeur nulle, l'angle α=β+A augment, ce qui entraîne (cf figure 2) une augmentation du coefficient de portance C_y tant que l'angle α ne dépasse pas 14° environ , ce qui permet de diminuer la vitesse nécessaire à l'équilibre $\left\{m = \frac{1}{g}\rho S v_o^2 C_y(\beta)\right\}$

La vitesse minimale est obtenue quand C_y est maximal. En dessous de cette vitesse, il n'est pas possible d'équilibre l'avion.

Q7)On lit $C_{ymax} \approx 1{,}6$ *et on* sort : $v_{omin} = \sqrt{\frac{mg}{\rho S C_{ymax}}}$

Q8)La lecture graphique de la figure 2 donne α=14°.

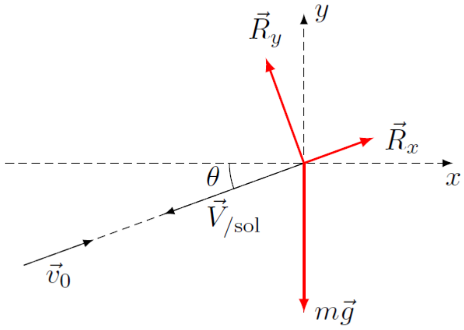
Q9)Déjà calculée à la question 7: $v_{omin} = \sqrt{\frac{mg}{\rho S C_{ymax}}} \approx 92\ ms^{-1}\ \ ou\ 330 km.h^{-1}$.

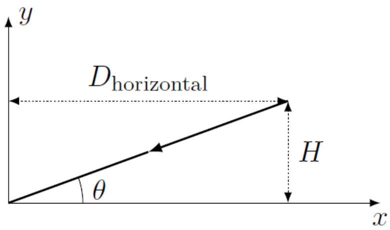
Q10)En phase d'aterrissage, la vitesse de l'avion doit décroître avant d'atteindre le sol. Donc, il est envisageable de passer sous v_{omin}.

Q11)La vitesse d'aterrissage est plus petite que v_{omin}. Il faut donc modifier les caractéristiques de l'aile pour ne pas décrocher.

On constate que le déploiement des becs et des volets permet d'augmenter l'angle d'incidence donc la trainée, ce qui freine l'avion.
La relation obtenue en Q9 permet de calculer la valeur minimale de C_y compatible avec une vitesse de 250 km/h.
On calcule : $C_{ymin} \approx 2{,}8$.
L'utilisation des becs est insuffisante, il faut au moins utiliser les volets.

Q12)On suppose que l'air est au repos par rapport au sol. Le vent relatif est donc l'opposé de la vitesse de l'avion par rapport au sol. On a donc en supposant une vitesse constante vers le bas :





trajectoire de l'avion

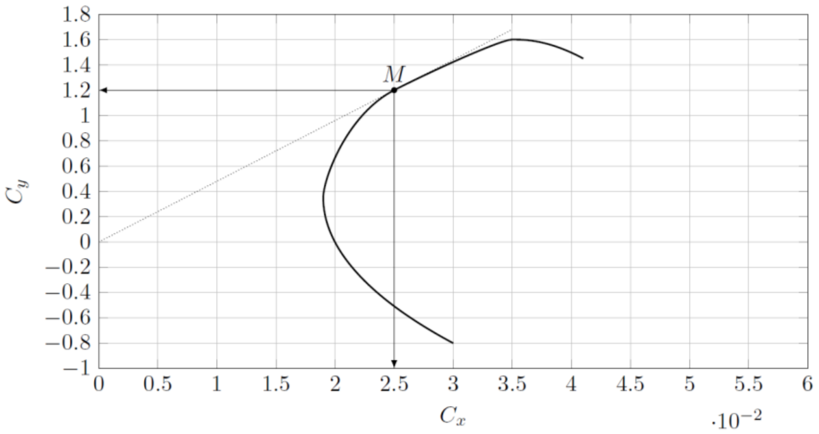
Dans ce cas , la somme des forces est nulle et le PFD donne :

$$\vec{R}_x + \vec{R}_y + m\vec{g} = \vec{O}$$

Pour éliminer le poids, on projette sur l'axe horizontal : $R_x cos\theta = R_y sin\theta$
Et on remplace R_x et R_y par leurs expressions :

$$\rho S v_o^2 C_x cos\theta = \rho S v_o^2 C_y sin\theta \quad soit \qquad cotan\theta = \frac{C_y}{C_x} = \frac{D_{horizontal}}{H} = f$$

Q13)Le rapport C_y/C_x est la pente de la droite reliant l'origine (0,0) et le point courant de polaire. La finesse est maximale lorsque cette pente est maximale, soit quand la droite est tangente à la polaire :



Q14)Dans la configuration ci-dessus, on lit $C_x \approx 1{,}2$ et $C_y \approx 0{,}025$ ce qui fait f=48.

Q15)En partant d'une hauteur de 1000 m, on peut penser que l'avion pourra planer sur une distance horizontale de 48km, ce qui donne une marge pour trouver un endroit ou atterrir en cas d'urgence.

Remarque : pour l'airbus qui a perdu tout force motrice juste après son décollage de l'aéroport de LaGuardia à New York, le pilote n'a pas eu d'autre choix que d'amerrir sur le fleuve Hudson (Cf le film Sully de Clint Eastwood).

Q16)Ici, on n'a pas compté le fuselage qui ne participe pas beaucoup à la portance, mais si à la traînée. Donc, en comptant le fuselage, la finesse sera plus faible.