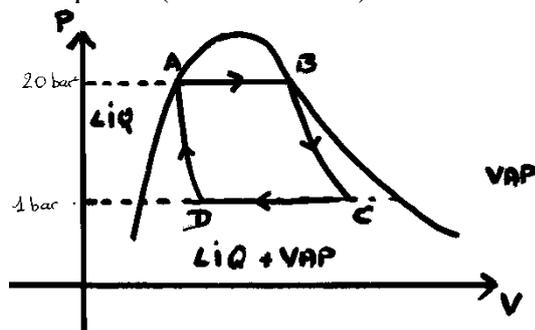


PSI2. th3 Changement d'état et turbomachines. Solutions proposées.

I. Machine à vapeur.

(minuscule) : valeur massique de (MAJUSCULE)



1) On utilise l'isentropique $B \rightarrow C$ soit $s_B = s_C$ soit ici $s_v(485) = x_C s_v(373) + (1-x_C) s_L(373)$ d'où $x_C \approx 0,83$.

Idem pour $D \rightarrow A$ soit ici : $s_A = s_D$ soit $s_L(485) = x_D s_v(373) + (1-x_D) s_L(373)$ d'où $x_D \approx 0,19$.

On en déduit alors les volumes massiques $v = x v_v + (1-x) v_L$

ce qui donne $v(C) \approx 1,42 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ et $v(D) \approx 0,323 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$.

2) On utilise $h = x h_v + (1-x) h_L$ pour C et D, et $h_C \approx 2300 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ et $h_D \approx 846 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

On a évidemment $h_A = 909 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ et $h_B = 2801 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

3) On a $u = h - Pv$, et on a toutes les valeurs numériques :

	A	B	C	D
u en $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$	907	2601	2158	814

4) Sur un isobare, on a $q = \Delta h$. Sur une iso-S, on a $q = 0$. On peut donc remplir le tableau suivant :

	A \rightarrow B	B \rightarrow C	C \rightarrow D	D \rightarrow A
q	$h_B - h_A \approx 1892 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$	0	$h_D - h_C \approx -1454 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$	0

Sur une isobare $w = -P \Delta v$. Sur une iso-S, $w = \Delta u$.

	A \rightarrow B	B \rightarrow C	C \rightarrow D	D \rightarrow A
w en $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$	$-P_A (v_A - v_B) \approx -197$	$u_C - u_B \approx -443$	$-P_C (v_D - v_C) \approx 110$	$u_A - u_D \approx 93$

On obtient alors $w_{\text{tot}} \approx -437 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Ce qui signifie qu'on récupère 437 kJ par kg d'eau faisant le cycle entier.

Rem : on calcule $q_{\text{tot}} \approx 438 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ et non 437. Erreur imputable aux erreurs d'arrondis.

5) Pour faire fonctionner la machine, il faut fabriquer la source chaude. Pour récupérer un travail mécanique massique de $437 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$, il faut transférer un flux thermique de $1892 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ de la source chaude vers l'eau. Ce qui correspond à un rendement de 23%.

Pour un cycle de Carnot, on calcule $r = 1 - T_F / T_C = 1 - 373 / 485 = 0,23$.

Cela n'a rien d'étonnant, et on a fait tous ces calculs pour rien. De par sa description, ce cycle est un cycle de Carnot réversible.

II. Cycle de Rankine.

1) On calcule $L_1 = h_{1v} - h_{1L} = 2414,33 \text{ kJ.kg}^{-1}$ et $L_2 = h_{2v} - h_{2L} = 1507,72 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

En ce qui concerne les fonctions d'état, on peut prendre une transformation réversible. Pour une transformation isobare, le premier principe donne $dh = dq$ et le second principe donne $ds = dq/T$. On obtient donc :

$$dh = Tds \quad \text{formule } (\alpha)$$

2) Les deux transformations $A \rightarrow B$ et $E \rightarrow F$ sont adiabatiques réversibles donc :

$$s_B - s_A = s_F - s_E = 0$$

3) Pour l'eau liquide, $dh = c_L dT$, et on reprend la formule (α) . On sur $B \rightarrow D$. On obtient le résultat demandé. AN : $s_D - s_B \approx 2484 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$.

4) Il s'agit du changement d'état physique isotherme isobare. On intègre (α) entre D et E, avec $T = T_2$:

$$s_E - s_D = \frac{h_v(T_2) - h_L(T_2)}{T_2} \approx 2700 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$$

5) Théorème des moments : $h_F = x_F h_{G1} + (1 - x_F) h_{L1}$. On remarque que $h_A = h_{L1}$.

On en déduit : $h_A - h_F = x_F (h_{L1} - h_{G1})$

La transformation étant isobare isotherme, on reprend la formule (α) intégrée entre F et A :

$$s_A - s_F = \frac{h_A - h_F}{T_1} = \frac{x_F (h_{L1} - h_{G1})}{T_1}$$

6) Sur un cycle, on utilise que la variation d'entropie massique est nulle :

$$(s_B - s_A) + (s_D - s_B) + (s_E - s_D) + (s_F - s_E) + (s_A - s_F) = 0$$

et on remplace par les expressions déjà calculées.

$$\text{On obtient : } x_F = \frac{T_1}{h_{G1} - h_{L1}} \left[\frac{h_{G2} - h_{L2}}{T_2} + c_L \cdot \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) \right] \approx 0,662$$

7) On peut maintenant calculer $h_F \approx 1744,62 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

La source chaude fournit la chaleur q_2 sur l'étape $B \rightarrow D \rightarrow E$ isobare.

$$q_2 = h_E - h_B = (h_E - h_D) + (h_D - h_B) = (h_{2v} - h_{2L}) + c_L (T_2 - T_1) = 2552,7 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

8) Le premier principe industriel entre E et F donne :

$$w_{iEF} = h_F - h_E = 1744,62 - 2768,83 = -1024,21 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

Le travail massique reçue par la turbine de détente est l'opposé, donc $w = +1024,21 \text{ kJ.kg}^{-1}$

9) Le rendement thermodynamique est le rapport de ce que l'on récupère (ici $w = -w_{iEF}$) sur ce que l'on a dépensé (ici q_2 fournie par la source chaude).

$$\rho = \frac{w}{q_2} \approx 0,4$$

10) Pour le cycle de Carnot réversible, on calcule $\rho_C = \frac{T_2 - T_1}{T_2} \approx 0,45$ qui est effectivement supérieur à la valeur précédente.

On peut remarquer que le cycle proposé est presque un Carnot réversible (ensemble DEFAB). Seule la transformation BD est ici considérée irréversible. On a aussi considéré nul le travail de compression.

III. Etude d'une pompe à chaleur. Partie A.

1a) Incompressible signifie que le volume est indépendant de la pression (approximativement vrai). Indilatable que le volume est indépendant de la température (faux).

Question mal posée. On veut que vous affirmiez que $h=h(T)$ donc une isotherme de la phase liquide est un segment vertical. C'est admis sur le diagramme de Mollier, car on ne voit que la trace des isothermes

1b) Pour le GP, on peut être plus précis. On peut démontrer (hors-programme maintenant, mais le résultat doit être connu) que, pour un GP, $h=h(T)$. Donc idem une isotherme de la phase gazeuse devrait être un segment vertical. CE QUI N'EST PAS LE CAS SUR LE DIAGRAMME FOURNI.

Donc, au voisinage du changement d'état, la phase gazeuse n'est pas vraiment un GP.

1c) A priori, une isotherme du système diphasée est isobare donc devrait être horizontale, ce qui semble être le cas car ici encore on ne voit que les traces des isothermes.

2) Pour une transformation élémentaire réversible de l'unité de masse du fluide sans changement d'état,

le premier principe donne : $du = \delta q + \delta w$ avec $\delta w = -Pdv$

le second principe donne : $ds = \frac{\delta q}{T}$ soit $\delta q = Tds$

On reporte le second dans le premier et on obtient la formule demandée.

On utilise ensuite $h = u + Pv$ d'où $dh = d(u + Pv) = du + Pdv + vdP = Tds + vdP$

3) On se place sur une iso-S, donc $ds=0$. La relation précédente devient $dh=vdP$ ce qui s'écrit aussi : $\left(\frac{\partial P}{\partial h}\right)_s = \frac{1}{v} > 0$. Sur une iso-S, quand h augmente, P aussi : la pente des iso-S en diagramme de Mollier est positive.

Si cela ne vous suffit pas, on peut directement obtenir la dérivée : $\left(\frac{\partial \ln P}{\partial h}\right)_s = \frac{1}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial h}\right)_s = \frac{1}{Pv} > 0$

4) On reprend la même formule avec $dh=0$ (segment vertical en Mollier).

On obtient : $ds = -\frac{v}{T}dP$: s baisse si P augmente.

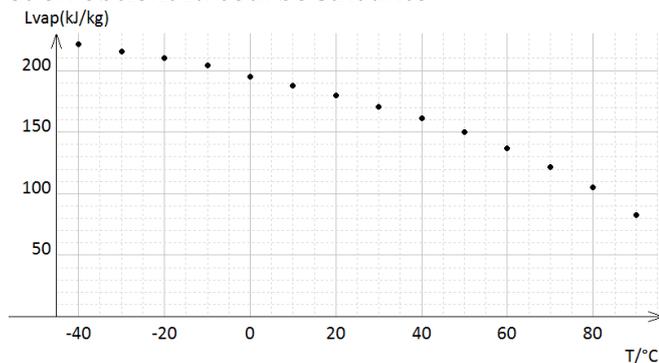
5) La chaleur latente massique de vaporisation est appelée maintenant enthalpie massique de vaporisation. A pression donnée, sur l'isotherme de changement d'état, on a $L=h_v - h_L$.

Sur le diagramme de Mollier, il suffit de faire la différence entre les abscisses des points d'intersection de l'horizontale avec la frontière de la zone diphasée.

Le plus simple est de mesurer la longueur en mm des paliers isothermes et utiliser le facteur d'échelle pour les transformer en kJ.kg^{-1} . Pour limiter les risques d'erreur, je prends la longueur la plus grande pour le facteur d'échelle soit, avec MA règle, 224mm pour 420kJ.kg^{-1} . On peut alors remplir le tableau :

T en °C	-40	-30	-20	-10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
taille en mm	118	115	112	109	104	100	96	91	86	80	73	65	56	44
L_{vap} en kJ.kg^{-1}	221	216	210	204	195	187	180	171	161	150	137	122	105	83

et on obtient la courbe suivante :



On observe la décroissance de L_{vap} vers 0 alors qu'on se rapproche du point critique où les deux états gazeux et liquides s'unifient.

Etude d'une pompe à chaleur. Partie B.

La partie A et la partie B ne sont pas fait avec le même tirage du diagramme de Mollier

B1) Relire description de la phase de détente : tuyau indéformable donc pas de travail indiqué et $w_{34} = 0$. Pas d'échange thermique donc $q_{34} = 0$. Le premier principe industriel donne :

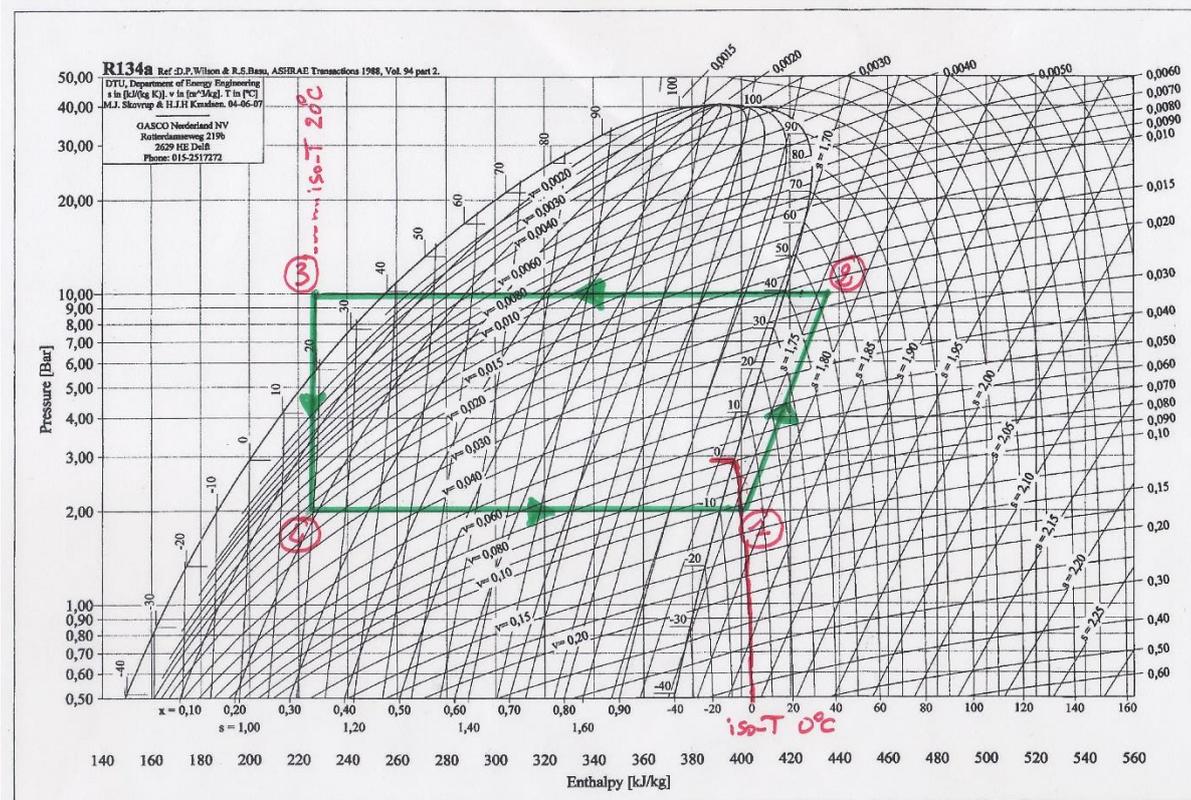
$$\Delta h = h_4 - h_3 = w_{34} + q_{34} = 0$$

B2) Au départ, je ne connais pas les températures. On va donc exploiter l'énoncé qui nous explique que l'équilibre thermique est atteint aux points 1 et 3 ce qui nous donne $T_1=0^\circ\text{C}$ et $T_3=20^\circ\text{C}$.

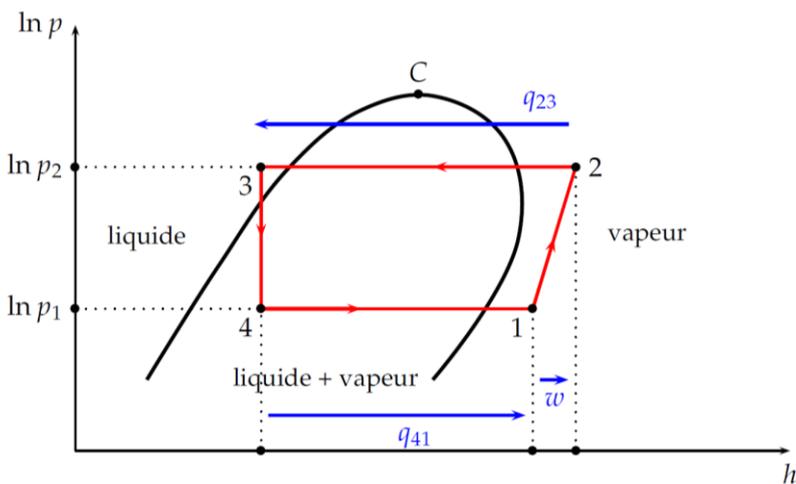
Le point 3 est donc dans la zone liquide, à 10 bars et sur l'isotherme 20°C qui est verticale. Le point 1 est en phase gazeuse à 2 bars et sur l'isotherme 0°C que je marque en rouge.

Pour avoir le point 2, je trace par interpolation l'iso-S et je mets le point 2 à la pression de 10 bars. Je lis alors que la température du fluide gazeux est de l'ordre 55°C . Cette phase n'est pas très précise.

On obtient donc :



dont une forme simplifiée est :



B3) Graphiquement, il est clair que $w + q_{41} + q_{23} = 0$

avec : $w > 0$; $q_{41} > 0$; $q_{23} < 0$

Au contact de la source froide (le jardin), le fluide est à une température inférieure à celle de la source froide. Le flux thermique est donc de la source froide vers le fluide.

Au contact de la source chaude (la maison), le fluide est à une température inférieure à celle de la source froide. Le flux thermique est donc de la source froide vers le fluide.

Pour les valeurs numériques, il va falloir faire des mesures sur la figure : sur ma feuille ,

le segment 3-2 a une longueur évaluée à 105mm

le segment 4-1 a une longueur évaluée à 88mm

420kJ/kg s'étendent sur une longueur de 211mm.

On peut donc évaluer :

$$h_2 - h_3 \approx 105 \times \frac{420}{211} \approx 209 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \quad h_1 - h_4 \approx 88 \times \frac{420}{211} \approx 175 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

ce qui donne : $w \approx 34 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$, valeur très imprécise.

B4) *La grandeur qui m'intéresse est la chaleur massique reçue par la maison donc $-q_{23}$. Pour l'obtenir, je dois payer le fonctionnement du compresseur (habituellement un moteur électrique relié au secteur) donc un travail massique w .*

$$\eta = \frac{\text{ce qui m'intéresse}}{\text{ce que je paie}} = \frac{-q_{23}}{w} = 1 + \frac{q_{41}}{w} > 1$$

$$\text{Ici } \eta \approx \frac{209}{34} \approx 6$$

Inutile d'être plus précis, la compression a été supposé réversible, ce qui n'est absolument pas vrai.

B5) *Revoir cycle de Carnot , An proche de 15. Théoriquement nettement mieux, mais pas expérimentalement. Les pompes à chaleur usuelles ont une efficacité proche de 2.*

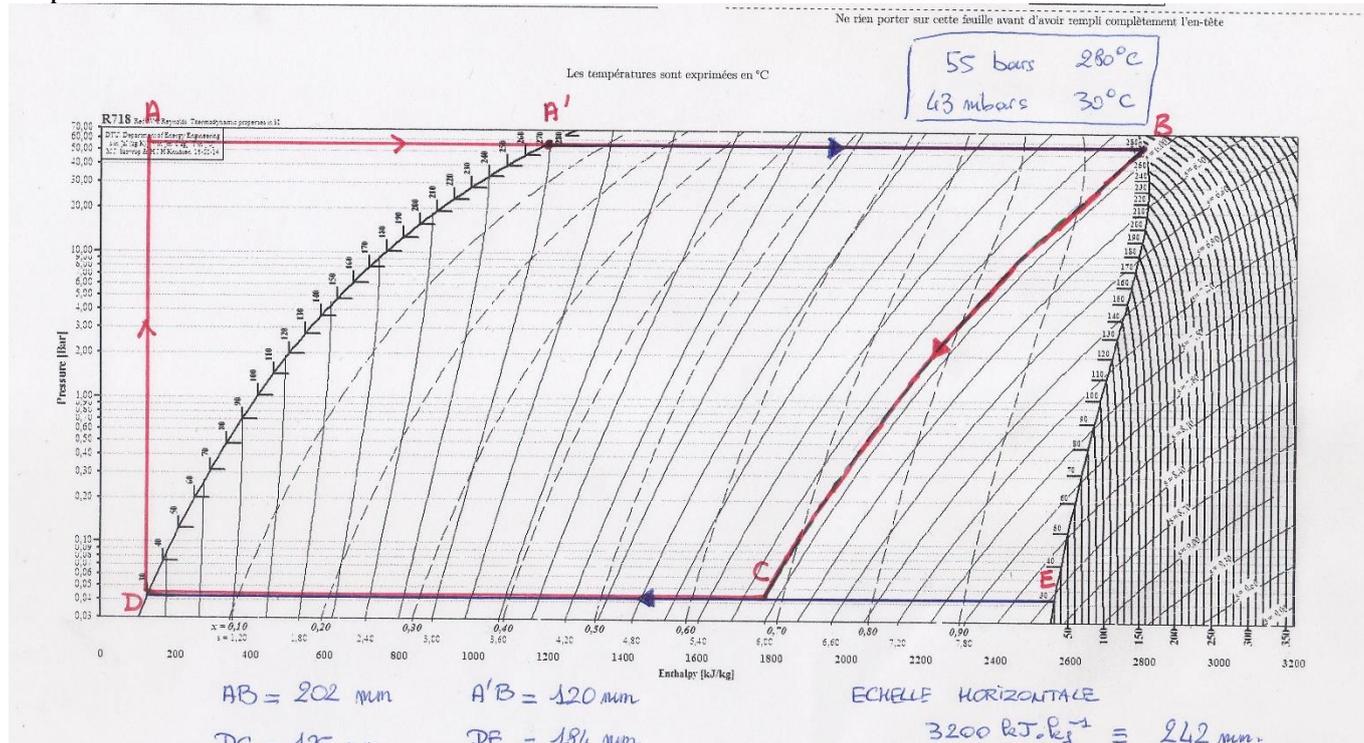
B6) $P = D_m(-q_{23})$: puissance = débit massique * chaleur massique

$$\text{Donc : } D_m = \frac{P}{(-q_{23})} = 120 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}.$$

IV) Cycle de Rankine par le diagramme de Mollier...

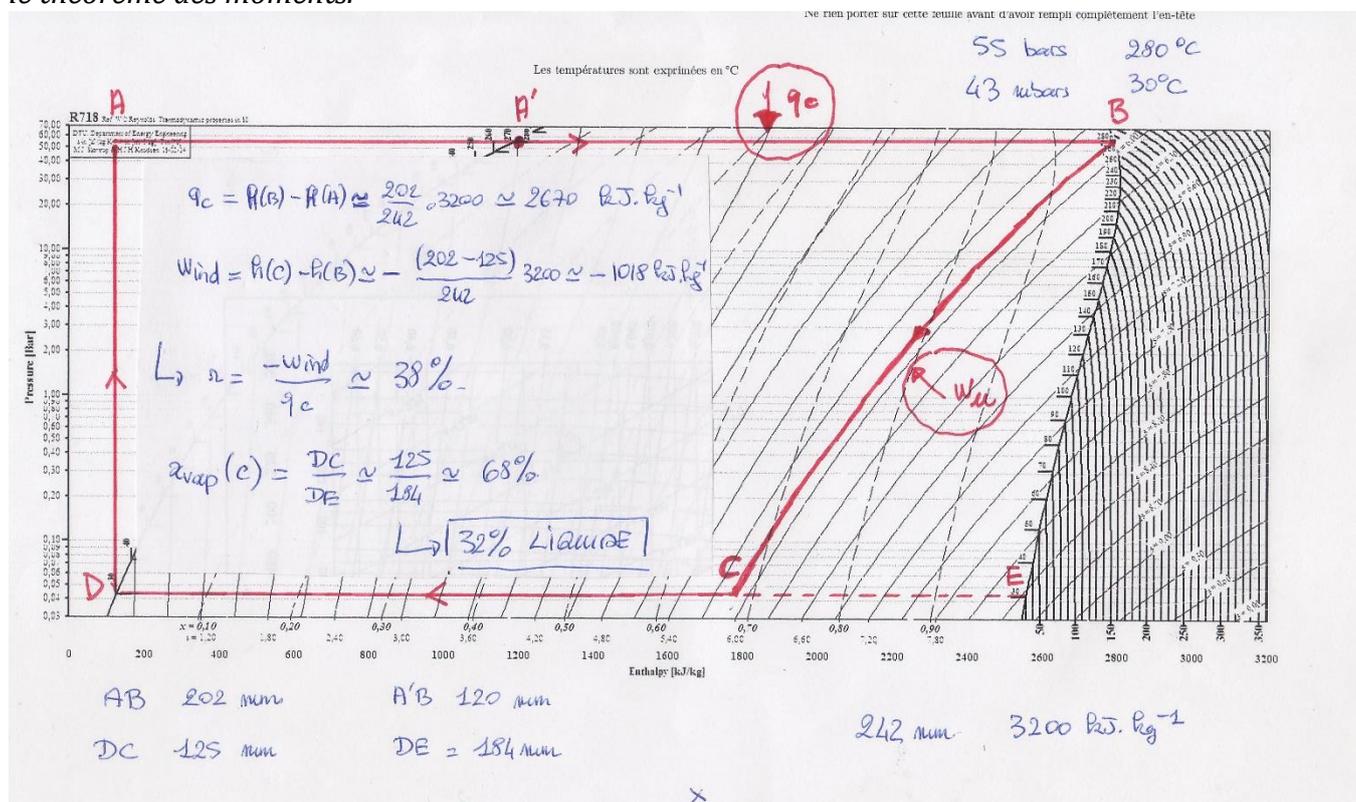
Premier cycle :

Le point A est déterminé en dernier :

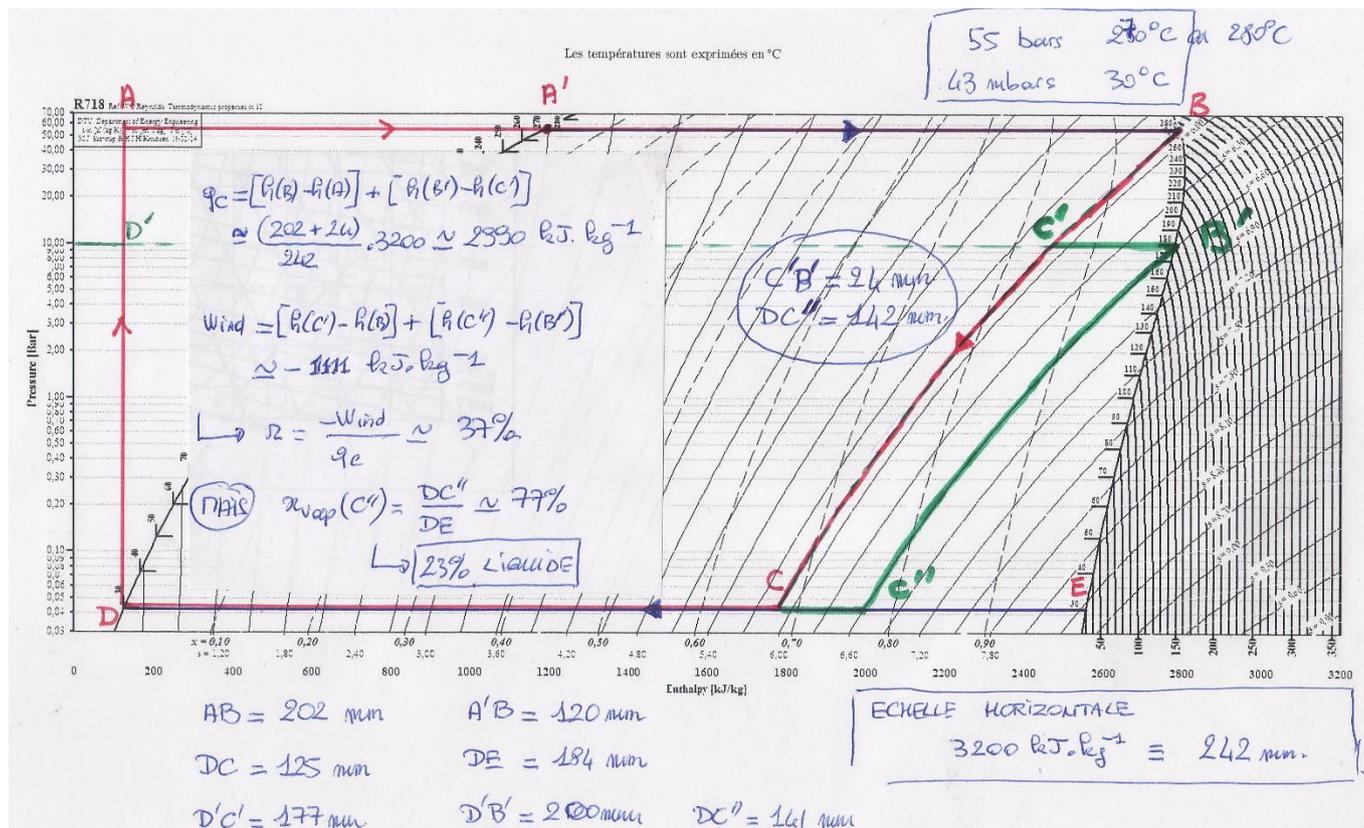
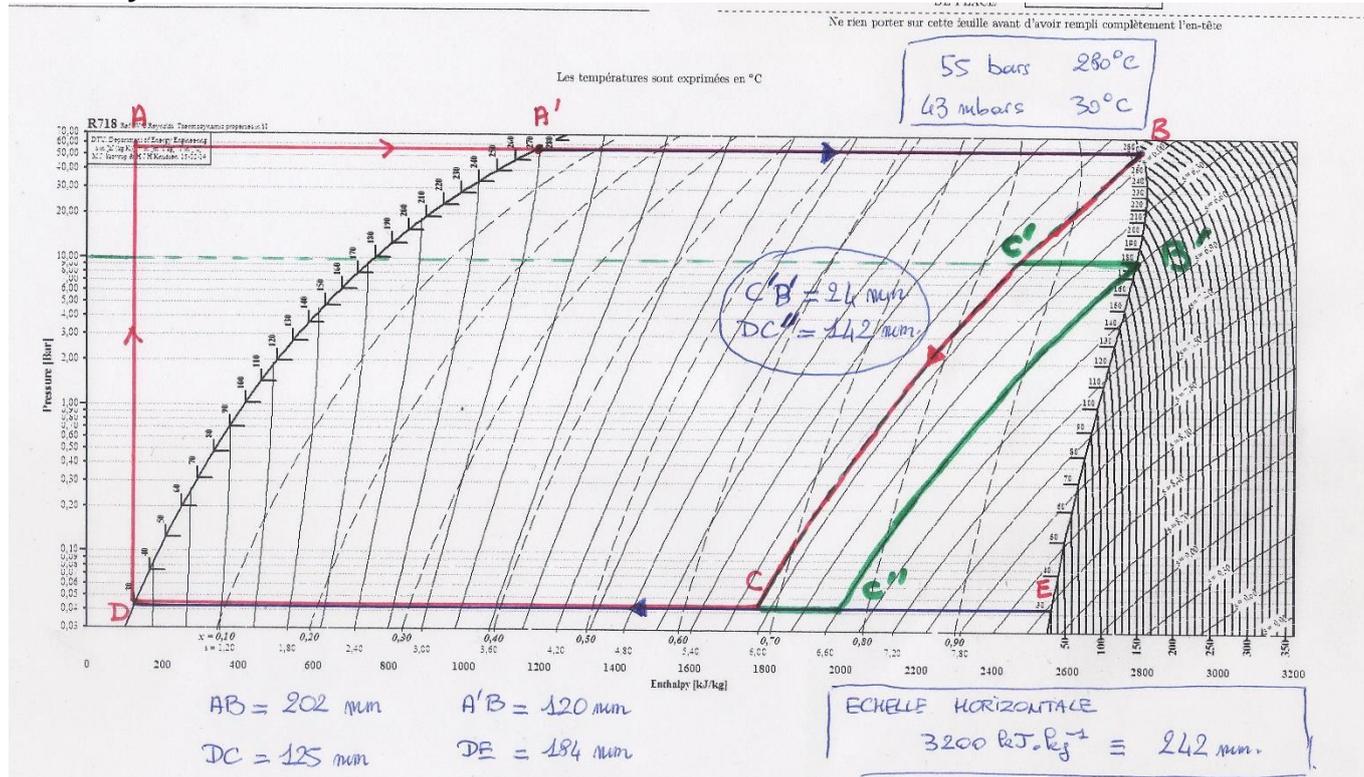


Pour les calculs :

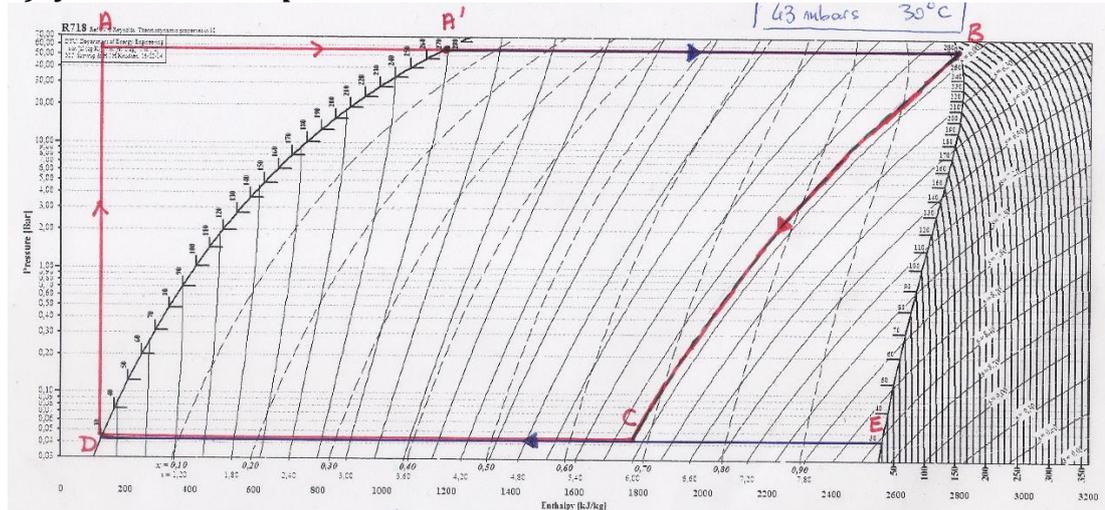
les distances sont mesurées avec une règle. On les convertit en kJ/kg. Pour le titre en vapeur, on utilise le théorème des moments.



Second cycle :



V) Cycle de Rankine par le calcul...



Nous payons la chaleur q_{AB} lors du contact avec le circuit primaire (contact du coeur du réacteur avec l'eau du primaire, puis contact de l'eau du primaire avec l'eau du secondaire).

Nous récupérons $w_{utile} = -w_{indBC}$ dans la turbine de détente.

Calcul de q_{AB} :

chauffage isobare de l'eau liquide de 30°C (pt A) à 270°C (pt A'), puis vaporisation totale à 270°C sous 55 bars.

$$q_{AB} = c(\theta_{A'} - \theta_A) + h_v(270^\circ\text{C}) - h_l(270^\circ\text{C}) \approx 2601,6 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

Calcul de $w_{utile} = -w_{indBC} = h_B - h_C$

$$h_B = h_v(270^\circ\text{C}) \text{ connu.}$$

On peut obtenir h_C à partir du théorème des moments : $x_C = \frac{DC}{DE} = \frac{h_C - h_D}{h_E - h_D}$ mais il faut connaître x_C .

On va l'obtenir à partir de BC adiabatique réversible soit donc $s_C = s_B$. On utilise à nouveau le théorème des moments mais avec s :

$$x_C = \frac{s_C - s_D}{s_E - s_D} = \frac{s_B - s_D}{s_E - s_D} = \frac{5,9226 - 0,4348}{8,4530 - 0,4348} \approx 0,684$$

On sort alors : $h_C = h_D + x_C(h_E - h_D) \approx 125,22 + 0,684 \times (2555,92 - 125,22) \approx 1787,8 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$

Puis finalement : $w_{utile} = -w_{indBC} = h_B - h_C \approx 2788,46 - 1787,8 \approx 1000 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$

On calcule donc un rendement :

$$r = \frac{w_{utile}}{q_{AB}} \approx 0,38$$

Maintenant, vous pouvez comparer avec l'approche graphique...