

PSI2. Devoir surveillé n°6. Samedi 15 mars 2025.
Corrigé succinct.

Problème n°1. Extrait centrale 2018 psi.

Q1) La force de traînée aérodynamique est donnée par : $T = \frac{1}{2} C_x \mu_{air} V^2$

Pour le transrapid, il n'y a pas de contact physique dont la seule force résistante est la force de traînée dont la puissance est :

$$P = TV = \frac{1}{2} C_x \mu_{air} V^3 \approx 920 \text{ kW}$$

Pour le TGV, il faut compter aussi le frottement contre les rails.

La puissance de la force de traînée est 150 kW et celle du frottement contre les rails est :

$$P_{rails} = \mu mgV = 16 \text{ MW}$$

juste en-dessous de la puissance mécanique totale de traction des moteurs (17,6 MW).

Bilan: en régime stationnaire à 300 km.h⁻¹, le transrapid consomme 16 fois moins que le TGV.

Q2) Le TEC va s'écrire : $\frac{dE_c}{dt} = -P$ où P est la puissance de freinage. Cette relation est intégrable, mais fait apparaître le temps et nous connaissons pas le temps de freinage.

Je définis l'axe Ox où x est la distance parcourue à partir du début du freinage. On a alors:

$$\frac{dE_c}{dt} = \frac{dE_c}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{dE_c}{dx} v = -P \quad \text{qui donne} \quad v^2 dv = -\frac{P}{m} dx$$

On peut alors intégrer sur la durée du freinage. Le train parcourt $d=3,6 \text{ km}$ avec une vitesse initiale v_i .

On sort :

$$P = \frac{mv_i^3}{3d} \approx 10 \text{ MW}$$

Q3) L'ordre de grandeur de la puissance de la force de traînée a déjà été calculée (1 MW) et ne représente AU MAXIMUM que 10% de la puissance de freinage nécessaire. La prise en compte de la force de traînée va compliquer les calculs en changeant très peu les valeurs numériques obtenues.

Q4) Travailler à puissance de freinage constante implique que la force de freinage augmente quand la vitesse diminue et diverge au moment de l'arrêt final : accrochez-vous !!!

Problème n°2 :ccp psi 2022.

Q28) Combustion du méthane : $CH_4 + 2O_2 = CO_2 + 2 H_2O$

$Q = 803 \text{ kJ/mol}$ de carburant ou de mol de CO_2 libérées.

Combustion du fuel : $C_{16}H_{34} + 49/2 O_2 = 16 CO_2 + 17 H_2O$

$Q = 7600 \text{ kJ/mol}$ de carburant donc pour 16 mol de CO_2 .

Soit $803 \cdot 16 / 7600 > 800 \cdot 16 / 8000 = 1,6 \text{ mol}$ de CO_2 libérées pour 803 kJ d'énergie.

Q29) Allure du cycle :

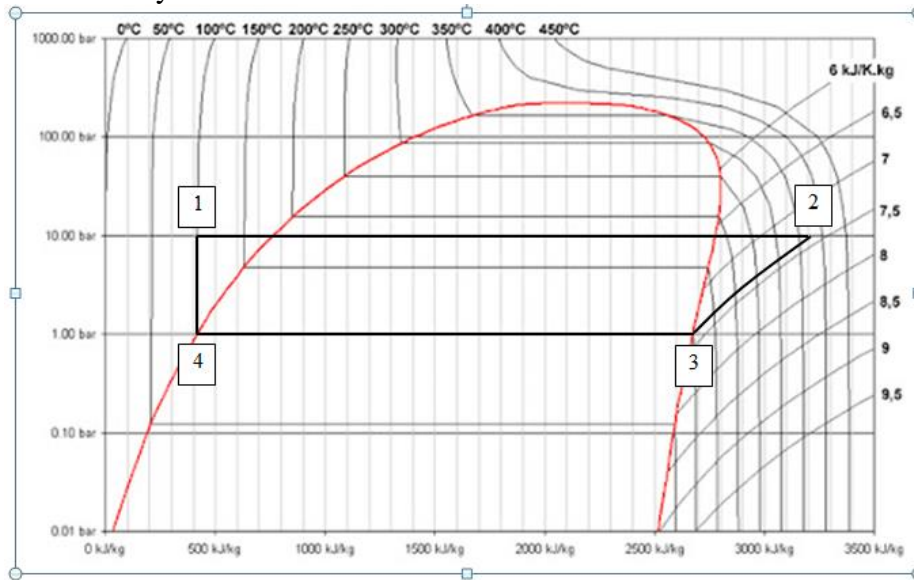


Tableau :

	Point 1	Point 2	Point 3	Point 4
T(°C)	≈ 100	370	100	100
P (bar)	10	10	1	1
h (kJ.kg ⁻¹)	400	3200	2700	400
Etat	Liquide	Vapeur sèche	Vapeur saturante (x _v =1)	Liquide saturé (x _v = 0)

Q30) On applique le 1^{ier} principe industriel de la thermodynamique aussi appelé bilan enthalpique sur chacun des éléments : $\Delta h = w_i + q$.

On a : $w_{iT} = h_3 - h_2 = -500 \text{ kJ.kg}^{-1}$; $q_{GV} = h_2 - h_1 = 2800 \text{ kJ.kg}^{-1}$; $q_{Cond} = h_4 - h_3 = -2300 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

$$\eta = \frac{|w_{iT}|}{q_{GV}} = \frac{h_2 - h_3}{h_2 - h_1};$$

Q31) On a $D_m \cdot w_{iT} = P_T \approx P_{elec} \Rightarrow D_m = \frac{P_{elec}}{|w_{iT}|} = \frac{250}{500} \approx 0,5 \text{ kg.s}^{-1}$.

Problème 3. Extrait modifié centrale 1 psi 2016.**I Pertes de charge dans les conduites****I.A.1.a) Fluide en écoulement homogène incompressible laminaire**

I.A.1.a) Ecoulement parfait: écoulement sans frottement, adiabatique, réversible d'un point de vue thermodynamique donc isentropique.

Écoulement homogène incompressible: les grandeurs macroscopiques qui décrivent le fluide sont les mêmes en tout point ; notamment la masse volumique est la même en tout point.

Stationnaire: indépendant du temps

1.A.1.b) Pour un système ouvert en écoulement stationnaire, le premier principe industriel de la thermodynamique s'écrit: $\Delta \left(h + \frac{v^2}{2} + gz \right) = w_{ind} + q$ entre deux points d'un tube de courant.

Le travail des forces de pression amont et aval est déjà compté ainsi que celui du poids.

L'écoulement est supposé adiabatique ($q=0$) et il n'y a pas d'autres forces ($w_{ind}=0$) donc la grandeur $h + \frac{v^2}{2} + gz$ est constante sur une ligne de courant ou $\left(h + \frac{v^2}{2} + gz \right) = 0$.

Le premier principe et le second principe sur une transformation élémentaire réversible de l'unité de masse de fluide donne : $du = Tds - pdv$

On utilise maintenant $h = u + pv$ d'où $dh = du + pdv + vdp = Tds + vdp = Tds + \frac{dp}{\mu}$

car v est le volume massique, soit l'inverse de la masse volumique.

On utilise maintenant $dh = Tds + \frac{dp}{\mu}$ avec $ds=0$ car l'écoulement est isentropique. Comme μ est constant, on obtient alors : $d \left(\frac{p}{\mu} + \frac{v^2}{2} + gz \right) = 0$. En multipliant par μ , on obtient :

$$P + \frac{\mu v^2}{2} + \mu gz = Cte = e_T \text{ qui est une énergie volumique}$$

Pour obtenir H , on divise maintenant par μg constant :

$$H = \frac{e_T}{\mu g} = z + \frac{p}{\mu g} + \frac{v^2}{2g} = cte$$

I.A.1.c) L'hypothèse d'un écoulement parfait ne peut être valide près des parois dans un écoulement laminaire d'un fluide réel, car la vitesse doit s'y annuler à cause de la viscosité.

I.A.1.d) Dans le cas d'un écoulement permanent d'un fluide incompressible réel, il faut ajouter dans la formule initiale précédente le travail des forces massiques de frottement soit :

$$w_{ind} = \mu \int_A^B \vec{f}_{visc} \cdot d\vec{\ell} \leq 0$$

On reprend le processus entier et on obtient : $e_T(B) - e_T(A) = \int_A^B \vec{f}_{visc} \cdot d\vec{\ell} \leq 0$

e_T diminue le long de l'écoulement à cause du travail des forces de viscosité.

I.A.1.e) On en déduit donc $H(B) - H(A) = \int_A^B \frac{\vec{f}_{visc}}{\mu g} \cdot d\vec{\ell} = \int_A^B \frac{\eta \Delta \vec{v}}{\mu g} \cdot d\vec{\ell} \leq 0$.

Une variation élémentaire de H s'écrit donc : $dH = \frac{\eta}{\mu g} \Delta \vec{v} \cdot d\vec{\ell}$. La perte de charge $H(A) - H(B)$ est donc bien positive (ou nulle en absence de viscosité).

I.A.2.a) Pour un fluide incompressible, la conservation de la matière devient : $div(\vec{v}) = 0$. En utilisant les cartésiennes, cela donne ici : $\frac{\partial v}{\partial x} = 0$, donc v ne dépend pas de x .

I.A.2b) . On suppose $\frac{\partial H}{\partial x} = -a$. D'après la question I.A.1.e, on déduit $\frac{\partial H}{\partial x} = -a = \frac{\eta \Delta v}{\mu g}$.

D'où $\frac{\eta}{\mu g r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) = -a$, soit encore $\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) = \frac{-a \mu g r}{\eta}$ que l'on intègre entre 0 et r :

$r \frac{\partial v}{\partial r} = \frac{-a \mu g r^2}{2\eta}$ soit $\frac{\partial v}{\partial r} = \frac{-a \mu g r}{2\eta}$ que l'on intègre cette fois entre r et r_0 .

$$v(r_0) - v(r) = -v(r) = \frac{a \mu g}{4\eta} (r^2 - r_0^2).$$

On en déduit $v(r) = \frac{a \mu g}{4\eta} (r_0^2 - r^2) = v_{max} \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2} \right)$ avec $v_{max} = \frac{a \mu g r_0^2}{4\eta}$.

I.A.2.c) La vitesse débitante est la vitesse moyenne calculée sur une section:

$$U = \frac{1}{\pi r_0^2} \iint_{section} v(r) r d\theta dr = \frac{1}{\pi r_0^2} \int_0^{r_0} 2\pi \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2} \right) v_{max} r dr \text{ soit après simplification } U = \frac{1}{2} v_{max}.$$

De $Q = U \pi r_0^2 = \frac{1}{2} v_{max} \pi r_0^2$ on déduit donc $v(r) = \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2} \right) v_{max} = \frac{2Q}{\pi r_0^2} \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2} \right)$.

I.A.2.d) Pour un débit de 30 L s^{-1} et un diamètre de 20cm, $U = \frac{Q}{\pi r_0^2} = \frac{30 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 10^{-2}} = 0,95 \text{ m s}^{-1}$.

De $v_{max} = \frac{a \mu g r_0^2}{4\eta}$ on déduit la perte de charge linéique $a = \frac{8\eta U}{\mu g r_0^2} = \frac{32\eta U}{\mu g D^2}$

- Cas de l'huile:

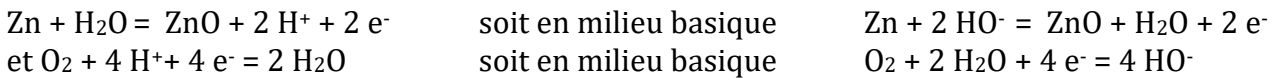
- A.N pour l'huile: $a = 1,5 \cdot 10^{-2}$; d'où une surpression nécessaire $\Delta P = \mu g \Delta H = \mu g a L = 6,5 \cdot 10^3 \text{ Pa}$
- Nombre de Reynolds: $Re = \frac{\mu D U}{\eta} = 990 \approx 10^3 < 2300$ compatible avec un écoulement laminaire.

- Cas de l'eau.

- Nombre de Reynolds: $Re = \frac{\mu D U}{\eta} = 1,9 \cdot 10^5 \gg 2300$. L'écoulement de l'eau est turbulent.

Pb4 Mines Ponts 2022 psi.

Q10. L'équation de la réaction de fonctionnement est la combinaison linéaire des demi-équations ci-dessous :



Le zinc est oxydé, la poudre de zinc en contact avec A₁ constitue donc l'anode.

A₂ constitue la cathode, où se déroule la réduction du dioxygène entrant par les orifices C et traversant la membrane semi-perméable.

Les électrons sont libérés à l'anode et consommés à la cathode, et circulent en sens opposé à celui du courant électrique, la cathode constitue donc le pôle + de la pile, l'anode le pôle -.

Q11. La tension à vide standard aux bornes de la pile vaut :

$$e^\circ = E^\circ(\text{O}_2(\text{g})/\text{H}_2\text{O}(\text{l})) - E^\circ(\text{ZnO}(\text{s})/\text{Zn}(\text{s}))$$

$$\text{AN : } e^\circ = 1,23 - (-0,43) = 1,66 \text{ V}$$

Q12. Pour l'équation de la réaction de fonctionnement : $2 \text{Zn}(\text{s}) + \text{O}_2(\text{g}) = 2 \text{ZnO}(\text{s})$ on a d'après la loi de Hess : $\Delta_r H^\circ = 2\Delta_f H^\circ(\text{ZnO}(\text{s})) - 2\Delta_f H^\circ(\text{Zn}(\text{s})) - \Delta_f H^\circ(\text{O}_2(\text{g}))$

$$\text{AN : } \Delta_r H^\circ = -2 \times 350 = -700 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\text{Par définition : } \Delta_r S^\circ = 2S_m^\circ(\text{ZnO}(\text{s})) - 2S_m^\circ(\text{Zn}(\text{s})) - S_m^\circ(\text{O}_2(\text{g})).$$

$$\text{AN : } \Delta_r S^\circ = 2 \times 40 - 2 \times 40 - 200 = -200 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$\Delta_r G^\circ = \Delta_r H^\circ - T\Delta_r S^\circ.$$

$$\text{A } 298 \text{ K : } \Delta_r G^\circ(298 \text{ K}) = -700 \cdot 10^3 + 200 \times 298 \simeq -640,4 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$K^\circ = e^{-\frac{\Delta_r G^\circ}{RT}}. \text{ AN : } K^\circ = e^{\frac{640400}{8 \times 298}}$$

$$\text{Pour faire l'AN on peut calculer } \log K^\circ = \frac{\ln(K^\circ)}{\ln(10)} \simeq \frac{1}{2,3} \times \frac{640400}{8 \times 300} = \frac{640400}{2,3 \times 24} \simeq 110 \text{ soit } K^\circ \simeq 10^{110}.$$

La transformation est totale, c'est cohérent.

$$\text{Q13. } \Delta_r G^\circ = -4Fe^\circ \Leftrightarrow e^\circ = \frac{-\Delta_r G^\circ}{4F}. \text{ AN : } e^\circ \simeq \frac{640400}{4 \times 10^5} \simeq 1,6 \text{ V.}$$

La valeur est en accord avec celle calculée à la Q11, compte tenu des approximations sur les $\Delta_f H^\circ$, S_m° , sur F , ...

Q14. La durée théorique de fonctionnement vérifie $q = i\Delta t = 4F\xi\text{Zn},i_{\max}$ (Zn est le réactif limitant car O₂ est apporté en continu à la cathode), avec : $n_{\text{Zn},i} = \frac{m_{\text{Zn},i}}{M_{\text{Zn}}}$.

$$\text{D'où : } \Delta t = \frac{2Fm_{\text{Zn},i}}{i \times M_{\text{Zn}}}. \text{ AN : } \Delta t = \frac{2 \times 10^5 \times 0,65}{0,8 \cdot 10^{-3} \times 65} = \frac{20}{0,8} \times 10^5 = 2,5 \cdot 10^6 \text{ s (soit environ } \frac{2,5 \cdot 10^6}{24 \times 3600} \simeq 30 \text{ jours).}$$

Q15. L'énergie électrique que peut fournir la pile vaut : $W_{\text{él}} = Ui\Delta t$ où U est la tension de fonctionnement.

$$\text{AN : } W_{\text{él}} = 1,5 \times 0,8 \cdot 10^{-3} \times 25 \cdot 10^5 = 1,5 \times 20 \cdot 10^2 = 3,0 \cdot 10^3 \text{ J}$$

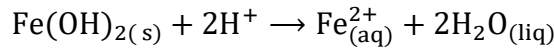
Problème n°5. Centrale mp 2022.

Q1. - Caractère oxydant ou réducteur : On sait que la somme des nombres d'oxydation est égale à la charge de l'ion ou de la molécule. Le nombre d'oxydation du fer dans $Fe_{(s)}$ est donc 0, il est de +II dans $Fe_{(aq)}^{2+}$ et de +III dans $Fe_{(aq)}^{3+}$. Dans $Fe(OH)_{2(s)}$:

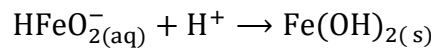
$$n.o. (Fe) + 2 \times n.o. (O) + 2 \times n.o. (H) = 0$$

le nombre d'oxydation de l'oxygène est -II et celui de l'hydrogène est +I donc celui du fer est +II. Par le même raisonnement, le nombre d'oxydation du fer dans $FeOOH_{(s)}$ est +III, dans $HFeO_2^-(aq)$, il est de +II.

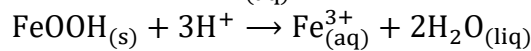
- Caractère acido-basique : On remarque que $Fe(OH)_{2(s)}$ peut être vu comme basique par rapport à $Fe_{(aq)}^{2+}$:



et acide par rapport à $HFeO_2^-(aq)$:

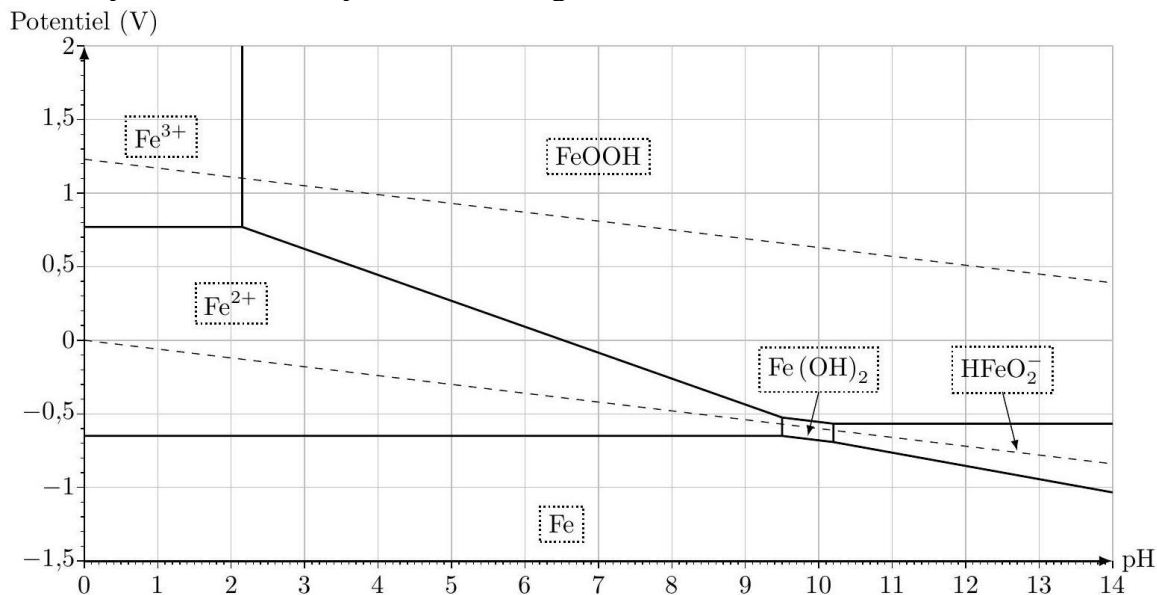


De même $FeOOH_{(s)}$ est basique par rapport à $Fe_{(aq)}^{3+}$:



- Conclusion :
- À bas potentiel, on trouvera $Fe_{(s)}$; puis $Fe_{(aq)}^{2+}$, $Fe(OH)_{2(s)}$ et $HFeO_2^-(aq)$ et enfin à haut potentiel, $Fe_{(aq)}^{3+}$ et $FeOOH_{(s)}$.
- À bas pH, on trouvera $Fe_{(aq)}^{2+}$ puis à pH intermédiaire $Fe(OH)_{2(s)}$ et enfin $HFeO_2^-(aq)$. De même on retrouve $Fe_{(aq)}^{3+}$ à bas pH et $FeOOH_{(s)}$ à haut pH.

D'où le placement des espèces sur le diagramme.



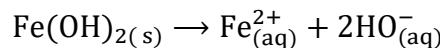
Q2. On doit considérer le couple $Fe_{(aq)}^{2+}/Fe_{(s)}$ donc la frontière entre les deux espèces. La formule de Nerst est : $E = E^0(Fe^{2+}/Fe) + \frac{0,06}{2} \log ([Fe^{2+}])$

À la frontière entre le domaine du fer solide ($Fe_{(s)}$) et celui de l'ion fer II en solution ($Fe_{(aq)}^{2+}$) :

$$[Fe^{2+}] = C_{tra} \text{ et on lit } E_{frontière} = -0,65 \text{ V}$$

Donc: $E^0(Fe^{2+}/Fe) = -0,65 - 0,03 \times (-6) = -0,47 \text{ V}$

Le produit de solubilité est la constante de la réaction de dissolution :



Soit:

$$K_s = [Fe^{2+}] \times [HO^-]^2$$

À la frontière entre le domaine d'existence du solide ($\text{Fe}(\text{OH})_{2(s)}$) et celui de l'ion fer (II) en solution ($\text{Fe}_{(aq)}^{2+}$): $[\text{Fe}^{2+}] = C_{\text{tra}}$ (définition de la convention de tracé)

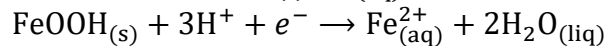
Nous relevons aussi graphiquement : $\text{pH}_{\text{fr}} = 9,5$

Donc : $[\text{HO}^-]_{\text{fr}} = 10^{-14+9,5} = 10^{-4,5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$

Ainsi :

$$K_s = 10^{-6} \times (10^{-4,5})^2 = 10^{-15}$$

Q3. On écrit la demi-équation du couple $\text{FeOOH}_{(s)}/\text{Fe}_{(aq)}^{2+}$:



La formule de Nernst correspondante est :

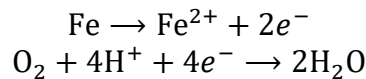
$$E = E^0(\text{FeOOH}/\text{Fe}^{2+}) + \frac{0,06}{1} \log \left(\frac{[\text{H}^+]^3}{[\text{Fe}^{2+}]} \right)$$

À la frontière entre le domaine du solide et de celui de l'ion en solution ($\text{Fe}_{(aq)}^{2+}$): $[\text{Fe}^{2+}] = C_{\text{tra}}$.

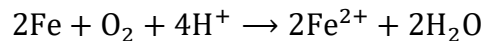
Ainsi : $E_{\text{fr}} = E^0(\text{FeOOH}/\text{Fe}^{2+}) - 0,18\text{pH} - 0,06\log(C_{\text{tra}})$

La pente de la frontière séparant $\text{FeOOH}_{(s)}$ et $\text{Fe}_{(aq)}^{2+}$ est $-0,18 \text{ V}$.

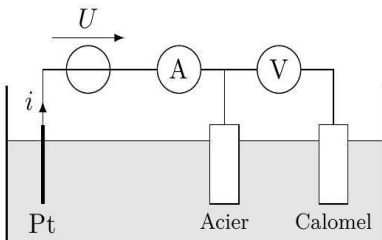
Q4. Le dioxygène et le fer n'ont pas de domaine commun : le fer solide est oxydé (en Fe^{2+} à pH7) et le dioxygène est réduit en eau.



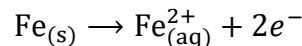
Le bilan est :



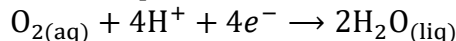
Q5. Schéma : une tension est imposée entre l'électrode de platine et l'acier, un courant circule; tandis que l'on mesure la tension entre l'acier et l'électrode au calomel saturé.



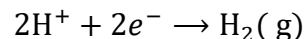
Q6. - La zone (a) pour $i > 0$ correspond à l'oxydation du fer solide en Fe^{2+} (car à $\text{pH} = 8,2$, c'est l'ion Fe^{2+} qui prédomine).



- Le premier plateau (b) observé pour $i < 0$ et proche de 0 correspond à la réduction du dioxygène en eau. Le plateau est un palier de diffusion de l'oxygène dissout.



- Le mur du solvant (c) observé pour $i < 0$ ($\Delta E \approx -0,95 \text{ V}$) correspond à la réduction de l'eau en dihydrogène gazeux.



Q7. En prolongeant le mur du solvant jusqu'à l'axe des abscisses, on relève $\Delta E \approx -0,94 \text{ V}$ pour un courant nul. Soit, comme $E_{\text{calomel}} = 0,25 \text{ V}$:

$$E_{\text{acier}} = -0,69 \text{ V}$$

or le potentiel de Nernst de ce couple est :

$$E_{\text{Nernst}} = -0,06\text{pH} = -0,06 \times 8,2 = -0,49 \text{ V}$$

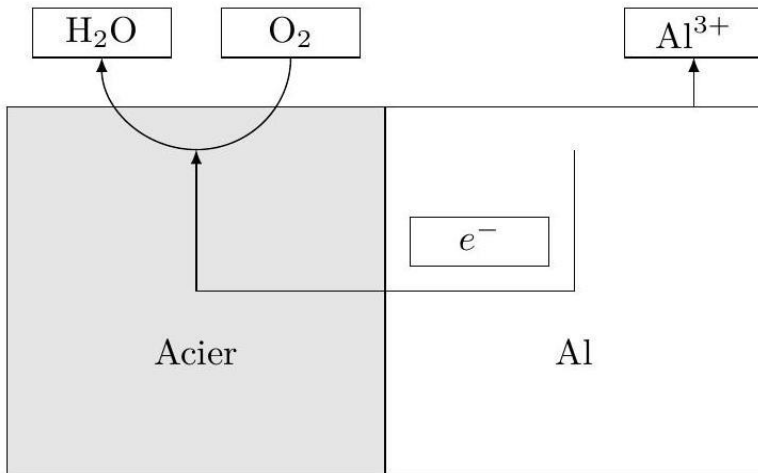
On en déduit la valeur de la surtension cathodique :

$$\eta_c = -0,20 \text{ V}$$

Q8. Il correspond au plateau à vitesse nulle, et à la zone linéaire lorsque la vitesse du courant d'eau est non nulle.

Q9. Le renouvellement du dioxygène dissout par le mouvement de fluide fait que la diffusion n'a à se faire sur une zone de plus en plus réduite au fur et à mesure que la vitesse du fluide augmente, et devient ainsi de moins en moins limitante.

Q10. Schéma complété :



Q11. On repère le potentiel mixte correspondant à la courbe d'oxydation de l'aluminium et à la réduction des ions fer. Les courants se compensent pour $\Delta E \approx -0,75 V$ et on relève :

$$j_{corr} = 1,5 \times 10^{-5} A \cdot cm^{-2} = 1,5 \times 10^{-1} A \cdot m^{-2}$$

Q12. À cette densité de courant est associé un courant $j_{corr} S = j_{corr} \pi d^2$ soit, sur un intervalle de temps Δt , une quantité de matière d'électrons égale à :

$$n_{e^-} = \frac{j_{corr} \pi d^2 \Delta t}{\mathcal{F}}$$

La quantité de matière d'aluminium est $n_{e^-}/3$ donc la masse d'aluminium est :

$$\Delta m_{Al} = \frac{j_{corr} \pi d^2 M(Al) \Delta t}{3\mathcal{F}}$$

On a $\Delta m_{Al} = \Delta e_{Al} \pi d^2 \rho_{Al}$ ainsi :

$$\frac{\Delta e_{Al}}{\Delta t} = \frac{j_{corr} M(Al)}{3\mathcal{F} \rho_{Al}} = 5,14 \times 10^{-12} m \cdot s^{-1}$$

Soit pendant 1 an, une épaisseur de $1,62 \times 10^{-4} m = 0,162 mm$.

Q13. La valeur obtenue sur trois ans (environ 0,5 mm) semble assez éloignée de l'épaisseur de la pièce...