PSI2. Puissance en régime sinusoïdal. Hacheurs et onduleurs.

Exercice B.

Soit $\underline{I}_{eff}$ le courant efficace complexe délivré par le générateur. La LDM donne alors :

$$\underline{I}_{eff} = \frac{E_{eff}}{\underline{Z}_g + \underline{Z}} = \frac{E_{eff}}{(R + R_g) + j(S + S_g)}$$

La puissance reçue par le dipôle est alors :

$$P = Re(\underline{Z}) I_{eff}^2 = R \frac{E_{eff}^2}{(R + R_g)^2 + (S + S_g)^2}$$

considérée comme une fonction de R et de S. On écrit donc P=P(R,S) et nous cherchons le maximum de cette fonction avec S réel et R réel positif.

Vis-à-vis de S, il faut minimiser le dénominateur et chercher la valeur minimale de $(S + S_g)^2 \geq 0$ par construction. On obtient donc $S=-S_g$. Et la fonction P devient : $P(R) = R \frac{E_{eff}^2}{(R+R_g)^2}$ avecR réel positif.

La dérivation de cette fonction dans l'intervalle d'étude donne un unique maximum pour $R=R_g$.

Donc, la puissance fournie par le générateur est maximale quand $\underline{Z} = \underline{Z}_g^*$ et vaut $P_{MAX} = \frac{E_{eff}^2}{4R_g}$.

Exercice C. Application de l'exercice précédent.

En RSP(ω), L et C ne consomment pas d'énergie, donc le circuit d'adaptation ne consomme pas d'énergie et la puissance reçue par R est égale à la puissance reçue par l'ensemble {L en série avec (R et C en parallèle) } et à la puissance fournie par le générateur.

On calcule : $\underline{Z} = jL\omega + \frac{R}{1+jRC\omega} = R_o$ grâce à la propriété de l'exercice précédent.

On multiplie par (1+jRCω), on sépare parties réelles et imaginaires, on résoud et on obtient la solution proposée si $R>R_o$.

Si $R=R_o$, on n'a pas besoin de circuit d'adaptation.

Si $R<R_o$, ce circuit ne marche pas, on va donc en tenter un autre, par exemple en intervertissant L et C. A voir si ça marche, j'attends vos contributions.

Exercice D.

La puissance reçue par l'usine est P=UI.cos(φ) où I est l'intensité efficace traversant la ligne d'alimentation, les pertes par effet Joule dans la ligne sont donc :

$$P_{Joule} = RI^2 = \frac{RP^2}{U^2 cos^2(\varphi)}$$

L'intérêt d'EDF est de limiter ces pertes : à P donné, il faut donc R le plus faible possible, U le plus élevé possible (d'où les lignes Très Haute Tension THT 400kV pour le transport longue distance) et le cos(φ) le plus élevé possible donc proche de 1.

Dans l'exercice suivant, on verra comment améliorer le cos(φ) en ajoutant des batteries de condensateurs en parallèle sur une usine.

Exercice E.

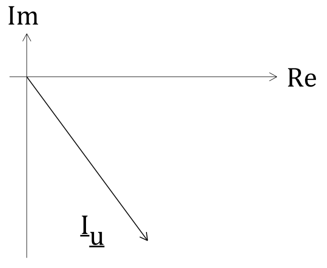


figure 1c

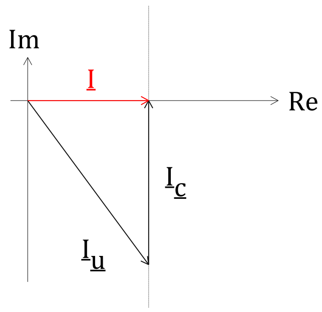


figure 3

1a)On obtient : $I_u = \frac{P}{U.cos(\varphi)} \approx 568{,}2\ A.$

1b)Si on prend une inductance réelle (R en série avec L), la relation courant tension en convention récepteur en notation complexe est :

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{R + jL\omega} \quad avec \quad Arg(R + jL\omega)\ compris\ entre\ 0\ et\ \frac{\pi}{2}$$

donc le courant est en retard sur la tension.

1c)Comme l'usine se comporte globalement comme une bobine, si la tension effica complexe est réelle, le courant effica complexe est dans le quadrant 4 comme sur la figure 1c ci-dessus.

2)Les condensateurs ne consomment pas d'énergie, donc la puissance fournie par EDF est encore la puissance reçue par l'usine.

3)On note $\underline{I_C} = jC\omega U$ *le courant efficace complexe traversant les condensateurs en convention récepteur. Le courant traversant l'usine est toujours le même mais le courant fourni par EDF est maintenant* $\underline{I} = \underline{I_C} + \underline{I_U}$ *comme l'indique la figure 3.*

4)Le bout de la flèche de $\underline{I}$ *est forcément sur la ligne pointillée verticale. La valeur minimale de I correspond alors à* $\underline{I}$ *réel.*

On a alors $C\omega U = I_U|sin\varphi|$ *soit :* $C = \frac{I_U|sin\varphi|}{\omega U} \approx \frac{568{,}2 \times 0{,}6}{2\pi \times 50 \times 220} \approx 4{,}9mF\ ou\ 4900\mu F$

C'est un gros condensateur, mais aucun pb pour une usine.Le nouveau facteur de puissance global est 1 et on remarque $I = I_U cos(\varphi) = 454{,}6\ A$.

5)ON note R la résistance de la ligne d'alimentation.

Sans les condensateurs , la perte d'EDF est $P_1 = RI_U^2$

Avec, la perte d'EDF est $P_2 = RI^2 = P_1 cos^2(\varphi) = 0{,}64P_1$

EDF a baissé ses pertes de 36%.

PSI2.Hacheurs.

Exercice H.

1)Si on ne simplifie rien dans le processus de calcul, le courant i(t) sera constitué de branches d'exponentielles, trop compliquées à gérer.

Appelons u_R la tension aux bornes de R en convention récepteur. Le quadripole LR est ici un filtre passe-bas dont la fréquence de coupure est très petite devant la fréquence du hacheur. En conséquence, seule la composante continue (αE) passe à travers le filtre.

On a donc $u_R = \alpha E$. Le courant i(t) est forcément une fonction continue du temps à cause de la présence de L

Travaillons maintenant sur une période [0 T]

a)Sur [0 αT[, le transistor est fermé et la diode, en opposition sur E, est bloquée. La LDM donne alors : $E = L\frac{di}{dt} + u_R$ soit encore : $\frac{di}{dt} = \frac{E - u_R}{L}$ loi linéaire b)Sur l'intervalle complémentaire, le transistor est ouvert et la diode devient alors passante. La LDM donne alors : $\frac{di}{dt} = -\frac{u_R}{L} < 0$ loi linéaire décroissante.

Du fait de la continuité du courant dans la bobine i(T)=i(0) ce qui indique i est d'abord croissant sur le premier intervalle.
Donc sur [0 αT[, i passe de I_{min} à I_{max}, puis redescend à I_{min} sur l'intervalle complémentaire. Pour une droite pente et dérivée sont identiques, et on a donc :

$$\frac{E - u_R}{L} = \frac{I_{max} - I_{min}}{\alpha T} \quad et \quad \frac{u_R}{L} = \frac{I_{max} - I_{min}}{(1-\alpha)T}$$

ce qui permet de retrouver $u_R = \alpha E$ pui s de calculer l'ondulation de courant et le courant moyen :

$$I_{max} - I_{min} = \frac{\alpha(1-\alpha)ET}{L} \qquad \langle i(t) \rangle = \alpha \frac{E}{R}$$

Au passage ici, on peut calculer l'ondulation relative :

$$\frac{I_{max} - I_{min}}{\langle i(t) \rangle} = \frac{(1-\alpha)RT}{L} \leq \frac{RT}{L} = 0{,}44\ \%$$

Le courant i(t) sert à créer un champ magnétique qui est proportionnel à i(t). Donc le hacheur commande la valeur du champ magnétique créée par la bobine.

2) On a à la fermeture ou ouverture du transistor une discontinuité du courant délivré par la batterie. On pourrait brancher en parallèle sur la batterie un condensateur qui atténuera la discontinuité de courant.

3)
La batterie n'est connectée que sur l'intervalle [0 αT[et fournit le courant $i_o = \frac{\alpha E}{R}$ sous la tension E, soit donc l'énergie : $W = E i_o(\alpha T) = \frac{\alpha T E^2}{R}$.
Sur la période T, elle founit donc la puissance moyenne :$P_G = \frac{W}{T} = \frac{\alpha E^2}{R}$
qui est tout simplement la puissance moyenne consommée par R. Toute l'énergie fournie par la batterie est consommée par la résistance R.

Exercice I. Proposition de solution.

1)A gauche, l'inductance empêche les variations de courant. A droite, le condensateur limite les variations de tension. On aura donc un convertisseur courant-tension.
Ce qu'on pourra vérifier dans les calculs.

2) Sur l'intervalle [0 αT[, K est fermé et K' ouvert, la LDM donne alors $\frac{dI}{dt} = \frac{E}{L} > 0$

(et accessoirement $\frac{du_s}{dt} = -\frac{u_s}{RC}$*)*

Sur l'intervalle [αT T[, c'est l'inverse et la LDM donne : $\frac{dI}{dt} = \frac{E-E'}{L}$

On a donc deux évolutions linéaires dans le temps de la fonction I(t).
On exploite maintenant la périodicité et la continuité de la fonction I(t) , à cause de l'inductance L.
A la fin de la période, le courant doit revenir à sa valeur de départ. Donc, si la première évolution est croissante , la seconde est forcément décroissante et on obtient E'>E.
Dans le premier intervalle, I croît de I_{min} à I_{max}. Dans le second intervalle I décroît de I_{max} à I_{min}.
Il n'y a plus qu'à confondre dérivée et pente moyenne pour une fonction linéaire. On obtient donc :

$$\frac{I_{max} - I_{min}}{\alpha T} = \frac{E}{L} \quad et \quad \frac{I_{min} - I_{max}}{(1-\alpha)T} = \frac{E - E'}{L}$$

On fait le rapport des deux et on obtient : $U_S = \frac{E}{1-\alpha} > E$ *(ce qui pose un pb pour α=1)*
On obtient un hacheur survolteur.
On obtient aussi l'ondulation de courant : $\Delta I = (I_{max} - I_{min}) = \alpha T \frac{E}{L}$

3)Pour obtenir l'ondulation la plus faible, il faut T le plus faible possible et L le plus grand possible. On calcule ici $\alpha = 0{,}5$ *.* $L = \alpha T \frac{E}{(I_{max}-I_{min})} > 5mH$
Pour fournir 160W sous 40V, le courant moyen doit valoir 4A donc varie entre 3,9A et 4,1A.

4)Pour K_1, je définis sa tension u_1 et son courant i_1 en convention récepteur. Id avec permutation pour K_2. Définition incomplète, mais seulement 2 possibilités à chaque fois.
Pour K_1, on a d'abord $\{u_1 = E - E' < 0 \ , \ i_1 = 0\}$ *puis* $\{u_1 = 0 \ , \ i_1 = i_e > 0\}$
C'est une diode.
Pour K_2, on a d'abord $\{u_2 = 0 \ , \ i_2 = i_e > 0\}$ *puis* $\{u_2 = E \ , \ i_2 = 0\}$
C'est un transistor.

5)Du fait de la présence de C en parallèle en sortie, la fonction $u_S(t)$ est une fonction périodique continue du temps. On remarque (question 1) que $u_S(t)$ décroît dans la première phase, donc qu'il doit croître dans la seconde.
Pour obtenir l'ondulation de tension en sortie, on reprend l'équation $\frac{du_s}{dt} = -\frac{u_s}{RC}$ *valable pendant la première phase et pour laquelle u_s décroît de u_{smax} à u_{smin} . On intègre l'équation en supposant u_s pratiquement égal à sa valeur moyenne E' ce qui donne :* $\frac{u_{smin}-u_{smax}}{\alpha T} = -\frac{E'}{RC}$ *soit donc :*

$$\Delta u_s = u_{smax} - u_{smin} = \alpha T \frac{E'}{RC} = \frac{\alpha T E}{(1-\alpha)RC}$$

On peut maintenant sortir C : $C = \frac{\alpha TE}{(1-\alpha)R\Delta u_s} > \frac{\alpha TE}{(1-\alpha)R\Delta u_{smax}} \approx 50\mu F$
La tension de sortie varie donc entre 79,5V et 80,5V.

<u>K.Transfert de puissance par couplage capacitif.</u>

1)Si les deux interrupteurs sont ouverts en même temps, la LDN donne : $I_o = -I'_o$, or les deux grandeurs sont positives.

Si ils sont fermés, le condensateur est court-circuité, or on affirme que u_c est STRICTEMENT positif.

2) Pour $0 \le t < \alpha T$: La caractéristique de C donne : $\frac{du_c}{dt} = -\frac{I'_o}{C} < 0$

Loi linéaire décroissante.

Pour $\alpha T < t \le T$: La caractéristique de C donne : $\frac{du_c}{dt} = +\frac{I_o}{C} > 0$

Loi linéaire croissante.

On a un régime périodique de période T et $u_c(t)$ est une fonction continue du temps donc $u_c(0)=u_c(T)$.

Interprétation : dans la première phase, u_c décroît linéairement de U_M à U_m et fait l'inverse dans la seconde phase.

L'aspect graphique est tout-à-fait usuel.

Pour une relation linéaire, dérivée et pente moyenne sont égales. On écrit donc :

Pour $0 \le t < \alpha T$: $\frac{du_c}{dt} = -\frac{I'_o}{C} = \frac{U_m - U_M}{\alpha T} = -\frac{U_M - U_m}{\alpha T}$

Pour $\alpha T < t \le T$: $\frac{du_c}{dt} = +\frac{I_o}{C} = \frac{U_M - U_m}{(1-\alpha)T}$

3)Il suffit d'exploiter les relations précédentes. On sort : $I'_o = \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right) I_o$

4)

<u>Puisance moyenne fournie par la source I_o :</u>

Dans la prmeière phase, I_o est court-circuitée donc ne fournit aucune énergie.

Dans la seconde phase, la puissance FOURNIE par I_o est $p(t) = u_c . I_o$

L'énergie fournie est alors, par interprétation graphique d'intégrale :

$$E_{fournie} = I_o \int_{\alpha T}^{T} u_c(t)dt = I_o . \frac{U_M + U_m}{2}$$

Et donc la puissance moyenne fournie par I_o est : $P_{fournie} = \frac{E_{fournie}}{T} = I_o . \frac{U_M + U_m}{2T}$

<u>Puisance moyenne reçue par la source I'_o :</u>

Même méthode de calcul sur le première phase. On obtient le même résultat. C'est normal, les interrupteurs et le condensateurs ne consomment pas d'énergie en régime périodique.

5)

Interrupteur 1 à gauche: phase 1: $i_K = I_o > 0 \; et \; u_K = 0$

phase 2: $i_K = 0 \; et \; u_K = u_c > 0$

TRANSISTOR

Interrupteur 2 à droite: phase 1: $i_{K'} = 0 \; et \; u_K = -u_c < 0$

phase 2: $i_{K'} = I'_o > 0 \; et \; u_K = 0$

DIODE

L. MLI.

1)la loi d'Ohm donne : $\frac{\underline{i_c}}{\underline{u_c}} = \frac{1}{R+jL\omega} = \frac{1}{R}\cdot\frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_c}}$ $avec\ \ \omega_c = \frac{R}{L} = \omega_o$

Filtre passe-bas d'ordre 1, de gain maximal 1/R, de fréquence de coupure f_o=50Hz.

Pour une amplitude U=100V, on calcule :

a)à 50Hz , $I_{50} = \frac{100}{\|10+10j\|} \approx 7{,}1A$ b)à 250Hz, $I_{250} = \frac{100}{\|10+50j\|} \approx 2A$

2)On trouve sans pb : $U_{ceff} = \sqrt{\frac{\pi-\delta}{\pi}}U_o$.

3)On remarque que les harmoniques paires sont nulles, et que le développement ne fait apparaître que des cosinus car la fonction est paire.

Fondamental	p=0	Amplitude	$U_1 = \frac{4U_o}{\pi}sin\left(\frac{\pi-\delta}{2}\right)$
Harmonique 2		Amplitude	$U_2 = 0$
Harmonique 3	p=1	Amplitude	$U_3 = \frac{4U_o}{3\pi}sin\left(\frac{3}{2}(\pi-\delta)\right)$
Harmonique 4		Amplitude	$U_4 = 0$
Harmonique 5	p=2	Amplitude	$U_5 = \frac{4U_o}{5\pi}sin\left(\frac{5}{2}(\pi-\delta)\right)$

4)On veut U_3=0, ce qui donne la solution physiquement acceptable $\delta = \frac{2\pi}{3}$.

5)Avec la seconde question, on calcule $U_o = U_{ceff}\sqrt{3} \approx 380V$.

6)La première harmonique non nulle est la n°5 à 250Hz.

On calcule $U_1 \approx 242V$, $U_5 \approx 48{,}5V$

On passe en notation complexe pour chacun des deux courants à calculer. Comme $u_c(t)$ ne contient que des cos, la phase de départ est nul pour les tensions complexes.

Pour le fondamental à 50Hz. $\underline{U_1} = U_1$ et $\underline{I_1} = \frac{U_1}{R+jL\omega_o} \approx \frac{242}{10+10j}A$

On calcule : $I_1 = \|\underline{I_1}\| \approx \frac{242}{10\sqrt{2}}A \approx 17{,}2A$ $et\ \ Arg(\underline{I_1}) = -\frac{\pi}{4}$

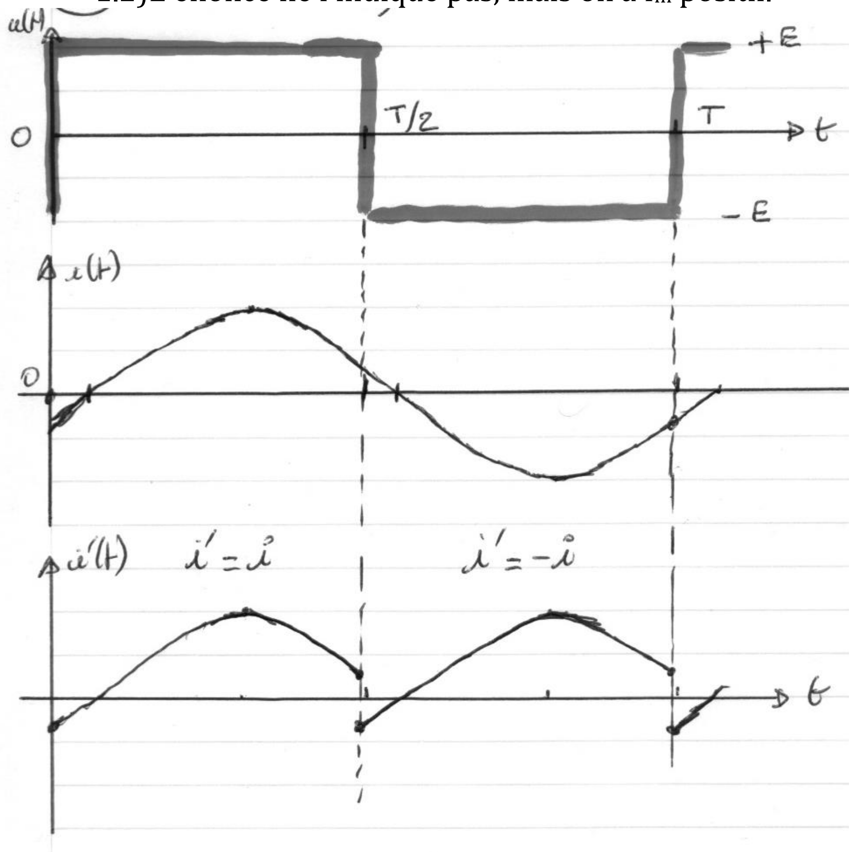
Pour h5 à 250Hz. $\underline{U_5} = U_5$ et $\underline{I_5} = \frac{U_5}{R+jL5\omega_o} \approx \frac{48{,}5}{10+50j}A$

On calcule : $I_5 = \|\underline{I_5}\| \approx \frac{48{,}5}{10\sqrt{26}}A \approx 2A$ $et\ \ Arg(\underline{I_1}) = -Arctan(5) = -1{,}37$

Pour les courbes, il y a un petit problème avec les amplitudes. Par contre, on a bien du 50Hz.
Le fondamental est la sinusoïde donc la courbe en trait fin. On remarque que le courant total s'éloigne peu du fondamental. Si la source d'énergie est une source continue, le courant qui traverse la charge est globalement sinuoïdal de fréquence 50 Hz.

M.

1.2)L'énoncé ne l'indique pas, mais on a I_m positif.



I1.9)

Intervalle de $\theta=\omega t$	0 à $-\varphi$	$-\varphi$ à π	π à $\pi-\varphi$	$\pi-\varphi$ à 2π
Interrupteurs qui conduisent	D_1 et D'_2	T_1 et T'_2	D'_1 et D_2	T'_1 et T_2