

Trois « Fabry-Perot » non optiques

par **Jérôme JOVET** et **Frédéric BERNARDOT**
 UFR de physique - Université Paris-Cité - 75013 Paris
jerome.jovet@univ-paris-diderot.fr
frederic.bernardot@inspjussieu.fr

CHARLES FABRY ET ALFRED PEROT INVENTÈRENT LEUR INTERFÉROMÈTRE optique à la toute fin du XIX^e siècle : deux miroirs de forte réflectivité, placés face à face sur le trajet d'un faisceau lumineux, permettent d'en sélectionner finement des raies spectrales. Le fonctionnement de ce dispositif, reposant sur l'interférence d'ondes multiples, peut être mis en œuvre avec des phénomènes ondulatoires en dehors du domaine de l'optique. On présente ici des expériences sur trois exemples de « Fabry-Perot » non optiques, qui sont réalisés avec : (i) des ondes électromagnétiques hyperfréquences dans le vide ; (ii) des ondes électriques radiofréquences dans un câble coaxial ; (iii) des ondes acoustiques ultrasonores dans l'air.

INTRODUCTION

L'interféromètre optique de Fabry-Perot [1] fut décrit la première fois par leurs inventeurs en 1897 [2]. Il a été créé initialement dans le but de mesurer de faibles épaisseurs d'air ($\sim 0,1$ mm) entre deux lames transparentes, dont les faces en regard sont métallisées ; il a ensuite trouvé ses applications les plus nombreuses dans le domaine de la spectroscopie optique [3-7]. De façon courante, les filtres interférentiels [8] fonctionnent sur le principe de l'interféromètre de Fabry-Perot ; et il est connu par ailleurs qu'une source laser contient une cavité Fabry-Perot en son sein [9].

Cet interféromètre est constitué de deux lames transparentes, dont les faces en regard sont rigoureusement parallèles l'une à l'autre, et métallisées afin qu'elles soient fortement réfléchissantes. La figure 1 (cf. page ci-après) montre le schéma du dispositif, éclairé par un faisceau optique parallèle en incidence normale, de pulsation optique ω ; les surfaces métallisées forment une cavité de longueur L . Le faisceau transmis résulte des réflexions multiples à l'intérieur de la cavité, et de la superposition des ondes partielles qui émergent de la seconde lame. L'intensité optique incidente étant notée I_{in} , l'intensité I_{tr} du faisceau transmis est alors donnée (cf. annexe 1) par la formule d'Airy [2, 10] :

$$I_{tr} = \frac{T_1 T_2}{(1 - R)^2 + 4R \sin^2(\omega L / c + \psi)} I_{in},$$

où R est le coefficient de réflexion air-métal en énergie d'une couche métallique dans la cavité, et où T_1 et T_2 sont les coefficients de transmission en énergie de la première

et de la seconde lame, respectivement, couche métallique comprise ; ψ est une phase provenant du déphasage à la réflexion sur les faces métallisées ; c est la célérité de la lumière dans l'air, assimilable ici à celle dans le vide.

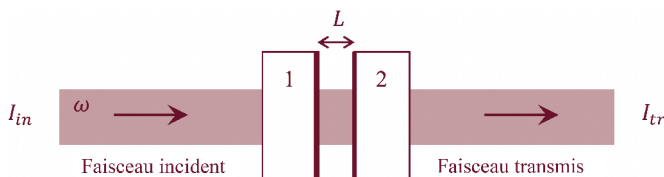


Figure 1 - Schéma de principe de l'interféromètre de Fabry et Perot.

Deux hypothèses ont été faites, qui permettent d'aboutir à l'expression de I_{tr} ci-dessus : d'une part, les deux couches métalliques sont supposées identiques, d'où l'intervention d'un seul coefficient R ; d'autre part, les deux dioptries air-lame1 et lame2-air sont supposés avoir subi un parfait traitement antireflet et donc posséder des coefficients de transmission égaux à l'unité.

La figure 2 (cf. page ci-contre) représente l'intensité optique I_{tr} du faisceau transmis en fonction du paramètre $\gamma = \omega L/c + \psi$, pour deux valeurs du coefficient de réflexion R . Les maxima I_{Max} se situent en les $\gamma_m = m\pi$, où m est un nombre entier, et sont donnés par l'expression $I_{Max} = I_{in} T_1 T_2 / (1 - R)^2$. Les minima I_{min} se situent en les $\gamma'_m = (m + 1/2)\pi$, et sont donnés par $I_{min} = I_{in} T_1 T_2 / (1 + R)^2$. Le rapport $I_{min}/I_{Max} = (1 - R)^2 / (1 + R)^2$ est d'autant plus petit que R est proche de l'unité. Dans la pratique, γ peut être varié en contrôlant la pulsation ω ou en contrôlant la longueur L .

Une autre caractéristique des deux courbes de la figure 2 (cf. page ci-contre) est remarquable : les profils des résonances, autour des maxima en $\gamma_m = m\pi$, se rétrécissent quand R grandit. En notant $\Delta\gamma$ la pleine largeur à la moitié du maximum de ces profils, on voit qu'elle obéit à $4R \sin^2(\Delta\gamma/2) = (1 - R)^2$, c'est-à-dire que cette largeur est fournie par l'expression suivante, pour $R > 0,17$:

$$\Delta\gamma = 2 \operatorname{Arcsin}\left(\frac{1-R}{2\sqrt{R}}\right).$$

La finesse F de l'interféromètre de Fabry-Perot est définie par

$$F = (\gamma_{m+1} - \gamma_m) / \Delta\gamma,$$

soit :

$$F = \frac{\pi}{\Delta\gamma} \simeq \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R},$$

la dernière égalité étant valable lorsque $1 - R \ll 1$. Plus le coefficient de réflexion R s'approche de l'unité, plus la largeur $\Delta\gamma$ des résonances est étroite et plus la finesse F est grande. C'est la grande finesse de l'interféromètre de Fabry-Perot qui le rend pertinent pour des études spectroscopiques ; F vaut alors couramment $F \sim 10$ [7, 11], et jusqu'à $F \sim$ quelques $\times 100$ [12-13].

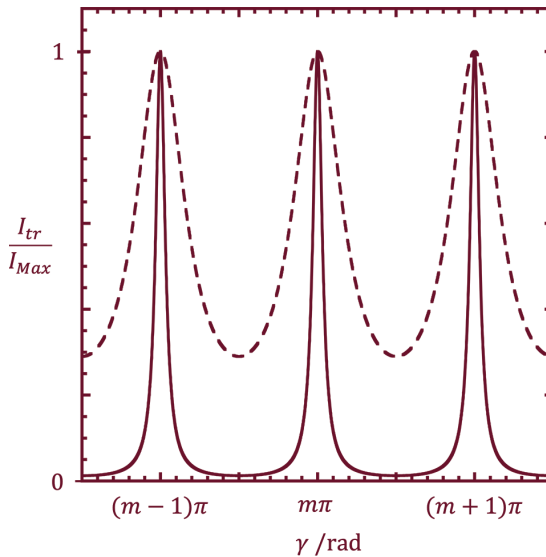


Figure 2 - Intensité optique transmise I_{tr} en fonction de $\gamma = \omega L/c + \psi$, pour $R = 0,8$ (courbe en trait plein) et $R = 0,3$ (courbe en tirets) ; m est un entier. L'intensité I_{Max} est définie dans le texte ci-dessus.

Cet article présente trois interféromètres de Fabry-Perot – appelés « Fabry-Perot » en bref – fonctionnant avec des ondes non optiques : le premier fait intervenir des ondes électromagnétiques hyperfréquences dans le vide, le deuxième des ondes électriques radiofréquences dans un câble coaxial, et le troisième des ondes acoustiques ultrasonores dans l'air. Les expressions théoriques ci-dessus s'appliquent alors, même si les sources, les détecteurs et les réflecteurs sont bien sûr différents de ceux intervenant dans une expérience d'optique.

1. « FABRY-PEROT » HYPERFRÉQUENCE

Un « Fabry-Perot » fonctionnant dans le domaine des ondes électromagnétiques hyperfréquences est montré sur la photographie de la figure 3A (cf. page ci-après) ; pour la clarté, une représentation schématique en est fournie sur la figure 3B (cf. page ci-après). La cavité est formée de deux grilles métalliques en laiton identiques : dans deux plaques carrées de 25 cm de côté, on a pratiqué des ouvertures rectilignes de largeur $d = 6$ mm avec une fraiseuse, en laissant des barreaux de largeur $2a = 3$ mm.

Le cornet émetteur d'une onde de fréquence $f = \omega/2\pi \sim 10$ GHz (cf. à gauche sur la figure 3A, page ci-après) est placé en incidence normale devant la première grille ; la polarisation rectiligne de cette onde est parallèle aux ouvertures verticales de la grille. La seconde grille, parallèle à la première et de même orientation, est mobile

sur un chariot dont la position est repérée à l'aide d'un vernier. Dans cette configuration où la polarisation de l'onde électromagnétique est alignée avec les ouvertures des grilles, celles-ci se comportent comme de très bons réflecteurs [14].

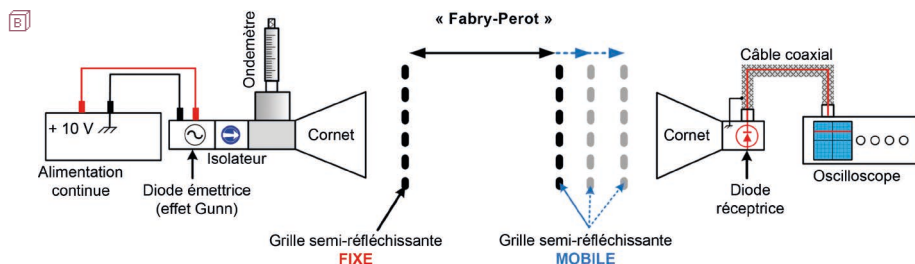
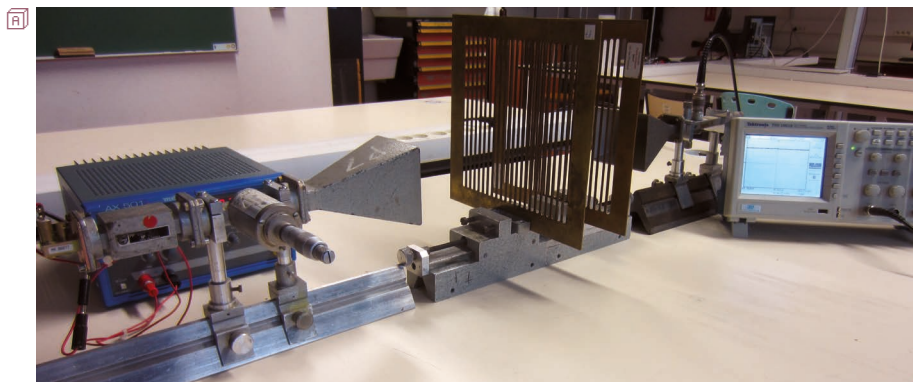


Figure 3 - [A] Photographie de l'expérience réalisée avec un « Fabry-Perot » hyperfréquence. À gauche se situe la partie émission : source (branchée à une alimentation continue 10 V), isolateur, ondemètre (inutilisé) et cornet. La cavité est faite des deux grilles métalliques. À droite se trouve la partie réception (voir texte). [B] Schéma de principe de l'expérience avec un « Fabry-Perot » hyperfréquence.

Dans l'expérience, la longueur $L \sim 5$ cm de la cavité est donc variée, et l'on enregistre la tension continue mesurée à l'oscilloscope aux bornes de la diode détectrice : sur la figure 3A, on voit le cornet détecteur derrière la seconde grille (à droite sur la figure 3A), qui collecte l'onde transmise par le « Fabry-Perot » et qui l'envoie dans un guide où se trouve la diode – sur laquelle est branché le câble coaxial noir, dont l'autre extrémité est connectée à la voie 1 de l'oscilloscope (Tektronix TDS 1001B, bande passante de 40 MHz) –. La tension continue mesurée à l'oscilloscope est proportionnelle à l'intensité de l'onde émergeant du « Fabry-Perot ».

La figure 4 (cf. page ci-contre) montre la tension continue lue à l'oscilloscope (carrés pleins), en fonction de la position de la seconde grille ; cinq résonances sont observées. La ligne continue est un ajustement sur les points expérimentaux de la loi

attendue pour l'intensité de l'onde électromagnétique émergente :

$$\text{tension} \propto \left\{ 1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \left(\frac{\omega}{c} L + \psi \right) \right\}^{-1}.$$

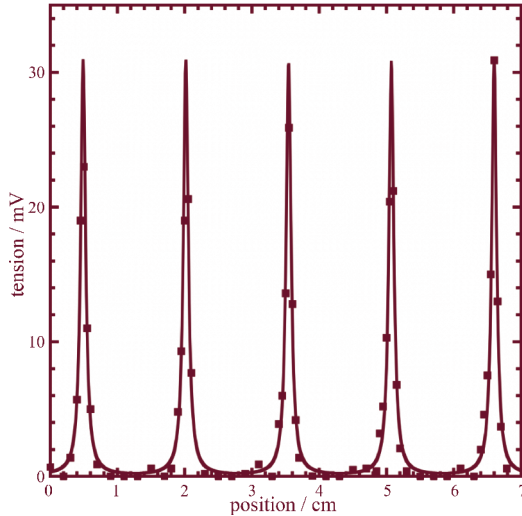


Figure 4 - Tension continue lue à l'oscilloscope (carrés pleins), en fonction de la position de la seconde grille. La ligne continue est un ajustement de la formule d'Airy sur les points expérimentaux. La distance entre les résonances est égale à une demi-longueur d'onde.

On déduit de cet ajustement la valeur du nombre d'onde :

$$k = \omega/c = (2,0569 \pm 0,0014) \text{ cm}^{-1},$$

d'où la longueur d'onde de l'onde hyperfréquence :

$$\lambda = 2\pi/k = (3,0547 \pm 0,0021) \text{ cm} ;$$

cette longueur d'onde est ainsi mesurée avec une incertitude relative inférieure à 10^{-3} .

Dans le présent domaine hyperfréquence, l'indice de réfraction de l'air sec vaut environ 1,00029 [15] ; à la précision des mesures, on peut assimiler la célérité des ondes électromagnétiques dans l'air à celle $c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$ dans le vide [16], d'où la valeur de la fréquence de l'onde :

$$f = ck/2\pi = (9,8142 \pm 0,0067) \text{ GHz}.$$

Cette mesure est environ dix fois plus précise que celle qui serait obtenue avec un ondemètre.

Par ailleurs, l'ajustement fait à la figure 4 fournit aussi le coefficient de réflexion R : $R = (0,8370 \pm 0,0048)$, ce qui correspond à la finesse $F \approx \pi\sqrt{R}/(1-R) = (17,7 \pm 0,6)$. Cette finesse n'est certainement pas limitée par les défauts de parallélisme des

surfaces des grilles réfléchissantes. En effet, lorsque leur écart standard au parallélisme est de λ/N , on sait que la finesse est limitée à environ $F_{\text{suff}} = N/2$ [14, 17]. Dans cette expérience, on estime que $N \approx 300$, d'où $F_{\text{suff}} \approx 150$. On constate ainsi que $F \ll F_{\text{suff}}$: la finesse finie du « Fabry-Perot » est assurément due au fait que $R < 1$.

La valeur de R mesurée peut être comparée à un calcul [18] :

avec

$$g = d + 2a = 9 \text{ mm},$$

$$R_{\text{calcul}} = \left\{ 1 + 4 \left[\frac{g}{\lambda} \ln \left(\sin \left(\pi a / g \right) \right) \right]^2 \right\}^{-1} \approx 0,86.$$

Le léger désaccord avec R est attribué à l'épaisseur finie des grilles et à leur résistivité électrique. Des expériences avec un « Fabry-Perot » à coefficient R variable sont présentées dans l'annexe 2.

2. « FABRY-PEROT » DANS UN CÂBLE COAXIAL

Tout en restant dans le domaine des ondes électromagnétiques, il est possible de fabriquer un « Fabry-Perot » en utilisant des ondes électriques de fréquence $f = \omega/2\pi \sim 5 \text{ MHz}$, produites par un générateur de basses fréquences (GBF) et se propageant dans un câble coaxial. La photographie de la figure 5A (cf. page ci-contre) en montre une réalisation, et la figure 5B (cf. page ci-contre) le schéma de principe. La cavité est constituée d'un câble coaxial de longueur nominale $L = 100 \text{ m}$ (sur le touret), en les extrémités duquel sont installés, en série avec l'âme, des résistors identiques de résistance $r = 1 \text{ k}\Omega \pm 5\%$ (à l'intérieur des boîtiers gris). Ces résistors forment chacun, pour une onde de tension se propageant le long du câble coaxial, une frontière dont le coefficient de réflexion ρ en amplitude vaut (cf. annexe 3) :

$$\rho = \frac{r}{r + 2Z_0} = (0,909 \pm 0,005),$$

l'impédance caractéristique du câble coaxial étant $Z_0 = 50 \pm 2 \Omega$ d'après son fabricant.

Le GBF est connecté à l'entrée du « Fabry-Perot ». Il est réglé en signal sinusoïdal ; sa fréquence est balayée, linéairement avec le temps, de 0,5 à 10,5 MHz pendant 10 s. L'onde de tension émergeant du « Fabry-Perot » est analysée sur la voie 1 de l'oscilloscope, la base de temps étant de 1 s/division ; le déclenchement étant fait avec la rampe de synchronisation produite par le GBF (sur la voie 2), on observe sur le plein écran constitué de dix divisions horizontales l'amplitude crête à crête de l'onde émergente sur toute la gamme citée de fréquence (cf. figure 5A, page ci-contre). On notera qu'une résistance de 50Ω a été installée en parallèle sur l'entrée de la voie 1, cela pour annuler toute onde de retour vers la sortie du « Fabry-Perot » ; de la même manière, l'onde réfléchie par l'entrée du « Fabry-Perot » est entièrement dissipée dans la résistance de sortie $r_G = 50 \Omega$ du GBF.

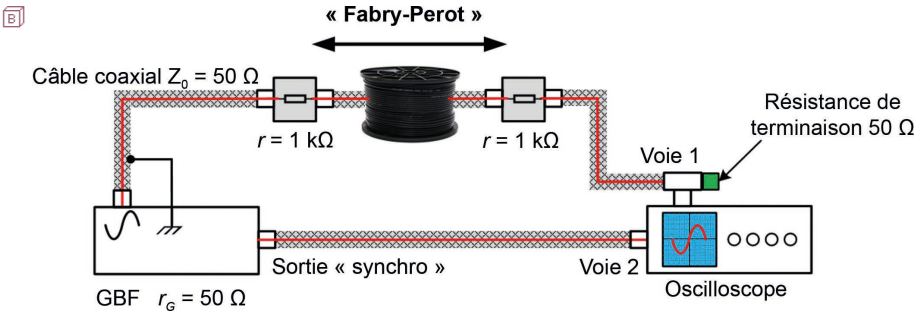


Figure 5 - Photographie de l'expérience réalisée avec un « Fabry-Perot » radiofréquence. À gauche se situe le GBF ; sa fréquence est balayée de 0,5 MHz à 10,5 MHz en 10 s. La cavité est faite du câble coaxial enroulé sur le touret, cerné par les deux boîtiers gris contenant un résistor. À droite, l'onde de tension émergente est observée sur la voie 1 de l'oscilloscope ; le branchement sur la voie 2 sert au déclenchement (voir texte). Schéma de principe de l'expérience avec un « Fabry-Perot » radiofréquence.

La figure 6 (cf. page ci-après) montre l'amplitude U_r^0 de la tension mesurée sur la voie 1 (disques vides), en fonction de la fréquence $f = \omega/2\pi$ du GBF ; dix résonances sont observées. Elles sont de moins en moins aiguës au fur et à mesure que la fréquence croît : le maximum des profils de résonance diminue, et leur largeur augmente ; cela provient du fait que le coefficient de dissipation α d'une onde dans le câble coaxial croît avec la fréquence [19-20], suivant la loi $\alpha = A\sqrt{\omega}$ où $A = Cste$.

Cette figure 6 permet de révéler le caractère dispersif de la propagation des ondes dans le câble coaxial : en l'absence de dispersion, les résonances auraient lieu aux fréquences $f_m = mf_1$, avec m un entier et $f_1 = v_0/2L$, où $v_0 = c/\sqrt{\epsilon_r}$ (ϵ_r : constante diélectrique de l'isolant) serait la célérité constante des ondes électromagnétiques dans le câble. Or le pointé des résonances $m = 2, 3, 4, 5 \dots$ montre systématiquement

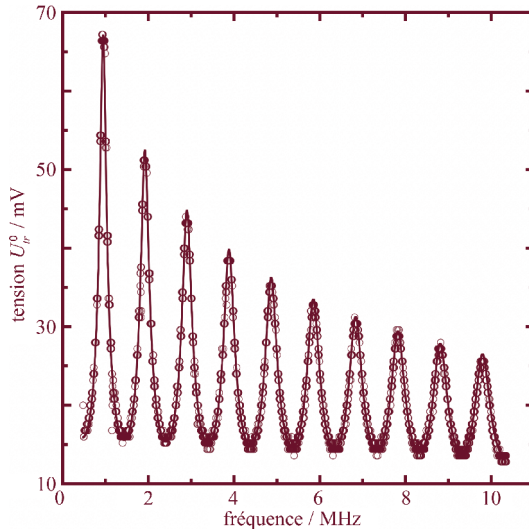


Figure 6 - Amplitude U_{tr}^0 de l'onde de tension émergeant du « Fabry-Perot » radiofréquence (disques vides), en fonction de la fréquence du GBF. La ligne continue est un ajustement sur les points expérimentaux (voir texte). Les résonances sont espacées de $\approx v_0/2L = 1,00$ MHz, mais $f_1 = 0,95 \text{ MHz} < v_0/2L$.

quement que l'on a $f_m < mf_1$, l'écart $mf_1 - f_m$ étant croissant avec m . En fait, la relation de dispersion dans un câble coaxial n'est pas linéaire [20-21] :

$$k = \frac{\omega}{v_0} + A\sqrt{\omega} ;$$

la vitesse de phase $v = \omega/k$ dépend de la fréquence, et les f_m ne sont pas espacés régulièrement.

Sur les données expérimentales de la figure 6, on ajuste la loi attendue (cf. annexe 1) :

$$U_{tr}^0 \propto \frac{e^{-\alpha L}}{\sqrt{(1 - R e^{-2\alpha L})^2 + 4R e^{-2\alpha L} \sin^2(kL)}} ,$$

où $v_0/c = 0,667$ et $A = 6,26 \times 10^{-7} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{1/2}$ pour le câble coaxial déjà connu [20]. Le résultat de cet ajustement, qui donne la ligne continue de la figure 6, est très satisfaisant. On obtient ainsi $R = (0,842 \pm 0,002)$ et $L = 100, (4) \text{ m}$ pour la longueur du câble coaxial. La valeur calculée $\rho = (0,909 \pm 0,005)$ conduit à $R = \rho^2 = (0,83 \pm 0,01)$, valeur qui se compare favorablement au coefficient R mesuré.

Il est loisible d'attribuer un facteur de finesse F_m à la résonance numéro m en le définissant par la relation $F_m = (f_{m+1} - f_m) / (\Delta f)_m$, où f_m est la fréquence de la résonance en question et $(\Delta f)_m$ sa largeur à $1/\sqrt{2}$ du maximum. On trouve ainsi l'expression

suivante :

$$F_m \simeq \frac{\pi}{2} \left\{ \text{Arcsin} \left(\frac{1-R e^{-2\alpha_m L}}{2\sqrt{R} e^{-\alpha_m L}} \right) \right\}^{-1},$$

où $\alpha_m = A\sqrt{2\pi f_m}$. Le calcul donne alors, par exemple : $F_1 \approx 6,4$, $F_5 \approx 3,4$ et $F_{10} \approx 2,4$; ces valeurs coïncident avec celles que l'on extrait des données expérimentales de la figure 6 (cf. page ci-contre).

Enfin, on remarque que le préfacteur de l'ajustement réalisé sur la figure 6 (cf. page ci-contre) est trouvé égal à $(29,73 \pm 0,03)$ mV. On s'attend qu'il vaille $(1-\rho)^2 U_{in}^0$ où U_{in}^0 est l'amplitude de l'onde incidente, qui est connue grâce à la mesure de la tension crête à crête $4U_{in}^0 = (13,00 \pm 0,03)$ V en sortie du GBF, lorsque le câble coaxial n'est pas branché. Le résultat du calcul $(1-\rho)^2 U_{in}^0 = (27 \pm 3)$ mV achève l'analyse de cette expérience, de façon satisfaisante.

3. « FABRY-PEROT » ULTRASONORE

Le « Fabry-Perot » ultrasonore mis en œuvre est d'un modèle similaire à celui déjà étudié par les auteurs [22]. Le montage expérimental est montré sur la figure 7. Les membranes réfléchissantes formant la cavité sont faites d'un film en plastique pour palettes, tendu sur des montures annulaires ; ces membranes sont maintenues à la distance fixe $L = (19,5 \pm 0,1)$ cm par un large tube en Plexiglas®.

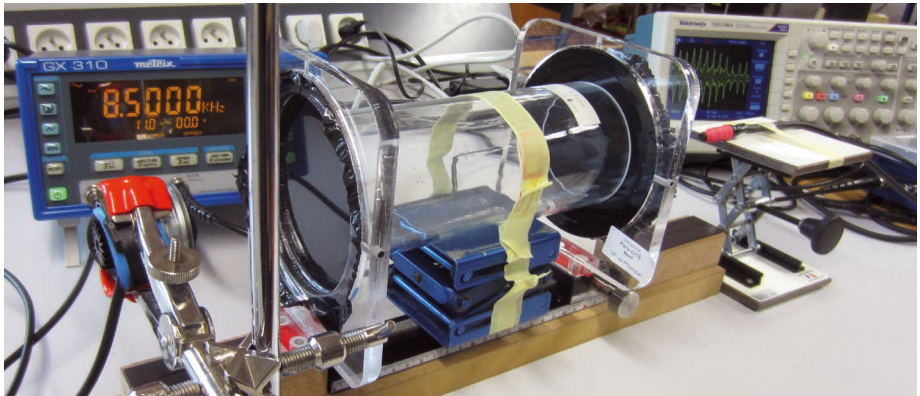


Figure 7 - Photographie de l'expérience réalisée avec un « Fabry-Perot » ultrasonore. À gauche, la source ultrasonore est un tweeter alimenté par le GBF, visible en arrière-plan ; la fréquence est balayée entre 8,5 et 18,5 kHz. La cavité est formée par les deux membranes en plastique noir, maintenues à la distance $L \approx 20$ cm par le tube en Plexiglas®. Le signal du microphone, visible en rouge à droite, est visualisé sur l'oscilloscope.

L'émetteur d'ultrasons est un tweeter (modèle Lavoce TN131.00) alimenté par

un générateur de basses fréquences (GBF), dont la fréquence est balayée entre 8,5 et 18,5 kHz en dix secondes. L'onde acoustique émergeant de la cavité du « Fabry-Perot » est détectée par un microphone (modèle Escam « mini mic sound monitor », 200 Hz à 10 kHz) ; le signal qu'il délivre, proportionnel à la surpression, est observé sur un oscilloscope.

La figure 8 représente le signal délivré par le microphone (disques vides), en fonction de la fréquence du GBF ; onze résonances sont observées, dont la variabilité des amplitudes est attribuée à la réponse de la chaîne de mesure. La ligne continue est un ajustement de la formule d'Airy

$$\text{tension} \propto \left\{ 1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \left(\frac{\omega}{c_s} L + \psi \right) \right\}^{-1/2}$$

sur les points expérimentaux des sept premières résonances ; on en déduit la valeur du paramètre $L/c_s = (5,7302 \pm 0,0032) \times 10^{-4}$ s. Comme la longueur L de la cavité est connue, on obtient finalement une mesure de la célérité du son au moment où l'expérience a été faite :

$$c_s = (340,3 \pm 1,7) \text{ m/s.}$$

L'incertitude-type de cette mesure est dominée par celle avec laquelle la longueur L est évaluée.

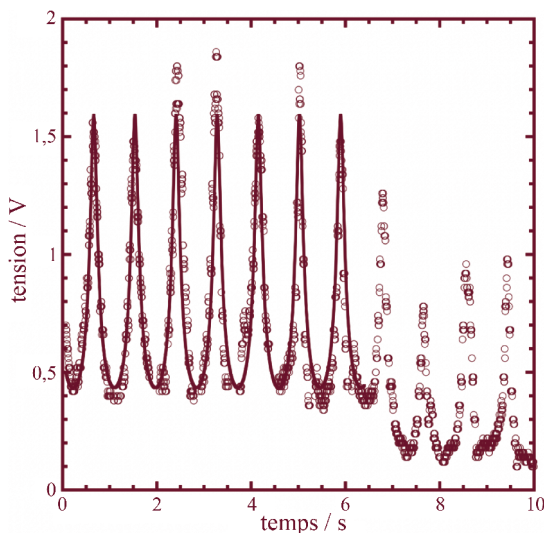


Figure 8 - Signal en tension délivré par le microphone (disques vides), en fonction du temps. La fréquence du GBF est balayée à 1 kHz/s entre 8,5 et 18,5 kHz. La ligne continue est un ajustement de la formule d'Airy sur les points expérimentaux des sept premières résonances. Les résonances sont espacées de $c_s/2L \approx 0,87$ kHz.

L'ajustement en question fournit également le coefficient de réflexion R :

$$R = (0,5916 \pm 0,0093),$$

d'où l'on extrait la valeur de la finesse :

$$F = \frac{\pi}{2} \left\{ \text{Arcsin} \left(\frac{1-R}{2\sqrt{R}} \right) \right\}^{-1} = (5,9 \pm 0,2).$$

D'après la modélisation [22], le coefficient R dépend légèrement de la fréquence : les valeurs de R et de F rapportées ici sont considérées comme des moyennes sur les sept résonances consécutives qui ont été analysées. Il est remarquable que ces valeurs soient beaucoup plus faibles que celles qui avaient été estimées avec des arguments théoriques dans la référence [22] ; ce point est discuté dans l'annexe 4 – qui décrit par ailleurs une expérience où c'est la longueur de la cavité qui est balayée, la fréquence étant maintenue fixe.

CONCLUSION

Ont été présentés trois types d'interféromètres de Fabry-Perot fonctionnant avec des ondes non optiques, appartenant d'une part au domaine des ondes acoustiques ultrasonores et d'autre part aux domaines hyperfréquence et radiofréquence des ondes électromagnétiques. Grâce à l'intervention de longueurs d'onde macroscopiques ($\lambda \sim 1$ cm, $\lambda \sim 3$ cm et $\lambda \sim 50$ m, respectivement), c'est-à-dire beaucoup plus grandes que celles du domaine optique ($\lambda \sim 1 \mu\text{m}$), ces « Fabry-Perot » sont facilement réglables et les mesures y sont relativement aisées. Leurs finesesses sont de l'ordre de $F \sim 10$; plus précisément, celle du « Fabry-Perot » hyperfréquence est la plus grande, en étant proche de la vingtaine, et celles des « Fabry-Perot » radiofréquence et ultrasonore valent plusieurs unités. Le « Fabry-Perot » ultrasonore possède la particularité de pouvoir être balayé en fréquence ou en longueur de cavité.

Il est peut-être intéressant, d'un point de vue pratique et didactique, que l'interféromètre de Fabry-Perot historique ait des analogues faisant intervenir des ondes en dehors du domaine de l'optique.

REMERCIEMENTS

Les auteurs remercient Alain Roger pour la réalisation des plaques réflectrices du « Fabry-Perot » hyperfréquence, ainsi qu'Yves Chanteux pour le prêt des matériels de la préparation à l'Agrégation interne de physique-chimie de l'Université Paris-Cité. Le relecteur du *Bup* est remercié pour un échange fructueux concernant le paragraphe 1.

BIBLIOGRAPHIE ET NETOGRAPHIE

- [1] J. F. Mulligan, “Who were Fabry and Pérot?”, *Am. J. Phys.*, vol. 66, n° 9, p. 797–802, September 1998.
- [2] C. Fabry et A. Perot, «Sur les franges des lames minces argentées et leur application à la mesure de petites épaisseurs d’air», *Ann. Chim. Phys.*, 7^e série, tome XII, p. 459–501, décembre 1897.
- [3] J.-P. Mathieu et N. Toupny, «Expérience de démonstration sur l’effet Zeeman», *Bull. Un. Phys.*, vol. 54, n° 453, p. 517–519, juillet-août 1960.
- [4] M. Giacomo, «Spectrométrie interférentielle», *Bull. Un. Phys.*, vol. 57, n° 470, p. 540–545, mai-juin 1963.
- [5] M. Vedel, «Initiation aux techniques de spectroscopie interférentielle», *Bull. Un. Phys.*, vol. 70, n° 581, p. 555–557, février 1976.
- [6] B. Leprêtre et R. Adad, «Étude de quelques thèmes d’optique physique», *Bull. Un. Phys.*, vol. 89, n° 775 (2), p. 25–44, juin 1995.
- [7] T. Moses, M. Wolak, F. Chandurwala, and T. Shaw, “A simpler scanning Fabry-Perot interferometer for high-resolution spectroscopy experiments”, *Am. J. Phys.*, vol. 83, n° 7, p. 656–659, July 2015.
- [8] P. Rouard, «Les filtres interférentiels», *Bull. Un. Phys.*, vol. 45, n° 397, p. 249–262, mars 1951.
- [9] J.-P. Barrat, «Introduction à la physique des lasers», *Bull. Un. Phys.*, vol. 77, n° 655, p. 1081–1115, juin 1983.
- [10] G. B. Airy, *Mathematical Tracts*, 3rd edition, section 67, p. 291–292, 1842.
- [11] J. M. Zhu, Y. Shi, X. Q. Zhu, Y. Yang, F. H. Jiang, C. J. Sun, W. H. Zhao, and X. T. Han, “Optofluidic marine phosphate detection with enhanced absorption using a Fabry-Pérot resonator”, *Lab Chip*, vol. 17, n° 23, p. 4025–4030, December 2017.
- [12] Y. Zhu, D. J. Gauthier, S. E. Morin, Q. Wu, H. J. Carmichael, and T. W. Mossberg, “Vacuum Rabi splitting as a feature of linear-dispersion theory: analysis and experimental observations”, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 64, n° 21, p. 2499–2502, May 1990.
- [13] D. Wang, H. Kelkar, D. Martin-Cano, T. Utikal, S. Götzinger, and V. Sandoghdar, “Coherent coupling of a single molecule to a scanning Fabry-Perot microcavity” *Phys. Rev. X*, vol. 7, n° 2, p. 021014 (8 pages), April 2017.

- [14] L. W. Davis and G. Patsakos, “A spherical mirror Fabry-Perot interferometer for microwave demonstrations”, *Am. J. Phys.*, vol. 55, n° 10, p. 917-920, October 1987.
- [15] J. V. Hughes and H. L. Armstrong, “The dielectric constant of dry air”, *J. Appl. Phys.*, vol. 23, n° 5, p. 501-504, May 1952.
- [16] Brochure sur *Le Système international d’unités*, 9^e édition, 2019, p. 15 : <https://www.bipm.org/utls/common/pdf/si-brochure/SI-Brochure-9.pdf>
- [17] G. Brooker, *Modern Classical Optics*, Royaume-Uni : Oxford University Press, sous-paragraphe 5.7, p. 117-118, 2002.
- [18] L. B. Whitbourn and R. C. Compton, “Equivalent-circuit formulas for metal grid reflectors at a dielectric boundary”, *Appl. Opt.*, vol. 24, n° 2, p. 217-220, January 1985.
- [19] UdPPC-Rédaction, «Concours externe de recrutement de professeurs agrégés de sciences physiques - Option physique – Composition de physique – Partie 2 : Propagation guidée dans un câble coaxial», *Bull. Un. Prof. Phys. Chim.*, vol. 102, n° 909 (2), p. 20-26, décembre 2008.
- [20] F. Bernardot et C. Noûs, «Dispersion dans un câble coaxial», *Bull. Un. Prof. Phys. Chim.*, vol. 116, n° 1043, p. 425-450, avril 2022.
- [21] S. A. Schelkunoff, “The electromagnetic theory of coaxial transmission lines and cylindrical shields”, *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 13, n° 4, p. 532-579, October 1934.
- [22] F. Bernardot, J. Browaeys et J. Jovet, «Un interféromètre de Fabry-Pérot ultrasonore», *Bull. Un. Prof. Phys. Chim.*, vol. 114, n° 1023, p. 365-379, avril 2020.
- [23] M. del Mar Sánchez-López, J. A. Davis, and K. Crabtree, “Coaxial cable analogs of multilayer dielectric optical coatings”, *Am. J. Phys.*, vol. 71, n° 12, p. 1314-1319, December 2003.

Annexe 1

Interféromètre de Fabry-Perot : calcul général

On considère ici un interféromètre de Fabry-Perot un peu plus général que celui qui est présenté sur la figure 1 : la cavité contient un milieu matériel caractérisé par une vitesse de phase v et un coefficient d'atténuation α en amplitude, dépendant tous deux de la pulsation ω . Non seulement cette approche est utile à l'étude du « Fabry-Perot » radiofréquence (cf. paragraphe 2), mais elle peut intervenir aussi dans le cas d'expériences optiques [11-13].

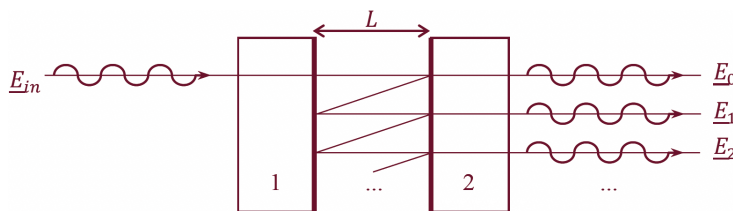


Figure A1 - Schéma de l'interféromètre de Fabry-Perot étudié dans cette annexe.

L'amplitude complexe de l'onde incidente de pulsation ω étant $\underline{E}_{in}$, l'amplitude complexe $\underline{E}_{tr}$ de l'onde transmise est alors la somme infinie

$$\underline{E}_{tr} = \underline{E}_0 + \underline{E}_1 + \underline{E}_2 + \dots$$

des amplitudes des ondes partielles émergeant de l'interféromètre de Fabry-Perot après une traversée directe au travers de la cavité ($\underline{E}_0$), après un aller-retour dans la cavité ($\underline{E}_1$), après deux allers-retours dans la cavité ($\underline{E}_2$)... (cf. figure A1). L'origine des phases étant fixée à l'entrée de l'interféromètre, sur le dioptré air-lame1, et les amplitudes partielles émergentes étant évaluées à la sortie immédiate, sur le dioptré lame2-air, on peut écrire

$$\begin{cases} \underline{E}_0 = \underline{E}_{in} \tau_1 e^{-\alpha L} e^{-i\omega L/v} \tau_2 \\ \underline{E}_1 = \underline{E}_0 \rho_1 \rho_2 e^{-2\alpha L} e^{-i2\omega L/v} \\ \underline{E}_2 = \underline{E}_1 \rho_1 \rho_2 e^{-2\alpha L} e^{-i2\omega L/v}, \text{ etc.} \end{cases}$$

du fait, d'une part, que l'onde partielle d'ordre zéro est due à une transmission au travers de la lame 1, une traversée de la cavité et une transmission au travers de la lame 2, et, d'autre part, que l'onde partielle d'ordre $p+1$ se déduit de celle d'ordre p par l'existence d'un aller-retour supplémentaire dans la cavité, associé à une nouvelle réflexion sur la couche métallique 2 et une nouvelle réflexion sur la couche métallique 1 (cf. figure A1). Dans les équations ci-dessus, τ_j est le coefficient complexe de transmission en amplitude de la lame j , et ρ_j est le coefficient complexe de réflexion en amplitude

du dioptré entre le milieu matériel et la couche métallique déposée sur la lame j ($j = 1$ ou 2).

Les amplitudes complexes $\underline{E}_p$ forment ainsi une suite géométrique de premier terme $\underline{E}_0$ et de raison $r = \rho_1 \rho_2 e^{-2\alpha L} e^{-i2\omega L/\nu}$. La somme $\underline{E}_r$ vaut donc, puisque $|r| < 1$:

$$\underline{E}_r = \frac{\underline{E}_0}{1-r} = \frac{\tau_1 \tau_2 e^{-\alpha L} e^{-i\omega L/\nu}}{1 - \rho_1 \rho_2 e^{-2\alpha L} e^{-i2\omega L/\nu}} \underline{E}_{in}.$$

L'intensité optique $I_r = |\underline{E}_r|^2$ du faisceau transmis s'en déduit. Le numérateur de I_r est trouvé immédiatement égal à $T_1 T_2 e^{-2\alpha L} I_{in}$, où $T_j = |\tau_j|^2$ est le coefficient de transmission en énergie de la lame j , couche métallique comprise, et $I_{in} = |\underline{E}_{in}|^2$ est l'intensité optique du faisceau incident. Par ailleurs, le dénominateur vaut

$$|1 - \rho_1 \rho_2 e^{-2\alpha L} e^{-i2\omega L/\nu}|^2 = 1 + R_1 R_2 e^{-4\alpha L} - 2\sqrt{R_1 R_2} e^{-2\alpha L} \cos(2\omega L/\nu + \delta_1 + \delta_2),$$

en posant $\rho_j = |\rho_j| e^{-i\delta_j}$ et en notant $R_j = |\rho_j|^2$ le coefficient de réflexion en énergie du dioptré entre le milieu matériel et la couche métallique j . Enfin, en utilisant $\cos(2\theta) = 1 - 2\sin^2\theta$, il vient

$$I_r = \frac{T_1 T_2 e^{-2\alpha L}}{(1 - \sqrt{R_1 R_2} e^{-2\alpha L})^2 + 4\sqrt{R_1 R_2} e^{-2\alpha L} \sin^2(\omega L/\nu + \psi)} I_{in},$$

la phase ψ étant égale à $(\delta_1 + \delta_2)/2$.

En l'absence d'atténuation, $\alpha = 0$ et la vitesse de phase ν est indépendante de ω : en posant

$$R = \sqrt{R_1 R_2},$$

la formule classique d'Airy est retrouvée (cf. paragraphe « Introduction »), même lorsque les deux couches métalliques ne sont pas identiques.

Une situation où $\alpha(\omega) \neq 0$, et où la vitesse de phase $\nu(\omega)$ dépend donc de la pulsation ω , est rencontrée dans l'étude du « Fabry-Perot » fabriqué avec un câble coaxial (cf. paragraphe 2).

Annexe 2

« Fabry-Perot » hyperfréquence à coefficient R variable

Par rapport à l'expérience décrite dans le paragraphe 1, les grilles métalliques sont maintenant remplacées par des fils de cuivre imprimés sur des disques minces en plastique. Ces disques sont montés sur des supports permettant leur rotation (cf. figure A2.1). Le premier disque sur le trajet de l'onde électromagnétique est positionné, une fois pour toutes, avec ses fils de cuivre horizontaux ; le second disque, dont la surface est parallèle à celle du premier, est mobile car fixé sur une platine motorisée. Le coefficient de réflexion R , qui intervient dans la formule d'Airy (cf. annexe 1), est contrôlé par l'orientation des fils de cuivre du second disque ; cette orientation est repérée par l'angle θ que font ces fils avec la verticale.

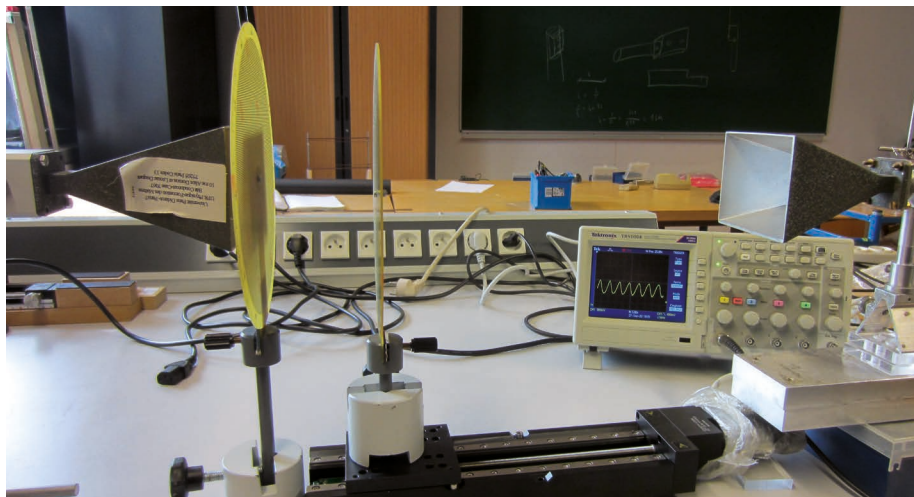


Figure A2.1 - Photographie de l'expérience avec un « Fabry-Perot » hyperfréquence à coefficient R variable. À gauche, le cornet émetteur est accolé au premier disque dont les fils sont horizontaux ; le second disque est mobile grâce à la platine motorisée. À droite, le cornet récepteur est visible. À l'arrière-plan, l'oscilloscope affiche un enregistrement de la tension détectée après que le second disque a fini sa course.

La polarisation de l'onde hyperfréquence issue du cornet émetteur est rectiligne et verticale. La tension mesurée à l'oscilloscope est proportionnelle à l'intensité de la composante verticale de l'onde émergeant du « Fabry-Perot ».

La figure A2.2 montre la tension continue lue à l'oscilloscope, en fonction de la position du second disque, pour les angles $\theta = 90^\circ$ (courbe en tirets) et 50° (courbe continue). Pour $\theta = 90^\circ$, les coefficients de réflexion R_1 et R_2 des premier et second disques sont minimaux et égaux ; $R = \sqrt{R_1 R_2} = R_1 = R_2$ prend alors sa valeur minimale. Pour $\theta = 50^\circ$, le coefficient R_2 est devenu plus grand que R_1 ; $R = \sqrt{R_1 R_2}$ a donc été grandi, et corrélativement les profils de résonance sont devenus plus étroits que dans le cas $\theta = 90^\circ$ précédent (pour une raison inconnue, les points expérimentaux avec $\theta = 50^\circ$ exhibent un manque de symétrie, notamment dans la partie basse (cf. figure A2.2), et il en est de même pour toutes les expériences avec $\theta \neq 90^\circ$).

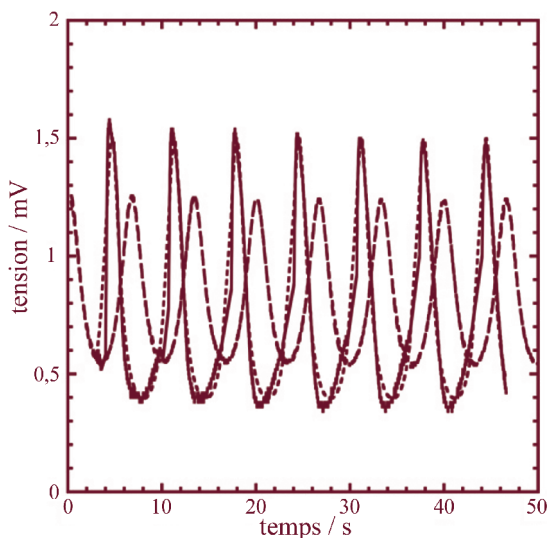


Figure A2.2 - Tension lue à l'oscilloscope en fonction du temps, pour les angles $\theta = 90^\circ$ (ligne en tirets) et 50° (ligne continue) du second disque ; courbes en pointillés : ajustements avec la formule d'Airy. La platine motorisée se déplace à la vitesse de 2,50 mm/s ; la source hyperfréquence, différente de celle du paragraphe 1, possède une fréquence mesurée de $f \approx 9,04$ GHz.

Les ajustements de la formule d'Airy sur les données expérimentales, montrés en pointillés sur la figure A2.2, donnent $R = (0,244 \pm 0,001)$ pour $\theta = 90^\circ$ et $R = (0,392 \pm 0,005)$ pour $\theta = 50^\circ$. Ces deux valeurs expérimentales de R sont reportées sur la figure A2.3 (cf. page ci-après), où apparaissent également deux autres points expérimentaux obtenus avec d'autres angles θ . La ligne pointillée est un ajustement du modèle théorique sur tous les points expérimentaux.

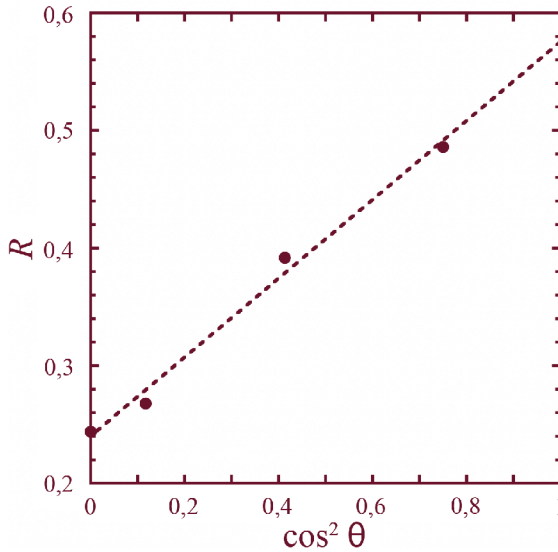


Figure A2.3 - Disques pleins : coefficients R mesurés ; droite en pointillés : ajustement (cas où $\delta_{\parallel} = \delta_{\perp}$).

Cette *modélisation théorique* est simple : elle repose sur le coefficient de réflexion en amplitude $\rho_{\parallel}$ pour une onde électromagnétique, en incidence normale, polarisée parallèlement aux fils d'une grille, et sur le coefficient $\rho_{\perp}$ si la polarisation est orthogonale aux fils. Le coefficient de réflexion R_1 en énergie de la grille aux fils horizontaux s'écrit alors immédiatement

$$R_1 = |\rho_{\perp}|^2.$$

Le coefficient de réflexion R_2 en énergie de la grille dont les fils font l'angle θ avec la verticale, se détermine en décomposant la polarisation incidente verticale $\mathbf{u}_V$ sur les axes principaux de la grille, de vecteurs unitaires $\mathbf{u}_{\parallel}$ et $\mathbf{u}_{\perp}$: $\mathbf{u}_V = \cos \theta \mathbf{u}_{\parallel} + \sin \theta \mathbf{u}_{\perp}$. L'onde réfléchie s'écrit alors de la forme $\rho_{\parallel} \cos \theta \mathbf{u}_{\parallel} + \rho_{\perp} \sin \theta \mathbf{u}_{\perp}$, dont la projection verticale est $[\rho_{\parallel} \cos^2 \theta + \rho_{\perp} \sin^2 \theta] \mathbf{u}_V$, d'où

$$R_2 = |\rho_{\parallel} \cos^2 \theta + \rho_{\perp} \sin^2 \theta|^2.$$

Dans la formule d'Airy (cf. annexe 1), c'est le coefficient $R = \sqrt{R_1 R_2}$ qui intervient :

$$R = |\rho_{\perp}| |\rho_{\parallel} \cos^2 \theta + \rho_{\perp} \sin^2 \theta|.$$

Finalement, en posant $\rho_{\perp} = |\rho_{\perp}| e^{-i\delta_{\perp}}$ et $\rho_{\parallel} = |\rho_{\parallel}| e^{-i\delta_{\parallel}}$, R prend l'expression suivante :

$$R = R_1 \sqrt{\eta^2 \cos^4 \theta + 2 \eta \cos(\delta_{\parallel} - \delta_{\perp}) \cos^2 \theta \sin^2 \theta + \sin^4 \theta},$$

où l'on a employé la notation $\eta = |\rho_{\parallel}|/|\rho_{\perp}|$. Il y a ainsi trois paramètres à déterminer par l'expérience : $R_{\perp}$ ($0 < R_{\perp} < 1$), η ($\eta > 1$) et $|\delta_{\parallel} - \delta_{\perp}|$.

Dans le cas particulier $\delta_{\parallel} = \delta_{\perp}$, il vient plus simplement $R = R_{\perp} (\eta \cos^2 \theta + \sin^2 \theta)$, soit

$$R = R_{\perp} [(\eta - 1) \cos^2 \theta + 1].$$

L'ajustement de cette dernière loi sur les points expérimentaux de la figure A2.3 est assez satisfaisant et conduit aux deux résultats suivants :

$$R_{\perp} = (0,24 \pm 0,01) \quad \text{et} \quad \eta = |\rho_{\parallel}|/|\rho_{\perp}| = (2,39 \pm 0,14).$$

Une expérience annexe utilisant un montage en interféromètre de Michelson (non montré ici) a permis de vérifier que les coefficients de réflexion $\rho_{\perp}$ et $\rho_{\parallel}$ possèdent effectivement le même argument, et que $\eta = |\rho_{\parallel}|/|\rho_{\perp}| \approx 2,5$.

Annexe 3

Sur les réflecteurs du « Fabry-Perot » radiofréquence

Les deux réflecteurs aux bornes de la cavité du « Fabry-Perot » radiofréquence (cf. paragraphe 2) sont constitués de résistors identiques, de résistance nominale $r = 1\text{ k}\Omega$, placés en série sur l'âme du câble coaxial ainsi qu'il est représenté sur la figure A3. On s'intéresse à l'effet de la présence d'un tel résistor sur une onde électrique incidente, c'est-à-dire qui se propage vers lui.

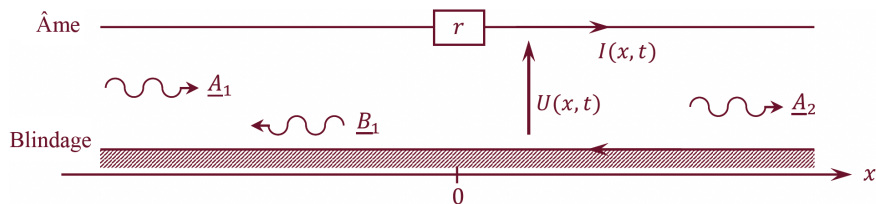


Figure A3 - Schéma d'un câble coaxial comportant un résistor sur l'âme.

Les tensions associées aux ondes électriques incidente et réfléchie sont, respectivement :

$$\underline{U}_{in}(x < 0, t) = \underline{A}_1 e^{i(\omega t - \underline{k}x)} \quad \text{et} \quad \underline{U}_r(x < 0, t) = \underline{B}_1 e^{i(\omega t + \underline{k}x)},$$

où le nombre d'onde complexe s'écrit $\underline{k} = k - i\alpha$; et la tension associée à l'onde transmise est :

$$\underline{U}_t(x > 0, t) = \underline{A}_2 e^{i(\omega t - \underline{k}x)}.$$

Les deux conditions $I(0^-, t) = I(0^+, t)$ [continuité du courant] et $U(0^-, t) - U(0^+, t) = rI(0, t)$ [loi d'Ohm] fournissent les deux équations suivantes portant sur $\underline{A}_1$, $\underline{B}_1$ et $\underline{A}_2$:

$$\underline{A}_1 / Z_0 - \underline{B}_1 / Z_0 = \underline{A}_2 / Z_0 \quad \text{et} \quad \underline{A}_1 + \underline{B}_1 - \underline{A}_2 = r \underline{A}_2 / Z_0,$$

où $Z_0 \approx 50\ \Omega$ est l'impédance caractéristique du câble coaxial. Les coefficients de réflexion ρ et de transmission τ , définis par $\rho = \underline{B}_1 / \underline{A}_1$ et $\tau = \underline{A}_2 / \underline{A}_1$, ont alors les expressions suivantes :

$$\rho = \frac{r}{r + 2Z_0} \quad \text{et} \quad \tau = 1 - \rho = \frac{2Z_0}{r + 2Z_0}.$$

Avec $r \approx 1\text{ k}\Omega$ et $Z_0 \approx 50\ \Omega$, on trouve $\rho \approx 0,91$ et $\tau \approx 0,09$. On pourra noter que les coefficients énergétiques pour la réflexion $R = \rho^2 \approx 0,83$ et pour la transmission $T = \tau^2 \approx 0,01$ ne vérifient pas $R + T = 1$: on a $R + T < 1$ à cause de la perte d'énergie par effet Joule dans le résistor de résistance r . La puissance dissipée par effet Joule étant, en moyenne sur une période, $P_{\text{Joule}} = r \langle I(0, t)^2 \rangle = \frac{1}{2} r |\underline{A}_2|^2 / Z_0^2$ et la puissance incidente

moyenne valant $P_{in} = \frac{1}{2} |A_1|^2 / Z_0$, on peut définir un coefficient énergétique de dissipation par $D = P_{joule} / P_{in}$, dont l'expression est

$$D = \frac{r}{Z_0} \tau^2 = \frac{4r Z_0}{(r + 2Z_0)^2}.$$

La relation $R + T + D = 1$ est vérifiée, comme il se doit ; ici, $D \approx 16\%$. Il est aussi possible de réaliser des réflecteurs par l'alternance de tronçons de câbles coaxiaux ayant deux impédances caractéristiques différentes [23], au prix d'une complexification du montage expérimental.

Annexe 4

« Fabry-Perot » ultrasonore avec L variable

Avec un « Fabry-Perot » ultrasonore, il est possible d'étudier les profils des résonances en balayant soit la fréquence (cf. paragraphe 3) soit la longueur de cavité (ce qui est présenté ici). L'expérience est identique à celle déjà montrée par ailleurs [22] ; la nouveauté est que l'une des membranes est sur une platine micrométrique, afin que son déplacement par rapport l'autre soit parfaitement contrôlé, cf. figure A4.1 (dans la réf. [22], seul le pointé des fréquences de résonance avait pu être fait).

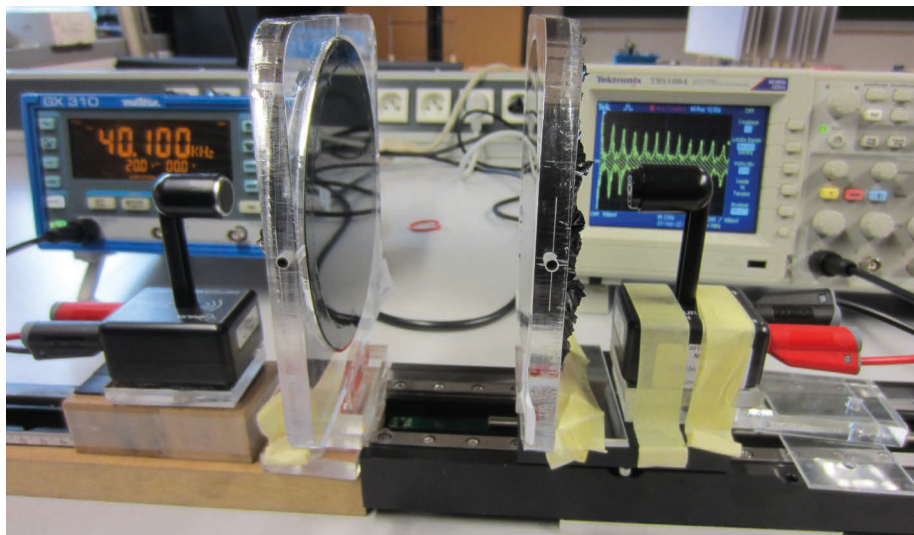


Figure A4.1 - Photographie du montage expérimental. La source ultrasonore (émetteur piézoélectrique) est à gauche ; elle est excitée à la fréquence de 40,100 kHz par le GBF visible en arrière-plan. Les deux membranes réfléchissantes formant la cavité sont en film plastique noir, tendu sur les montures en Plexiglas® ; celle de droite est montée sur une platine motorisée, commandée informatiquement. À droite, le récepteur est immobile ; le signal qu'il produit, proportionnel à la suppression, est envoyé sur l'oscilloscope (visible en arrière-plan).

La figure A4.2 (cf. page ci-après) représente le signal fourni par le récepteur (disques vides), en fonction du temps ; onze résonances sont observées, qui ont des amplitudes notablement irrégulières pour une raison inexplicquée. La ligne continue est un ajustement de la formule d'Airy sur les points expérimentaux des cinq résonances consécutives ayant approximativement la même amplitude ; en posant $k = \omega/c_s$, on en

déduit $kv = (1,45710 \pm 0,00080) \text{ s}^{-1}$, où $v = 2,00 \text{ mm/s}$ est la vitesse de la platine. Il vient alors la valeur de la longueur d'onde :

$$\lambda = 2\pi/k = (8,624 \pm 0,013) \text{ mm},$$

en prenant $0,005/\sqrt{3} \text{ mm/s}$ pour incertitude sur la vitesse. Comme la fréquence possède la valeur $f = \omega/2\pi = 40,100 \text{ kHz}$, on en déduit la célérité du son au moment de l'expérience :

$$c_s = \lambda f = (345,82 \pm 0,52) \text{ m/s}.$$

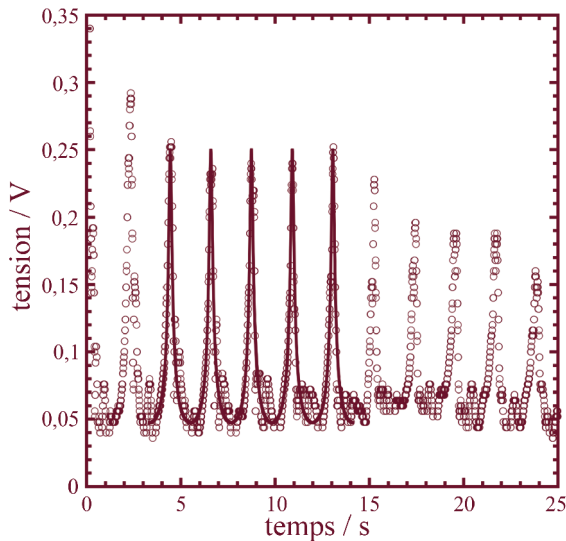


Figure A4.2 - Signal en tension délivré par le récepteur ultrasonore (disques vides), en fonction du temps. La vitesse de la membrane mobile est de $2,00 \text{ mm/s}$. La ligne continue est un ajustement de la formule d'Airy sur les points expérimentaux des cinq résonances consécutives ayant approximativement la même amplitude.

L'ajustement fournit également le coefficient de réflexion $R = (0,7723 \pm 0,0060)$, d'où l'on tire la finesse du « Fabry-Perot » :

$$F = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} = (12,1 \pm 0,4).$$

Remarquablement, cette valeur expérimentale de la finesse, ainsi que celle obtenue au paragraphe 3, sont bien plus faibles que celle qui avait été estimée dans la référence [22] par une approche théorique. Plusieurs points de réflexion peuvent émerger afin d'expliquer ce fait :

- ♦ il est possible que la diminution de l'amplitude de l'onde acoustique, avec la distance parcourue, ne soit pas négligeable, ce qui rendrait d'emblée inadéquate la modélisation par une onde plane ;

- ◆ il est possible que la dissipation ne soit pas négligeable, et donc que le coefficient de réflexion R par une membrane soit nettement plus faible que $1 - T$, où T est le coefficient de transmission ;
- ◆ il est possible que le coefficient β , qui intervient dans $R = \beta^2 / (\beta^2 + 4)$, ne soit pas uniquement dû à l'inertie de la membrane et ait une contribution provenant de son élasticité, qui le diminue (cela expliquerait que R soit plus faible dans l'expérience du paragraphe 3 que dans celle de cette annexe).

L'exploration de ces voies nécessite des études supplémentaires...