

Retour sur le TP simulation à l'aide de cellules RC, pages 24 à 26.**Partie 1. Lien entre système discret à cellules RC et système continu.**

LDN en RSP au nœud n et passage en réel : $u_{n+1} + u_{n-1} = 2u_n + RC \frac{du_n}{dt}$

En utilisant : $u(x+h) = u(x) + h \cdot u'(x) + \frac{h^2}{2} u''(x) + o(h^2)$ correctement, montrer qu'on obtient en milieu continu :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \text{avec } D = \frac{a^2}{RC} = \frac{a^2}{\tau}$$

Partie 3. réponse à un échelon de tension.

CF exercice AT9 de la feuille conduction.

Pour u réel positif ou nul : $\text{erf}(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u \exp(-\xi^2) d\xi$

Propriétés admises :

a) $\text{erf}(u)$ est une fonction croissante de u.

b) $\text{erf}(0)=0$ (évident) et $\text{erf}(+\infty)=1$; $\text{erf}(u_0 \approx 0,477) = 0,5$.

c) En posant $u = \frac{x}{2\sqrt{Dt}}$, $\text{erf}(u)$ est solution de l'équation de diffusion (7).

(Faisable mais chaud).

Une solution en milieu continu de cette partie 3 est :

$$u(x,t) = +E_0 - 2E_0 \text{erf}(u) \quad \text{avec } u = \frac{x}{2\sqrt{Dt}}$$

Repasser en mode discret $u_n(t) = u(x = na, t)$ pour obtenir :

$$u_n(t) = E_0 \left(1 - 2 \text{erf}\left(\frac{n}{2} \sqrt{\frac{\tau}{t}}\right) \right)$$

Partie 4. Etude en régime sinusoïdal forcé. Exercice AT2 de la feuille d'exercices de conduction.

Pour le système continu avec : $u(0,t) = u_0 \cdot \cos(\omega t)$, cas de la copie d'écran latispro fournie, une solution est :

$$u(x,t) = u_0 e^{-\frac{x}{\delta}} \cdot \cos(\omega t - x/\delta) \quad \text{avec } \delta = \sqrt{\frac{2D}{\omega}}$$

En repassant en discret $u_n(t) = u(x = na, t)$, montrer qu'on obtient :

$$u_n(t) = U_0 e^{-n\sqrt{\frac{\omega\tau}{2}}} \cos\left(\omega t - n\sqrt{\frac{\omega\tau}{2}}\right)$$