

RÉSEAU OPTIQUE



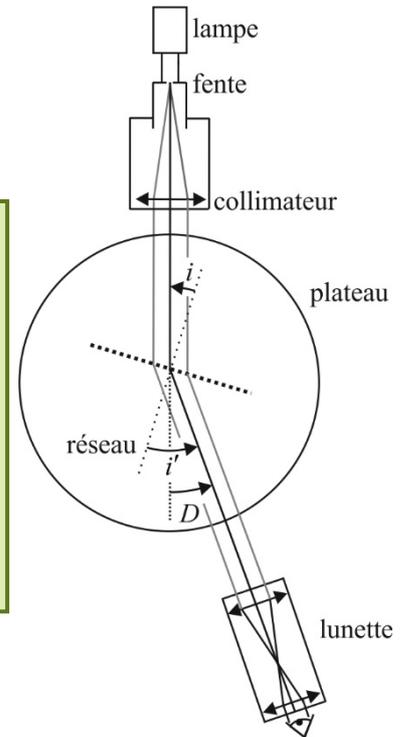
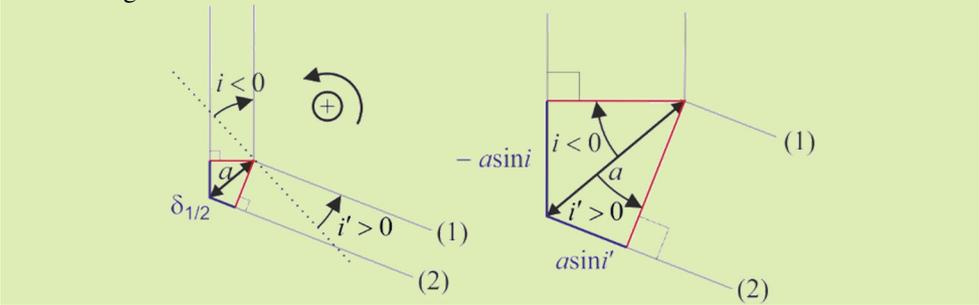
1. RÉSEAU SOUS INCIDENCE NORMALE

Réglages : Le réseau utilisé présente une face plane qui est la face de sortie, la lumière issue de la source rentrant dans la partie cylindrique.

La réflexion sur le réseau du faisceau issu de la lunette lorsque le réticule est éclairé est de qualité suffisante pour se passer de la lame de verre et faire les réglages mécaniques à l'aide du réseau.

Ces réglages ne sont pas toujours demandés : ne les faire que si nécessaire.

Q.1) On lit sur le schéma ci-dessous la marche supplémentaire $\delta = a(\sin i' - \sin i)$ du rayon (2) par rapport au rayon (1), en tenant compte, qu'avec l'orientation choisie, on a sur le cas de figure $i < 0$ et $i' > 0$.



1.1 Mise en incidence normale

Pour éclairer le réseau en incidence normale on commence par viser la fente source à l'aide de la lunette, c'est-à-dire l'ordre 0 de la figure de diffraction car cet ordre 0 correspond à l'image géométrique de la source (déviation nulle par le réseau).

Il faut faire un réglage très précis en réduisant au maximum la largeur de la fente de façon à ce que le trait vertical du réticule la recouvre presque entièrement. On bloque alors la lunette dans cette position : son axe est confondu avec celui du collimateur.

On peut alors à ce stade repérer la position α_0 (valeur lue sur le vernier) de l'ordre 0. On lira alors sur le vernier la position α d'une raie et on en déduira l'angle de déviation $i' = \alpha - \alpha_0$. Si les mesures ultérieures d'angle se font par rapport à la référence α_0 , on prendra garde à ne pas faire d'erreur de lecture lors de sa détermination.

Après avoir fermé la fente source, on éclaire le réticule et on tourne le plateau de façon à ce que le trait vertical du réticule soit confondu avec celui de son image par réflexion sur la face plane du réseau. Le réseau est désormais orthogonal à l'axe de la lunette donc à celui du collimateur. On bloque le plateau dans cette position pour rester en incidence normale pour les mesures qui suivent.

1.2 Mesure du nombre de traits par unité de longueur

On repère les positions de quelques raies intenses de la lampe à vapeur de mercure dans le spectre d'ordre 1. On procède toujours de même : fente réduite au minimum, lecture minutieuse sur le vernier en se mettant bien à l'aplomb pour chercher quelles graduations sont les plus alignées. Ici ont été utilisées plus de radiations que ce que demandait l'énoncé :

λ (nm)	couleur	i' (°)	$n = \sin i' / \lambda$ (traits/mm)	$u(n)$
404,7	violet intense	13,35	570,5	0,57
407,8	violet	13,45	570,4	0,57
435,8	indigo	14,37	569,5	0,53
491,6	bleu-vert	16,27	569,9	0,46
546,1	vert	18,17	571,0	0,41
577,0	jaune 1	19,23	570,8	0,39
579,1	jaune 2	19,27	569,9	0,39
623,4	rouge	20,80	569,6	0,36

Calcul de l'incertitude de type B (mesure unique)

Comme n est calculé par $n = \frac{\sin i'}{\lambda}$, son incertitude provient de celle sur i' .

On évalue $\Delta\alpha = 1'$ (on a un écart de $2'$ entre l'angle maximal et l'angle minimal que l'on peut lire sur le vernier), donc

$$u(\alpha) = 1/\sqrt{3} \text{ minute d'angle. Comme } i' = \alpha - \alpha_0, \text{ on a } u(i') = \sqrt{2} \cdot u(\alpha) = \sqrt{\frac{2}{3}} \times \frac{1}{60} \times \frac{\pi}{180} = 2,37 \cdot 10^{-4} \text{ rad.}$$

Comme $dn = \frac{\cos i'}{\lambda} di'$, on a $u(n) = \frac{\cos i'}{\lambda} u(i')$.

Le Z-score maximal vaut $\frac{571,0 - 569,5}{\sqrt{0,41^2 + 0,53^2}} = 2,2$. On a peut-être sous-estimé l'incertitude de lecture des angles, mais les mesures semblent quand même compatibles entre elles.

On peut proposer pour n la dernière valeur (celle pour laquelle l'incertitude-type est la plus faible) :

$$n = 569,63 \text{ traits/mm ; } u(n) = 0,36 \text{ traits/mm}$$

Calcul de l'incertitude de type A (statistique). On utilise TOUTES les données.

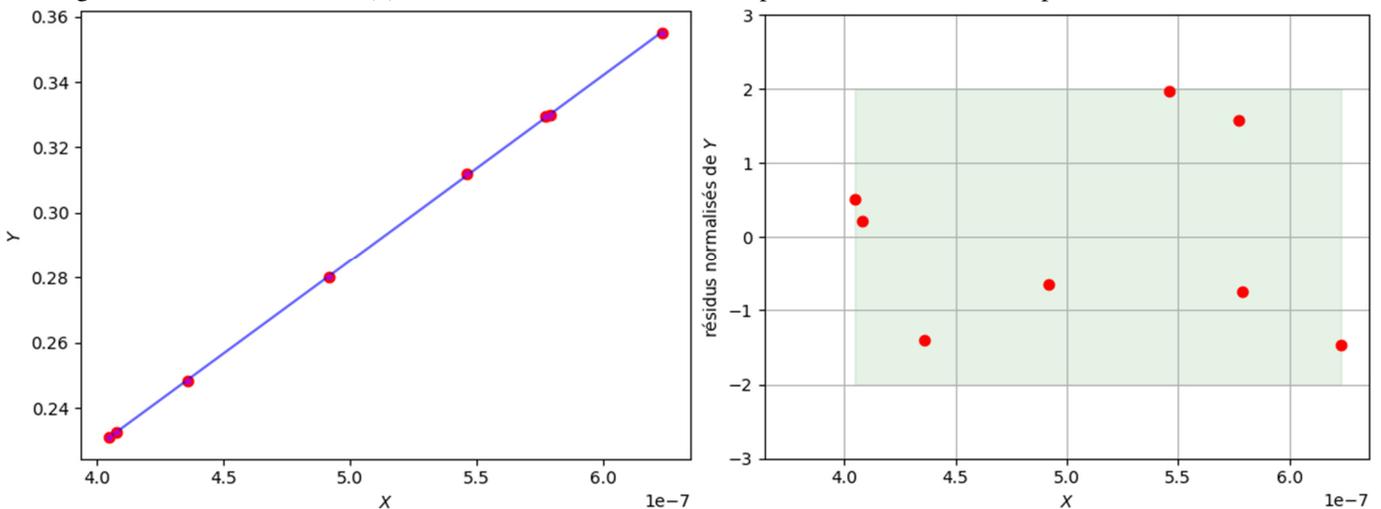
Les incertitudes de mesure individuelles étant proches, on peut les considérer constantes, égales à leur valeur maximale (ou pourquoi pas moyenne).

On programme à l'aide du script Python un ajustement affine $\frac{\sin i'}{Y} = a \frac{\lambda}{X} + b$ qui fournit la valeur moyenne de a et son incertitude-

type par la méthode de Monte-Carlo. En théorie : $a = n$ et $b = 0$. On trouve :

$$n = 570,0 \text{ traits/mm ; } u(n) = 1,0 \text{ traits/mm}$$

On a également $b = 9,1 \cdot 10^{-5}$ et $u(b) = 5,2 \cdot 10^{-4}$. La loi affine est compatible avec les valeurs expérimentales.



On peut être déçu du fait que l'incertitude-type obtenue en prenant toutes les valeurs est supérieure à celle obtenue en n'utilisant que la longueur d'onde rouge. **Ceci est dû au fait que la loi affine n'est pas adaptée ici, le paramètre b n'a pas de sens physique**, ce qui est un point faible de la méthode : il faudrait ici chercher un modèle linéaire $\frac{\sin i'}{Y} = a \frac{\lambda}{X}$, et pas affine.

Ce modèle linéaire n'est pas au programme car la fonction `polyfit` de Python n'est pas adaptée (il n'est pas possible d'imposer

$b = 0$) et il faut programmer soi-même le calcul de a (on montre que $a = \frac{\overline{XY}}{X^2}$) :

```
def linfit(Lx, Ly):
    N = len(Lx)
    Sxx, Sxy = 0, 0
    for i in range(N):
        Sxx += Lx[i]**2
        Sxy += Lx[i]*Ly[i]
    xxmoy = Sxx/N
    xymoy = Sxy/N
    a = xymoy/xxmoy
    return a
```

On utilise alors `linfit(Lx, Ly)` au lieu de `polyfit(Lx, Ly, 1)` et on obtient :

$$n = 570,20 \text{ traits/mm ; } u(n) = 0,16 \text{ traits/mm}$$

Les résultats obtenus dans ce cas font apparaître une incertitude-type sur a plus petite car le modèle est mieux adapté. Moralité : il ne faut pas prendre une loi avec plus de paramètres que le modèle physique quand on en dispose d'un, sauf si on pense qu'il y a un problème d'étalonnage, ou un offset, qui justifie la prise en compte d'une constante. Ceci est à prendre en compte lors des T.I.P.E, plus que lors des T.P de concours, où un ajustement *affine, non* pondéré, par la méthode de Monte-Carlo, sera acceptée avec bienveillance.

1.3 Détermination d'une longueur d'onde

Première méthode : on utilise $n = 569,63$ traits/mm, avec $u(n) = 0,36$ traits/mm, obtenue à l'aide de la radiation rouge (on peut utiliser une des radiations jaunes par défaut).

De la mesure $i' = 14,37^\circ$; $u(i') = 2,37 \cdot 10^{-4}$ rad obtenue pour la raie indigo du mercure, on tire :

$$\lambda = \frac{\sin i'}{n} = 435,69 \text{ nm}, \text{ avec } u(\lambda) = \lambda \sqrt{\left(\frac{u(i')}{\tan i'}\right)^2 + \left(\frac{u(n)}{n}\right)^2}, \text{ soit } u(\lambda) = 0,49 \text{ nm}$$

La valeur de référence est 435,83 nm.

De nouveau on constate que la présence de $\tan i'$ au dénominateur rend plus imprécises les mesures des faibles longueurs d'onde, moins déviées que les plus grandes longueurs d'onde.

Deuxième méthode :

- (i) On utilise les N coefficients a_j et b_j générés par la méthode de Monte-Carlo.
- (ii) On simule une valeur de $Y_j = \tan(i' + \varepsilon_j)$ où ε_j est tiré aléatoirement selon la distribution retenue (ici, rectangulaire, de valeur moyenne nulle et d'incertitude-type $u(i')$, pour $j \in \llbracket 1, N \rrbracket$).
- (iii) On calcule N valeurs de $X_j = \lambda_j = (X_j - b_j) / a_j$.
- (iv) On calcule la valeur moyenne et l'écart-type de la distribution des X_j .

```
i = 14.37*np.pi/180
ui = 2.37E-4
N_MC = 100000
Y_sim = np.sin(i+rd.uniform(-ui*3**0.5,ui*3**0.5,size = N_MC))
X_sim = np.zeros(N_MC)
a_MC,b_MC = AjustAff_MC(Lx,Ly,sigma,fig = False)
X_sim = (Y_sim-b_MC)/a_MC
print(np.mean(X_sim),np.std(X_sim, ddof = 1))
```

On obtient :

$$\lambda = 435,23 \text{ nm} ; u(\lambda) = 0,45 \text{ nm}$$

Conclusions sur cette partie : même si les mesures sont faites avec soin, la méthode utilisée ici nécessite de se placer en incidence normale. Toute erreur sur cette position entraînera une erreur sur chaque mesure. De même, une erreur sur la mesure de la déviation nulle (ordre 0) se répercute sur chaque mesure.

Il conviendrait donc de s'affranchir de cette mesure et améliorer la précision en effectuant systématiquement les mesures dans l'ordre 1 ET l'ordre -1 (valeurs α_1 et α_{-1} lues sur le vernier). On obtiendrait par différence $i' = \frac{\alpha_1 - \alpha_{-1}}{2}$.

2. MÉTHODE DU MINIMUM DE DÉVIATION

2.1 Manipulation avec la lampe à vapeur de mercure

Q.2) Cette fois-ci l'angle d'incidence varie. On a $\sin i' - \sin i = \frac{k\lambda}{a}$ (1) et par définition la déviation vaut $D = i' - i$ (2).

Comme on suit une raie donnée dans un ordre donné, k et λ sont constants, comme a . On obtient donc en différenciant :

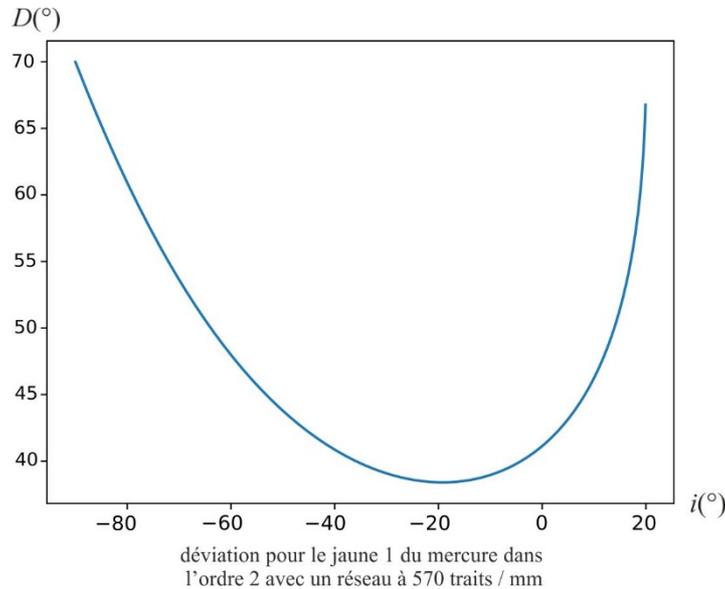
$\cos i' di' = \cos i di$ d(1) et $dD = di' - di$ d(2). On en déduit $\frac{dD}{di} = \left[\frac{\cos i}{\cos i'} - 1 \right]$ qui s'annule pour $\cos i' = \cos i$. On a donc deux solutions.

La première $i' = i$ correspond d'après (1) à l'ordre 0 et donc à une déviation nulle. C'est une solution évidente qui ne correspond pas à ce qui est étudié.

La deuxième $i' = -i = i'_0$ donne d'après (1) $\sin i'_0 = \frac{k\lambda}{2a}$, et donc une déviation minimale $D_{\min} = 2i'_0$ d'où $2 \sin \frac{D_{\min}}{2} = k \frac{\lambda}{a}$.

Remarque : l'étude de la fonction $D(i) = \arcsin \left[\sin i + \frac{k\lambda}{a} \right] - i$ est rébarbative (c'est pour cela que l'on préfère la différentielle).

On peut tracer la courbe correspondante à l'ordinateur et vérifier que la déviation passe bien par un minimum.



Pour avoir une meilleure résolution du doublet jaune du sodium, on travaille d'abord **dans l'ordre 2** avec la raie de longueur d'onde $\lambda_0 = 577,0 \text{ nm}$ du doublet jaune du mercure.

Après avoir débloqué le plateau, on le fait tourner et on suit avec la lunette la raie étudiée : on constate que l'angle de déviation D passe bien par un minimum D_{\min} .

On bloque alors la lunette au voisinage de ce minimum et on fait tourner le plateau pour voir la raie suivie venir juste au niveau du fil du réticule au minimum de déviation, sinon on ajuste la position de la lunette avec la vis micrométrique de déplacement latéral de la lunette (réglage fin).

Pour plus de précision, on repère sur le vernier la valeur α_2 du minimum de déviation dans l'ordre 2 et la valeur α_{-2} dans l'ordre -2 : on a $D_{\min} = \frac{\alpha_2 - \alpha_{-2}}{2}$ et on s'affranchit de nouveau du repérage de la déviation nulle.

Pour $\lambda_0 = 577,0 \text{ nm}$ d'une des raies du doublet jaune du mercure dans l'ordre 2, on obtient :

$$D_{\min 0} = 38,43^\circ, \quad u(D_{\min}) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{3}} \times \frac{1}{60} \times \frac{\pi}{180} = 1,19 \cdot 10^{-4} \text{ rad}.$$

2.2 Manipulation avec la lampe à vapeur de sodium

On mesure pour λ_1 : $D_{\min 1} = 38,54^\circ$ et pour λ_2 : $D_{\min 2} = 38,57^\circ$, avec $u(D_{\min}) = 1,19 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$.

On a donc en faisant des rapports (qui permettent de s'affranchir de la valeur de a) :

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_0} = \frac{\sin \frac{D_{\min 1}}{2}}{\sin \frac{D_{\min 0}}{2}} = 1,00275, \quad \text{et} \quad \frac{\lambda_2}{\lambda_0} = \frac{\sin \frac{D_{\min 2}}{2}}{\sin \frac{D_{\min 0}}{2}} = 1,00350.$$

Q.3) Le calcul d'incertitudes fournit $\frac{u(\lambda_1)}{\lambda_0} \simeq \frac{u(\lambda_2)}{\lambda_0} = \frac{\sqrt{2} u(D_{\min 1})}{2 \tan \frac{D_{\min 1}}{2}} = 2,4 \cdot 10^{-4}$ d'où :

$\lambda_1 = 578,6 \text{ nm}$ et $\lambda_2 = 579,0 \text{ nm}$, avec $u(\lambda) = 0,14 \text{ nm}$, soit un écart $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = 0,40 \text{ nm}$ (au lieu de $0,6 \text{ nm}$), avec $u(\Delta\lambda) = 0,20 \text{ nm}$.

Avec un réseau qui comporterait plus de traits / mm, on aurait des angles de déviation minimale plus élevés, et l'incertitude diminuerait, toujours du fait de que la présence de $\tan \frac{D_{\min 1}}{2}$ au dénominateur.