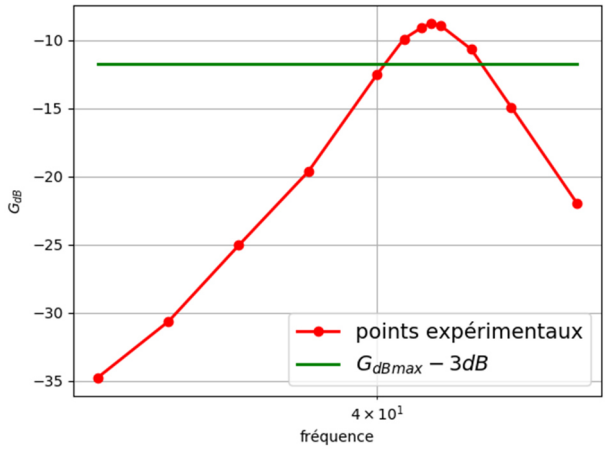
T.P DE CONCOURS 7 CORRIGÉ

MESURE D'UNE VITESSE GRÂCE À L'EFFET DOPPLER ACOUSTIQUE

1. ÉTUDE DES TRANSDUCTEURS

f (kHz)	38	38,5	39	39,5	40	40,2	40,33	$f_0 = 40,4$	40,47	40,7	41	41,5
V_{ecc} (V)	5,48	5,44	5,36	5,28	5,04	5,0	5,12	5,2	5,3	5,6	5,85	5,84
V_{scc} (V)	0,10	0,16	0,30	0,55	1,19	1,6	1,8	1,9	1,9	1,64	1,05	0,464

>>> Le signal est maximal pour $f_0 = 40,4$ kHz, avec une bande passante de 0,72 kHz, soit un grand facteur de qualité : $Q = f_0 / \Delta f = 56$.



2. MESURE DE LA VITESSE DU SON

Q.1) Pour une transformation isentropique de gaz parfait, les lois de Laplace s'appliquent : $p\rho^{-\gamma} = Cte \Rightarrow \dfrac{dp}{p_0} - \gamma\dfrac{d\rho}{\rho_0} = 0$, or

$$\chi_S = -\frac{1}{V_0}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_S = \frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_S = \frac{1}{\gamma p_0} \Rightarrow c = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho_0}}, \text{ avec } \rho_0 = \frac{M p_0}{R T_0} \Rightarrow \boldsymbol{c = \sqrt{\frac{\gamma R T_0}{M}}}.$$

>>> Lorsqu'on déplace l'émetteur de Δx, l'onde issue du l'émetteur parcourt une distance supplémentaire de Δx pour arriver au récepteur. Si on est parti d'une position où les signaux de l'émetteur et du récepteur étaient en phase, ils le sont de nouveau quand $\Delta x = \lambda$.
On voit donc défiler 20 périodes du signal quand le chariot s'est déplacé de 20λ.

On mesure $D = 20\lambda = 17,5$ cm $\Rightarrow \lambda = 8,75$ mm. On en déduit $c_{exp} = \lambda f = \dfrac{D}{20} f = \dfrac{17,5 \cdot 10^{-2}}{20} \times 40 \cdot 10^3 = 350$ m·s^{-1}.

On estime la tolérance sur la mesure de la position de départ et d'arrivée de l'émetteur à 3 mm : $u(D) = 3\sqrt{\dfrac{2}{3}} = 2,4$ mm.

On en déduit $u(c_{exp}) = c_{exp}\dfrac{u(D)}{D} = 4,8$ m·s^{-1}.

On mesure $T = 273,1 + 27,2 = 300,3$ K, avec $u(T) = \dfrac{0,1}{\sqrt{3}} = 0,058$ K. La valeur théorique de la vitesse du son est donc $c_{th} = 347,5$ m·s^{-1}, avec $u(c_{th}) = \dfrac{1}{2} c_{th}\dfrac{u(T)}{T} = 0,033$ (l'incertitude-type sur c_{th} est négligeable devant celle sur c_{exp}).

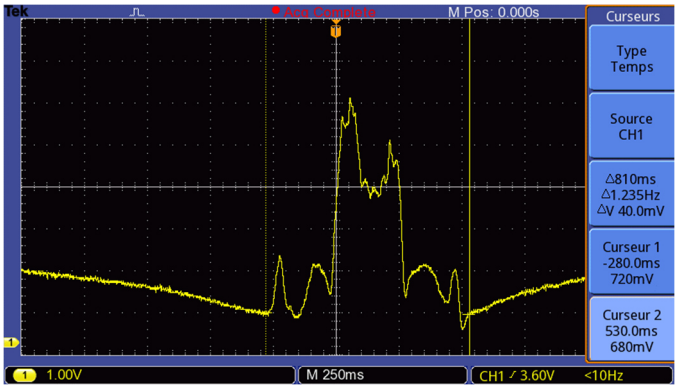
Calculons le Z-score : $Z = \dfrac{350 - 347,5}{4,8} = 0,52$. Les deux valeurs sont compatibles.

3. CAPTEURS OPTIQUES / MESURE DE LA VITESSE DE L'ÉMETTEUR

Première méthode : utilisation des capteurs (s'ils fonctionnent…)

>>> L'acquisition peut aussi être faite avec l'oscilloscope. On constate que le signal délivré par le capteur fluctue même en l'absence du passage de l'émetteur. Néanmoins, ces fluctuations sont plus petites que celles dues au passage : $U_{\min} \simeq 1\,\text{V}$ et $U_{\max} \simeq 6\,\text{V}$. Il suffit donc de placer le seuil de déclenchement par exemple à 3 V pour acquérir le signal.

>>> Pour réaliser l'acquisition, il faut tourner les boutons **Vertical, Echelle** et **Horizontal, Echelle**, afin de choisir une durée d'acquisition et une gamme de tensions adaptées au signal étudié, puis appuyer sur le bouton **Déclenchement, Menu** et sélectionner **Pente** puis la pente voulue pour le déclenchement. Ensuite : tourner le bouton **Niveau** pour régler le niveau de déclenchement. Et enfin appuyer sur le bouton **Seq Unique**. L'acquisition démarrera dès que le niveau de déclenchement sera atteint avec la pente choisie. Voici ce que l'on obtient :



Le signal est complexe car l'attelage n'est pas homogène. Il présente par exemple à l'avant et à l'arrière deux boucles qui occultent brièvement la lumière. En les intégrant dans la longueur de l'attelage, on mesure celle longueur $L = 7,40$ cm avec $u(L) = 0,82$ cm. La durée du passage est $\Delta t = 810$ ms avec $u(\Delta t) = 0,82$ ms.

On en déduit $v_{\text{opt}} = \dfrac{L}{\Delta t} = 0,0914\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $u(v_{\text{opt}}) = 0,0914\sqrt{\left(\dfrac{0,82}{7,40}\right)^2 + \left(\dfrac{0,82}{810}\right)^2} \Rightarrow u(v_{\text{opt}}) = 0,010\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Les mesures ont été faites alors que l'alimentation délivrait 10 V.

Deuxième méthode : mesure directe au chronomètre.

On mesure $\Delta t = 4,82$ s pour que l'avant du chariot parcourt $\Delta x = 26$ cm : $v_{\text{chrono}} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = 0,0539\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Les mesures ont été faites alors que l'alimentation délivrait 6 V.

On considère qu'à l'instant du déclenchement et de l'arrêt du chronomètre, on a une tolérance de lecture sur la position de 2 mm : $u(\Delta x) = \sqrt{\dfrac{2}{3}} \times 2 = 1,6$ mm et donc $u(v_{\text{chrono}}) = v_{\text{chrono}} \cdot \dfrac{u(\Delta x)}{\Delta x} = 0,00033\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. **La deuxième méthode est plus précise que la première car elle fait intervenir une plus faible incertitude relative sur la distance parcourue**.

4. UTILISATION DE L'EFFET DOPPLER

Q.2) Si on suppose que l'émetteur émet une onde plane, cette dernière est de la forme $s_{\text{ém}}(t) = A\cos\left[2\pi f\left(t - \dfrac{x}{c}\right)\right]$ dans son référentiel. Dans ce dernier, si le récepteur se trouve en $x = D$ à $t = 0$, il se trouve en $x = D - vt$ à t.

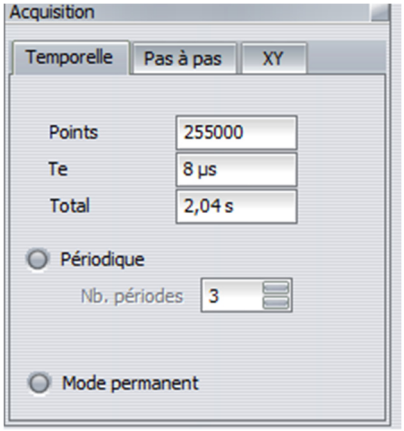
On a donc $s_{\text{réc}}(t) = A\cos\left[2\pi f\left(t - \dfrac{D - vt}{c}\right)\right] = A\cos\left[2\pi f t\left(1 + \dfrac{v}{c}\right) - 2\pi f\dfrac{D}{c}\right]$. La fréquence dans le référentiel du récepteur est donc $f' = f\left(1 + \dfrac{v}{c}\right)$. On en déduit $v_{\text{Dopp}} = \dfrac{c_{\text{exp}}}{f}(f' - f) = c_{\text{exp}}\dfrac{\Delta f}{f}$.

Exploitation directe du signal reçu

On pourrait penser à exploiter l'acquisition du signal émis par le récepteur, à une fréquence $f' = f + \Delta f$.

L'ordre de grandeur de Δf est $\Delta f \simeq \dfrac{v}{c} f = \dfrac{0,1}{400} \times 40000 = 10$ Hz.

Il faut respecter le critère de Nyquist-Shannon : échantillonner à une fréquence supérieure à $2f' \simeq 80$ kHz $\Rightarrow T_e < 12,5$ µs. Comme le maximum de points d'échantillonnage de la carte Sysam est $N = 255000$, la durée d'acquisition NT_e doit être inférieure à 3,2 s. On peut acquérir pendant 2 s et ainsi obtenir une résolution fréquentielle de 0,5 Hz.



En pratique, le signal obtenu est constitué d'un grand nombre de sinusoïdes, modulées par une enveloppe complexe, et il est très difficile de prendre la même tension pour les points de départ et de fin du signal dont on réalise l'analyse de Fourier. Il en résulte un élargissement des raies. Le spectre obtenu ne permet pas de distinguer un pic à 40 010 Hz d'un autre à 40 000 Hz.

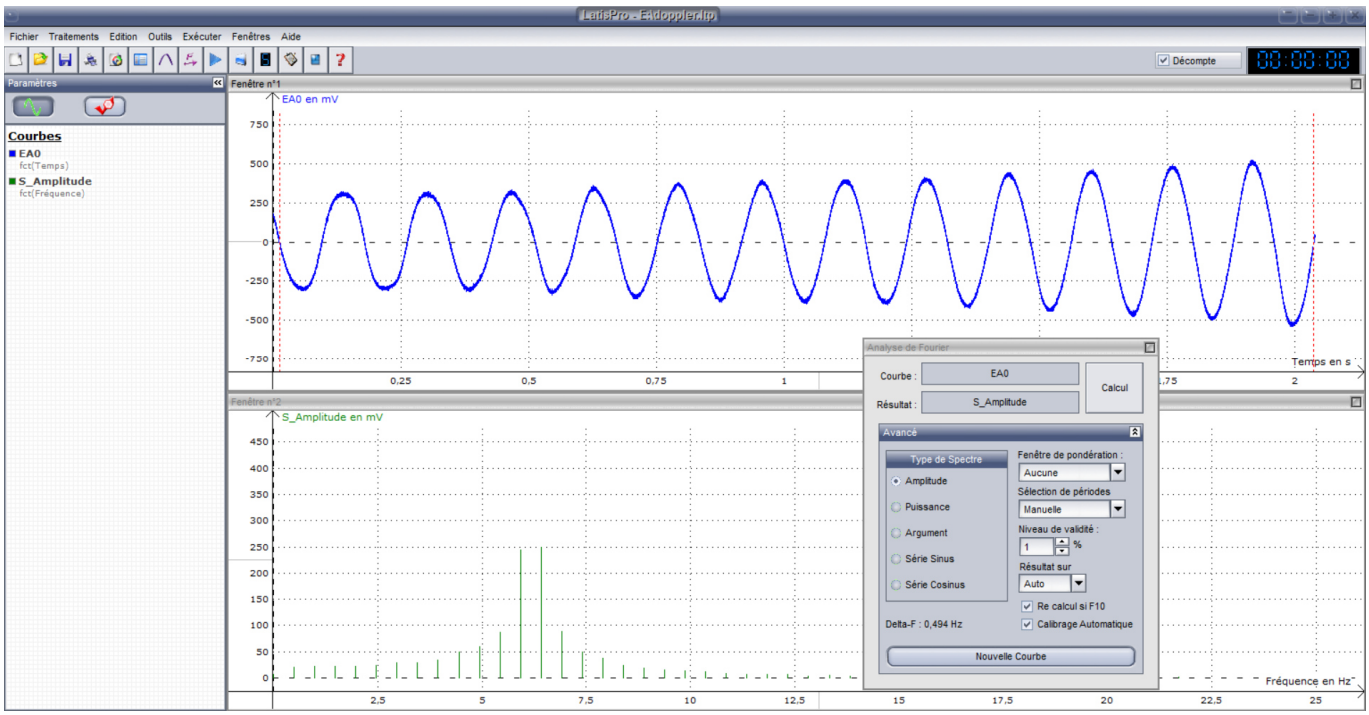
Utilisation d'un multiplieur et d'un filtre passe-bas

On procède à la multiplication analogique des signaux issus de l'émetteur et du récepteur :

$$u_m(t) \propto \cos\left[2\pi ft\right]\cos\left[2\pi(f+\Delta f)t\right] = \frac{1}{2}\left[\cos\left[2\pi\Delta ft\right]+\cos\left[2\pi(2f+\Delta f)t\right]\right].$$

On obtient, par filtrage passe-bas (cellule *RC*, tension de sortie aux bornes de *C*) de fréquence de coupure f_c telle que $\underbrace{\Delta f}_{\simeq 10\text{ Hz}} < f_c << \underbrace{2f}_{80\text{ kHz}}$, un signal de fréquence Δf. On peut prendre f_c de l'ordre du kHz.

L'analyse de Fourier du signal (on essaie de prendre les points de début et de fin de la partie analysée à 0 V) donne le résultats ci-dessous :



On en déduit $\Delta f = 6{,}17$ Hz ; $u(\Delta f) = 0{,}14$ Hz.

Ainsi $v_{\text{Dopp}} = c_{\text{exp}}\dfrac{\Delta f}{f} = 350\times\dfrac{6{,}17}{40000} = 0{,}0540\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

$$u(v_{\text{Dopp}}) = v_{\text{Dopp}}\times\sqrt{\left[\frac{u(\Delta f)}{\Delta f}\right]^2+\left[\frac{u(c_{\text{exp}})}{c_{\text{exp}}}\right]^2} = 0{,}0540\times\sqrt{\left[\frac{0{,}14}{6{,}17}\right]^2+\left[\frac{4{,}8}{350}\right]^2} = 0{,}0014\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$Z = \dfrac{0{,}0540-0{,}0539}{\sqrt{0{,}0014^2+0{,}00033^2}} = 0{,}07$. Les deux mesures de vitesse sont compatibles.