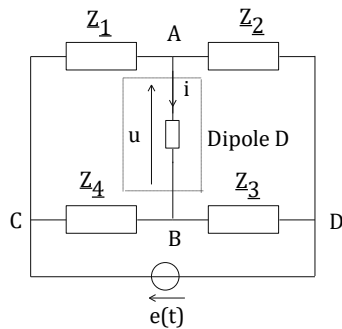


A maîtriser :

- Application de la LDN en termes de potentiel : détecter les nœuds, construire les potentiels électriques à partir des tensions et d'une référence nulle à choisir (qui deviendra la masse et qui est souvent la Terre), appliquer.



En RSP $e(t)$ est représenté par E et $i(t)$ par I .
Je prends $V_D=0$, j'ai alors $V_C=E$.

La LDN en A donne : $\frac{1}{Z_1}(E - V_A) + \frac{1}{Z_2}(0 - V_A) + (-I) = 0$

La LDN en B donne : $\frac{1}{Z_4}(E - V_B) + \frac{1}{Z_3}(0 - V_B) + I = 0$

- Appliquer un PDT en repérant deux dipôles en série.
- Liaisons usuelles réel - complexe :

$$u(t) = U \cdot \cos(\omega t + \varphi) = \text{Re}(\underline{u}(t)) \quad \text{est équivalent à} \quad \underline{u}(t) = U e^{j(\omega t + \varphi)} = \underline{U} e^{j\omega t} \\ \text{avec} \quad \underline{U} = U e^{j\varphi}$$

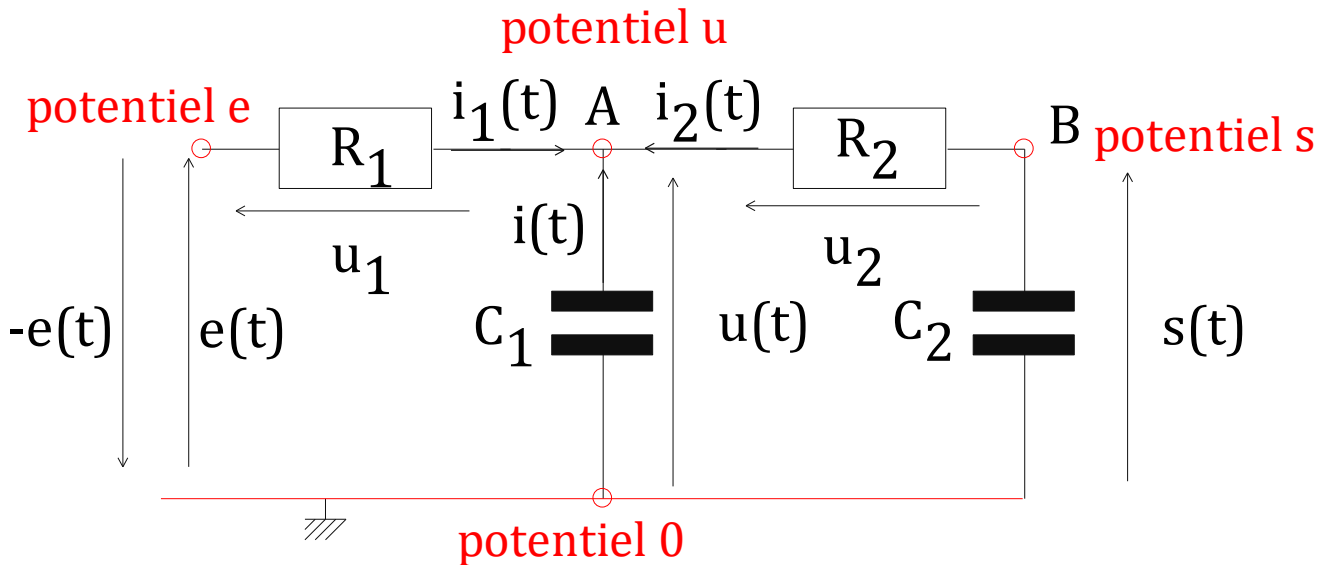
Donc $\cos(\omega t)$ est équivalent à $e^{j\omega t}$; $\sin(\omega t)$ est équivalent à $-j e^{j\omega t}$

- Pour obtenir une équation différentielle, on fait les calculs en RSP de pulsation ω avec la notation complexe. On repasse ensuite en réel : multiplier par $j\omega$ en complexe revient à dériver par rapport au temps en réel.
- Pour résoudre une équation différentielle linéaire homogène d'ordre 2, écrire le polynôme caractéristique d'ordre 2, savoir le résoudre y compris dans le cas pseudo-périodique (la partie réelle est responsable de l'atténuation, la partie imaginaire des oscillations). Savoir écrire les solutions de l'équation différentielle à partir des solutions du polynôme. D'autre part, la stabilité (le régime transitoire disparaît) est lié aux coefficients de même signe.
- Les caractéristiques de la résonance d'intensité du circuit RLC série doivent être connues, et donc par extension, les caractéristiques du filtre passe-bande d'ordre 2.

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \quad \text{avec } Q \text{ et } \omega_0 \text{ réels positifs,}$$

$|H_0|$ est le gain maximal, obtenu à la pulsation de résonance ω_0 ,
la bande passante à -3dB vaut $\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}$.

- $\underline{H} \in \mathbb{R}^+$: entrée et sortie sinusoïdales sont en phase.
- $\underline{H} \in \mathbb{R}^-$: entrée et sortie sinusoïdales sont en opposition de phase.
- $\underline{H} \notin \mathbb{R}$, entrée et sortie sinusoïdales sont déphasées.
- Se souvenir que le filtre RC passe-bas d'ordre 1 est intégrateur à hautes fréquences.
- Se souvenir que le filtre CR passe-haut d'ordre 1 est dérivateur à basses fréquences.



Pour tous les calculs, on se place en régime sinusoïdal de pulsation ω . Toutes les grandeurs instantanées sont en lettres minuscules, les amplitudes complexes en majuscules soulignées :

$i_1(t)$ a pour amplitude complexe $\underline{I}_1$ (voir page 3)

Loi d'Ohm. Un dipôle est représenté par son impédance $\underline{Z}$ ou son admittance $\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}}$

Dipôle	Résistance R	Condensateur C	Inductance L
Impédance $\underline{Z}$	R	$\frac{1}{jC\omega}$	$jL\omega$
Admittance $\underline{Y}$	$\frac{1}{R}$	$jC\omega$	$\frac{1}{jL\omega}$

Attention aux conventions : $\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1$ mais $\underline{U}_2 = -R_2 \underline{I}_2$ ou $\underline{U} = -\underline{Z}_{C1} \underline{I} = -\frac{1}{jC_1\omega} \underline{I}$

Avec les admittances : $\underline{I}_1 = \frac{1}{R_1} \underline{U}_1$ mais $\underline{I}_2 = -\frac{1}{R_2} \underline{U}_2$ ou $\underline{I} = -jC_1\omega \underline{U}$

Association de dipôles en série : on ajoute les impédances.

Association de dipôles en parallèle : on ajoute les admittances.

Loi des mailles.

Petite maille de gauche : $-\underline{E} + \underline{U}_1 + \underline{U} = 0$ ou $\underline{E} = \underline{U}_1 + \underline{U}$

Grande maille : $-\underline{E} + \underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{S} = 0$ ou $\underline{E} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{S}$

Petite maille de droite à compléter :

On peut utiliser aussi la loi d'Ohm : $\underline{E} = \underline{U}_1 + \underline{U} = R_1 \underline{I}_1 - \frac{1}{jC_1\omega} \underline{I}$
mais généralement pas intéressant.

FONDAMENTAL : Loi des noeuds en terme de potentiel au point A : $\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I} = 0$

En utilisant la loi d'Ohm avec les admittances et les potentiels, on a :

$$\underline{I}_1 = \frac{1}{R_1} \underline{U}_1 = \frac{1}{R_1} (\underline{E} - \underline{U}) \quad \underline{I}_2 = -\frac{1}{R_2} \underline{U}_2 = \frac{1}{R_2} (\underline{S} - \underline{U}) \quad \underline{I} = jC_1\omega (0 - \underline{U})$$

Ce qui donne : $\frac{1}{R_1} (\underline{E} - \underline{U}) + \frac{1}{R_2} (\underline{S} - \underline{U}) + jC_1\omega (0 - \underline{U}) = 0$

On peut faire la même chose au point B : $\frac{1}{R_2} (\underline{U} - \underline{S}) + jC_2\omega (0 - \underline{S}) = 0$

Processus facile à mémoriser et à utiliser avec un peu d'entraînement.

Exercice : On fait $R_1=R_2=R$ et $C_1=C_2=C$. Eliminer $\underline{U}$ entre les deux équations pour relier l'entrée et la sortie. On obtient :

$$\frac{\underline{S}}{\underline{E}} = \frac{1}{1 - (RC\omega)^2 + 3jRC\omega} = \frac{1}{1 + (jRC\omega)^2 + 3jRC\omega} \quad \text{AD OK?}$$

Passage en régime quelconque : on fait le produit en croix et on réorganise :

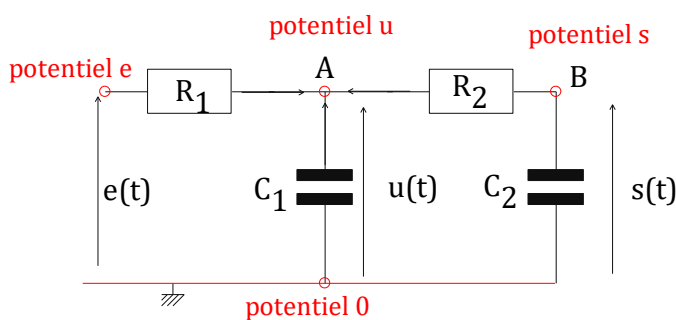
$$\underline{S} + (RC)^2(j\omega)^2\underline{S} + 3RCj\omega\underline{S} = \underline{E}$$

En notation complexe, multiplier par $j\omega$ revient à dériver par rapport au temps, et on peut alors obtenir l'équation différentielle vérifiée par $s(t)$:

$$(RC)^2\ddot{s} + 3RC\dot{s} + s = e \quad \text{AD OK ?}$$

On peut maintenant obtenir la réponse à n'importe quel signal. Cette méthode est la plus simple.

Bilan: on a surtout besoin de la LDN en termes de potentiel. La partie utile du dessin initial est :



On crée les potentiels électriques en utilisant la masse.

On se place en RSP et on adopte la notation complexe.

On applique la LDN en termes de potentiel aux points A et B.

On obtient 2 relations liant $\underline{E}, \underline{S}, \underline{U}$.

On élimine $\underline{U}$ et on a la fonction de transfert.

On peut alors créer l'équa diff liant $e(t)$ et $s(t)$.

Intérêt de la méthode : une seule variable intermédiaire est nécessaire : u .

Option parfois intéressante : le pont-diviseur de tension ou PDT.

Applicable avec deux dipôles en série et parcourus par le même courant.

Par exemple R_2 et C_2

Ici, il y a un PDT entre $\underline{U}$ et $\underline{S}$:

$$\underline{S} = \frac{\frac{1}{jC_2\omega}}{R_2 + \frac{1}{jC_2\omega}} \underline{U} = \frac{1}{1 + jR_2C_2\omega} \underline{U}$$

Mais pas entre R_1 et C_1 . Ces deux dipôles ne sont pas en série.

Il y a aussi un PDT entre $\underline{E}$ et $\underline{U}$, mais il est dangereux : il faut d'abord regrouper C_1, R_2 et C_2 pour construire l'impédance $\underline{Z}_{eq}$:

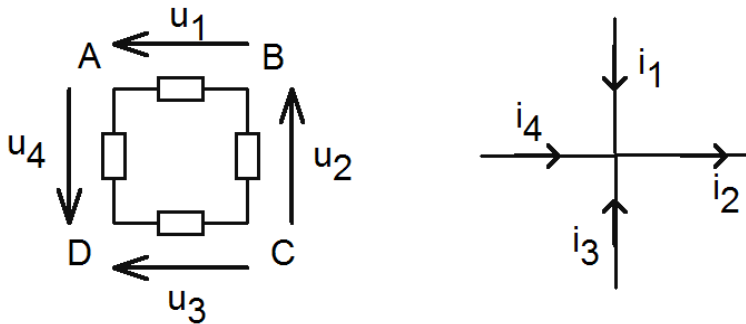
On calcule d'abord l'impédance équivalente à R_2 et C_2 en série : $\underline{Z}_2 = \frac{1 + jR_2C_2\omega}{jC_2\omega} = \frac{1}{\underline{Y}_2}$

On associe $\underline{Z}_2$ et C_1 en parallèle :

$$\underline{Y}_{eq} = \frac{1}{\underline{Z}_{eq}} = jC_1\omega + \frac{jC_2\omega}{1 + jR_2C_2\omega}$$

et on sort alors : $\underline{U} = \frac{\underline{Z}_{eq}}{R_1 + \underline{Z}_{eq}} \underline{E}$ et je vous souhaite de bons calculs

LE TRAITEMENT EST LOURD. A EVITER...

PSI2.Rappels d'électronique pour les circuits linéaires.**I) Les lois fondamentales de l'ARQS.** Lois de Kirch'hoff :

a) Lois des mailles LDM : existence du potentiel électrique V défini à une constante additive près. Seule la tension électrique, différence de potentiel entre deux points, est accessible à la mesure. On rappelle que $u_1 = V_A - V_B$.

Sur une maille, à tout instant, la somme des différences de potentiel ou tensions est nulle.

$$(V_A - V_B) + (V_B - V_C) + (V_C - V_D) + (V_D - V_A) = 0$$

$$u_1 + u_2 + (-u_3) + u_4 = 0$$

b) Lois des nœuds LDN : conservation du courant électrique, dérivée de la conservation de la charge. Le sens de la flèche définit seulement le sens positif et non le sens réel.

En un nœud, à tout instant, la somme algébrique des courants entrants est nulle.

$$i_1 + (-i_2) + i_3 + i_4 = 0$$

ATTENTION : notamment pour la LDN, la flèche désigne le sens conventionnel du courant positif et non pas son sens réel.

II) Régimes temporel importants.**1) Le régime continu.**

Les grandeurs électriques ne dépendent pas du temps. Pb avec la notion mathématique.

2) Le régime permanent sinusoïdal de pulsation ω noté ensuite RSP(ω).

Un courant ou une tension s'écrit : **$x(t) = X \cos(\omega t + \varphi)$**

X : considéré positif, AMPLITUDE.

ω : considéré positif, PULSATION en s^{-1} .

φ : à définir sur un intervalle de largeur 2π , phase à l'origine des temps.

On définit aussi $f = \omega / 2\pi$ FREQUENCE en Hz et $T = 1/f$ PERIODE.

3) La notation complexe pour le RSP(ω).

A $x(t) = X \cos(\omega t + \varphi)$, on peut associer de façon bijective :

3a) la fonction complexe $\underline{x}(t) = X \exp\{j(\omega t + \varphi)\}$,

3b) l'amplitude complexe $\underline{X} = X \cdot \exp\{j\varphi\}$

4) Propriétés fondamentales à retenir :

a) Le régime continu peut être considéré comme un RSP($\omega=0$).

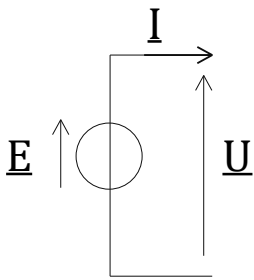
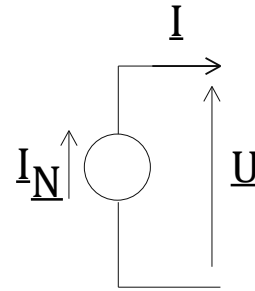
b) En RSP(ω), la LDM et la LDN sont valables avec la fonction complexe et l'amplitude complexe.

c) Dériver temporellement $x(t)$ revient à multiplier $\underline{X}$ par $j\omega$.

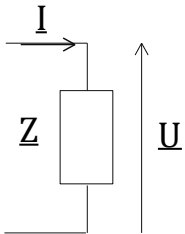
Pour toute la suite, on est en RSP(ω), et on utilise les amplitudes complexes $\underline{X}$.

Pour passer en mode temporel quelconque :

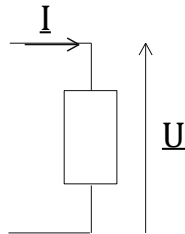
$$\underline{X} \text{ devient } x(t), \quad j\omega \underline{X} \text{ devient } \dot{x}(t), \quad (j\omega)^2 \underline{X} = -\omega^2 \underline{X} \text{ devient } \ddot{x}(t)$$

III) Dipôles et associations de base.**1) Générateurs idéaux de tension ou de courant. CONVENTION GENERATEUR.**Pour tout I , $U=E$ E est la tension à vide ($U=E$ quand $I=0$) ou fem du générateur idéal de tension. I_N est le courant de court-circuit ($I=I_N$ quand $U=0$) du générateur idéal du courantPour tout U , $I=I_N$ **2) Dipôles linéaires usuels. CONVENTION RECEPTEUR.**Chaque dipôle est caractérisée par son admittance Y ou son impédance $Z = \frac{1}{Y}$. La loi d'Ohm s'écrit :

$$\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I} \quad \text{mais surtout} \quad \underline{I} = \underline{Y} \cdot \underline{U} \quad \text{A RETENIR POUR LDN}$$

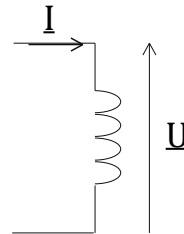


Générique



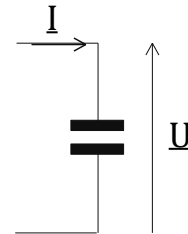
Résistance R

$$\underline{Z}_R = R$$



Inductance L

$$\underline{Z}_L = jL\omega$$



Condensateur C

$$\underline{Z}_C = \frac{1}{jC\omega}$$

R, L et C sont positifs ou nuls.

R est Ω ou $V.A^{-1}$ L est en H ou $V.s.A^{-1}$ C est en F ou $A.s.V^{-1}$.

En régime temporel quelconque, on obtient :

$u = Ri$ pour la résistance, $u = L \left(\frac{di}{dt} \right)$ pour l'inductance, $i = C \left(\frac{du}{dt} \right)$ pour le condensateur
 ce qui impose la continuité de $i(t)$ dans une bobine, la continuité de $u(t)$ pour un condensateur.

**Ces trois modélisations viennent des lois de l'électromagnétisme qu'on verra dans l'année :
 voir Fem2 pour R, Fem3 pour C et Fem7 pour L.**

3) Premières associations série ou parallèles.

Des générateurs idéaux de tension en série peuvent être remplacés par un unique générateur de tension dont la fem est la somme des fem partielles.

Des générateurs idéaux de courant en parallèle peuvent être remplacés par un unique générateur de courant dont le courant de court-circuit est la somme des courants de court-circuits partiels

Des impédances en série peuvent être remplacées par une unique impédance somme des impédances partielles.

Des admittances en parallèle peuvent être remplacées par une unique admittance somme des admittances partielles.

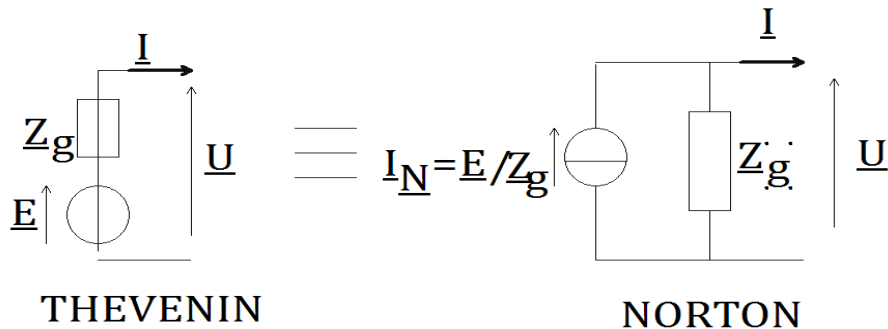
4) Générateur linéaire de tension.

Il arrive très souvent qu'un générateur se comporte, en convention générateur de la façon suivante:

$$\underline{U} = \underline{E} - \underline{Z}_g \cdot \underline{I}$$

Exemple : pile ($\underline{E} = E$ env le V, $\underline{Z}_g$ env 1Ω) ; batterie auto ($\underline{E} = E = 12V$, $\underline{Z}_g = 0,01\Omega$), GBF ($\underline{E}$ entre 0 et 10V en norme, $\underline{Z}_g = 50\Omega$).

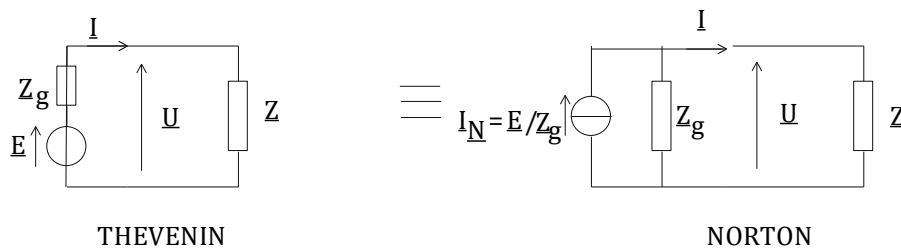
Vérifiez par vous-même qu'il y a deux façons équivalentes de représenter un tel comportement :



TRES IMPORTANT : LES DEUX STRUCTURES CI-DESSUS SONT INTERCHANGEABLES

5) Montage de base : un générateur linéaire alimente une impédance. PDT et PDC.

Selon la modélisation choisie, on obtient un des deux schémas :



LDM donne : $\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I} = \underline{E} - \underline{Z}_g \cdot \underline{I}$ ce qui donne $\underline{I} = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_g + \underline{Z}}$

Ce qui permet d'obtenir le Pont Diviseur de Tension PDT et le Pont Diviseur de Courant PDC :

$$PDT : \underline{U} = \frac{\underline{Z}}{\underline{Z} + \underline{Z}_g} \cdot \underline{E} \quad \text{et} \quad PDC : \underline{I} = \frac{\underline{Y}}{\underline{Y} + \underline{Y}_g} \cdot \underline{I}_N$$

IV) Notion de masse électrique.

Symbole de masse électrique :

et de mise à la terre :

Pour les montages électroniques, afin d'éviter les électrocutions, on impose que certains points électriques soient connectés entre eux pour créer une masse électrique, qui sera généralement relié à la terre. C'est le cas de vos montages de TP.

Pour des raisons de sécurité, certaines configurations seront impossibles à réaliser.

Pour certains montages, le dessin n'est pas complet et notamment certains points mis à la masse ne sont pas marqués. Il manque donc des branches à la masse :

ON NE PEUT GENERALEMENT PAS UTILISER LA LDN A LA MASSE

IV) La loi d'Ohm en termes de potentiel.

Dans certains ouvrages, on parle du théorème de Millmann, qui n'est plus au programme mais l'information n'est pas arrivée partout. Principe et utilisation sur les deux premières pages.

V) Passage en régime temporel quelconque.

Partons par exemple de la fonction de transfert suivante :

$$\frac{\underline{S}}{\underline{E}} = \frac{1}{1 - (RC\omega)^2 + 3jRC\omega}$$

On réécrit la relation précédente de façon à ne faire apparaître que des multiplications par $j\omega$, ce qui est en fait une dérivation temporelle :

$$\begin{aligned} (1 - (RC\omega)^2 + 3jRC\omega)\underline{S} &= \underline{E} \\ \underline{S} - (RC\omega)^2\underline{S} + 3jRC\omega\underline{S} &= \underline{E} \\ \underline{S} + (RC)^2(j\omega)^2\underline{S} + 3RC(j\omega)\underline{S} &= \underline{E} \end{aligned}$$

Puis passage en réel : $s(t) + (RC)^2\ddot{s}(t) + 3RC\dot{s}(t) = e(t)$

Réorganisation en vérifiant l'homogénéité :

$$\ddot{s}(t) + \frac{3}{RC}\dot{s}(t) + \frac{1}{(RC)^2}s(t) = \frac{1}{(RC)^2}e(t)$$

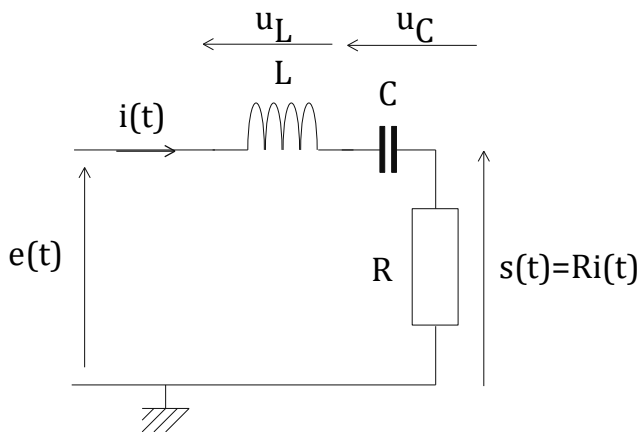
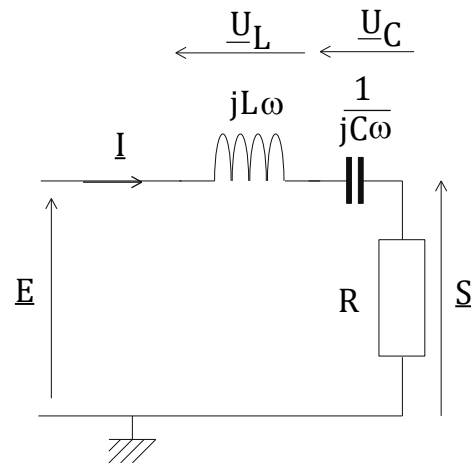
VI) Exemple de calcul en RSP : circuit RLC série.

Schéma électrique

Schéma électrique
en complexe

A $e(t) = E \cdot \cos(\omega t) = E \cdot \cos(\omega t + 0)$

on associe

$$\underline{E} = E e^{j0} = E$$

A $i(t) = I \cdot \cos(\omega t + \varphi)$

on associe

$$\underline{I} = I e^{j\varphi}$$

A $s(t) = Ri(t) = S \cdot \cos(\omega t + \varphi)$

on associe

$$\underline{S} = S e^{j\varphi}$$

**DANS LES CALCULS, AUCUN ANGLE N'APPARAÎT
UN ANGLE EST L'ARGUMENT D'UN NOMBRE COMPLEXE**

La LDM s'écrit :

$$\underline{E} = E = \underline{U}_L + \underline{U}_C + \underline{S} = \left(R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}\right)\underline{I}$$

Le PDT s'écrit

$$\underline{S} = \frac{R}{\left(R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}\right)} \underline{E} = \frac{R}{R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)} \underline{E}$$

Si nous voulons connaître l'amplitude S de s(t) :

$$S = \|\underline{S}\| = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} E$$

Si nous voulons connaître φ :

$$\varphi = \text{Arg}(\underline{S}) = -\text{Arg}\left(R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)\right) = -\text{Arctan}\left(\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}\right) = -\text{Arctan}\left(\frac{LC\omega^2 - 1}{RC\omega}\right)$$

Si, maintenant, on veut obtenir l'équation différentielle vérifiée par $s(t)$, on réécrit le PDT de façon à n'avoir que des multiplications par $j\omega$. cela donne :

$$\left(R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}\right)\underline{S} = RE \quad \text{puis} \quad jC\omega\left(R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}\right)\underline{S} = jC\omega RE$$

$$RCj\omega\underline{S} + LC(j\omega)^2\underline{S} + \underline{S} = CRj\omega E$$

Quand on repasse en reel : $j\omega\underline{S}$ devient $\dot{s}$, $(j\omega)^2\underline{S}$ devient $\ddot{s}$

$$RC\dot{s} + LC\ddot{s} + s = CR\dot{e}$$

Pour la mettre finalement sous la forme plus ou moins standard :

$$\ddot{s} + \frac{R}{L}\dot{s} + \frac{1}{LC}s = \frac{R}{L}\dot{e}$$

VII) Le filtre passe-bande et la résonnance d'intensité du circuit RLC.

ABSOLUMENT FONDAMENTAL.

A connaître absolument, éventuellement à savoir démontrer :

Soit la fonction de transfert suivante :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{S}}{\underline{E}} = \frac{H_o}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega}\right)} \quad \text{avec } \omega_o, Q \text{ réels positifs et } H_o \text{ réel}$$

Ceci est un filtre passe-bande d'ordre 2, de gain maximum $|H_o|$, obtenue à la pulsation de résonnance ω_o , de bande passante à -3dB : $\Delta\omega = \frac{\omega_o}{Q}$

Résonnance d'intensité du circuit RLC série à connaître absolument :

A la pulsation ω_o , l'amplitude du courant $i(t)$ (ou de la tension $u_R(t)$ aux bornes de la résistance) passe par un maximum et $e(t)$ et $u_R(t)$ sont en phase , phénomène très facile à voir à l'oscillo en mode XY.

VIII) Puissance électrique échangée.

1) Puissance instantanée et moyenne.

En convention récepteur sur un dipôle D, la grandeur $p(t) = u(t)i(t)$ est la puissance instantanée reçue par D. En convention générateur, $p(t)$ désigne la puissance fournie par D à l'extérieur.

PROP1 : on peut définir l'énergie stockée dans un condensateur $\frac{1}{2}Cu^2$ ou une bobine parfaite $\frac{1}{2}Li^2$.

En régime périodique de période T, on définit la puissance moyenne P (ou active) par :

$$P = \frac{1}{T} \int_{t_o}^{t_o+T} p(t) dt$$

PROP2 : la puissance reçue par un interrupteur est nulle.

PROP3 : en régime périodique, la puissance moyenne reçue par un condensateur ou une bobine parfaite est nulle.

2) Notion de valeur efficace en régime périodique.

Si D est une résistance R, $P = \frac{1}{T} \int_{t_o}^{t_o+T} p(t) dt = \frac{1}{R} \cdot \left\{ \frac{1}{T} \int_{t_o}^{t_o+T} u^2(t) dt \right\} = \frac{U_{eff}^2}{R}$

On définit donc : $U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_o}^{t_o+T} u^2(t) dt}$

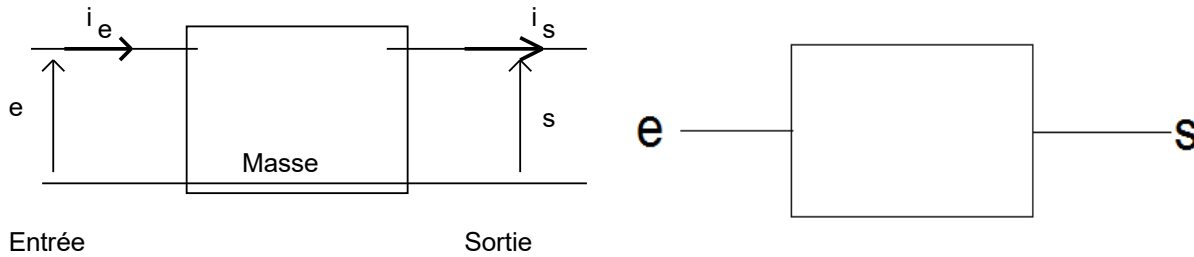
PROP4 : si $u(t)$ est sinusoïdal de pulsation $\omega = 2\pi/T$ et d'amplitude U : $U_{eff} = \frac{U}{\sqrt{2}}$

REM : le secteur 50Hz est équivalent à une source continue de valeur 220V.

U_{eff} se mesure grâce à un voltmètre TRMS (True Root Mean Square).

PSI2.Définitions générales sur les fonctions de transferts. Rappels de Sup.**Quadripôles.**

On appelle ainsi un circuit électrique ayant deux bornes d'entrée et deux bornes de sortie. D'une façon générale, une des bornes d'entrée et une des bornes de sortie sont en fait reliées à la masse. On a alors le schéma symbolique suivant ou sa généralisation sous forme de schéma-bloc:



Si le quadripôle ne contient que des composants passifs, il est dit passif.

Fonction de transfert à vide.

En régime sinusoïdal de pulsation ω , dans le cas où $i_s=0$, on arrive à exprimer directement s en fonction de e . On définit, en complexe, la fonction de transfert **à vide** du quadripôle par :

$$\underline{H}(j\omega) = H \cdot e^{j\varphi} = \frac{s}{e} \quad \text{avec } H \geq 0 \text{ gain en tension et } \varphi \text{ avance de phase de } s \text{ sur } e$$

Si on écrit $e(t)=E.\cos(\omega t)$, alors on aura $s(t)=HE.\cos(\omega t+\varphi)$

Amplitude de sortie = gain * amplitude d'entrée

Dans la majorité des cas, l'intervalle d'étude à la fois en fréquence et en gain est beaucoup trop important. Par exemple, pour le son, l'intervalle fréquentiel utile est [20Hz 20kHz] et l'oreille détecte des puissances surfaciques de 10^{-12}W.m^{-2} à 1W.m^{-2} (seuil de douleur). Si on veut à la fois voir les HF et BF, voir les faibles niveaux et forts niveaux, il faut modifier les représentations graphiques.

Gain en dB. $H_{dB} = 20.\log(|H|)$.

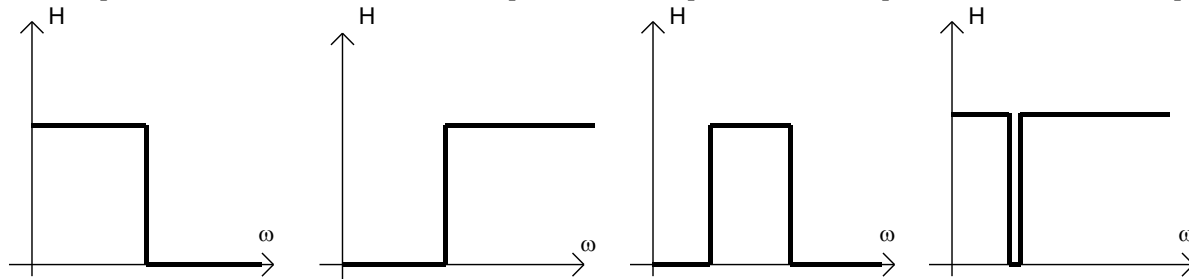
$\log$ est le logarithme de base 10.

Diagramme de Bode. Ensemble des deux courbes H_{dB} et φ en fonction de $x=\log(\omega)$. Le continu est rejeté en $-\infty$.

Pulsation de coupure à -3dB et bande passante.

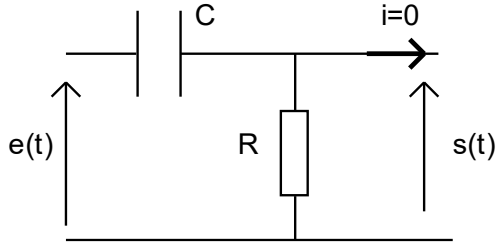
Soit H_{max} le maximum de H . Une pulsation de coupure à -3dB est une pulsation pour laquelle H est égal à $H_{max}/\sqrt{2}$. On vérifie aisément $20\log(1/\sqrt{2}) \approx -3$. La bande passante à -3dB est l'intervalle de pulsations ou de fréquences pour lequel $H > H_{max}/\sqrt{2}$.

Exemples de filtres parfaits. Un filtre est un quadripôle qui laisse passer certaines fréquences et en bloque d'autres. Reconnaître le passe-bas, le passe-haut, le passe-bande et le coupe-bande :



Ces filtres parfaits n'existent pas.

Schéma-bloc quelconque : on généralise ces définitions à un schéma-bloc quelconque. La contrainte $i_s=0$ n'a évidemment plus de sens et la fonction de transfert peut être dimensionnée.

PSI2.Exemple de filtre passe-haut d'ordre 1: le filtre CR.**1)Présentation et fonction de transfert.**

En régime sinusoïdal de pulsation ω , on associe les amplitudes complexes $\underline{E}$ et $\underline{S}$ à $e(t)$ et $s(t)$. Comme le courant de sortie est nul, on a un PDT. On obtient :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{S}}{\underline{E}} = \frac{j \frac{\omega}{\omega_o}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_o}} \quad \text{avec } \omega_o = \frac{1}{RC}$$

Vérification : la formule ci-dessus donne $H(\omega=0)=0$ et $H(\omega \rightarrow +\infty)=1$, ce qui correspond à un filtre passe-haut, ce qui est compatible avec les modèles BF et HF du fonctionnement du condensateur.

En BF, l'impédance de C tend vers l'infini, donc C est équivalent à un interrupteur ouvert, donc le courant circulant dans R est nul, donc $s=0$.

En HF, l'impédance de C tend vers 0, donc C est équivalent à un interrupteur fermé, donc $s=e$.

2)Gain maximal et fréquence de coupure.

La norme du numérateur est plus petite que celle du dénominateur donc $H < 1$. On remarque de plus que H tend vers 1 si ω tend vers l'infini. Donc $H_{\max}=1$.

La pulsation de coupure à -3dB vérifie alors $H(\omega_c) = H_{\max} / \sqrt{2}$ et on obtient $\omega_c = \omega_o$.

3)Formes asymptotiques.

Si $\omega \ll \omega_o$ alors $\underline{H} \approx j(\omega/\omega_o)$ donc $\varphi = \text{Arg}(\underline{H}) \approx \pi/2$ et $H_{\text{dB}} \approx 20 \log(\omega/\omega_o)$

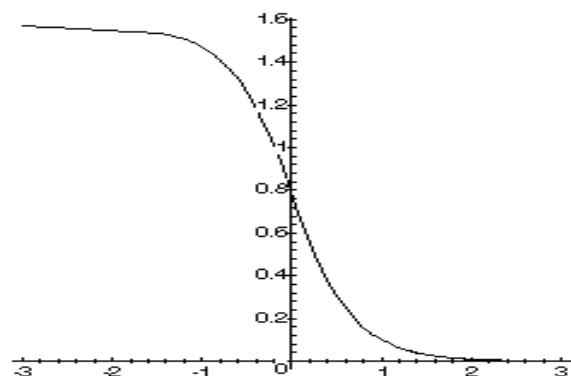
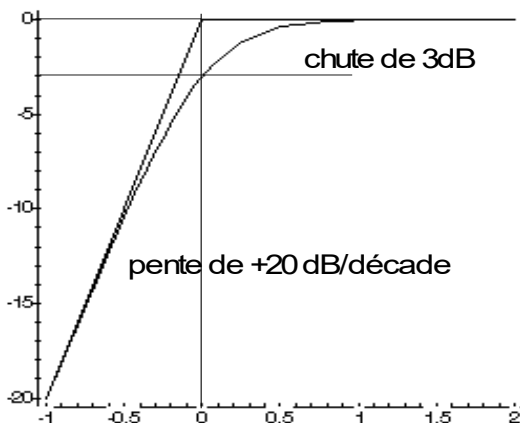
H_{dB} en fonction de $\log(\omega/\omega_o)$ est une droite de pente +20 passant par l'origine

Si $\omega \gg \omega_o$ alors $\underline{H} \approx 1$ donc $\varphi \approx 0$ et $H_{\text{dB}} \approx 0$

Asymptote horizontale

4)Diagramme de Bode.

La courbe de gauche représente H_{dB} en fonction de $\log(\omega/\omega_o)$ avec les deux asymptotes. La courbe de droite représente $\varphi = \text{arg}(\underline{H})$ en fonction de $\log(\omega/\omega_o)$

**5)Caractère dérivateur ou intégrateur des filtres RC.**

Se souvenir :

En BF, le filtre passe-haut CR est dérivateur

EN HF, le filtre passe-bas RC est intégrateur

psi2. Diagrammes de Bode des filtres du second ordre. $2Qm=1$.

En abscisse $\log(x)$ avec $x=\omega/\omega_0$.

En ordonnée : $H_{dB}=20\log(|H|)$ pour la courbe de gauche et $\varphi=\arg(H)$ pour la courbe de droite

Noter :

a) le comportement de plus en plus violent quand le facteur de qualité Q augmente. Un bon filtre demande donc une valeur élevée de Q .

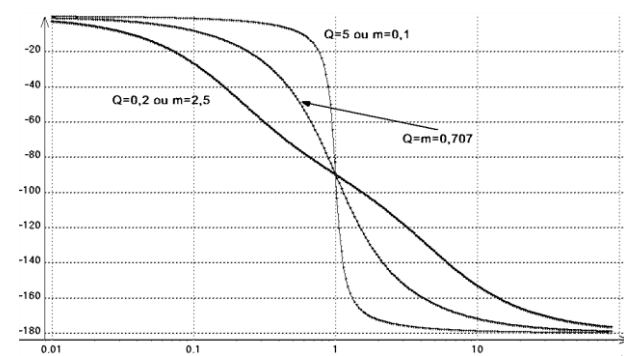
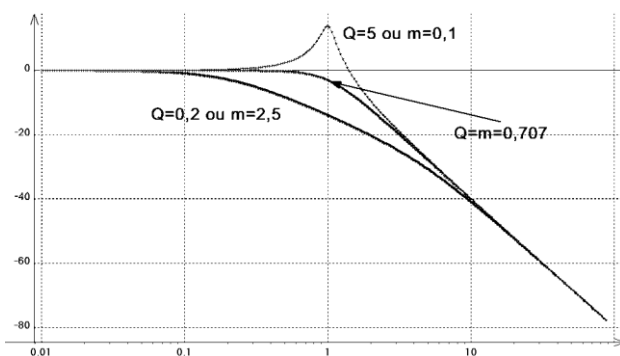
b) une résonance au voisinage de $x=1$ pour les filtres passe-bas et passe-haut si :

$$Q > \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ ou } m < \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

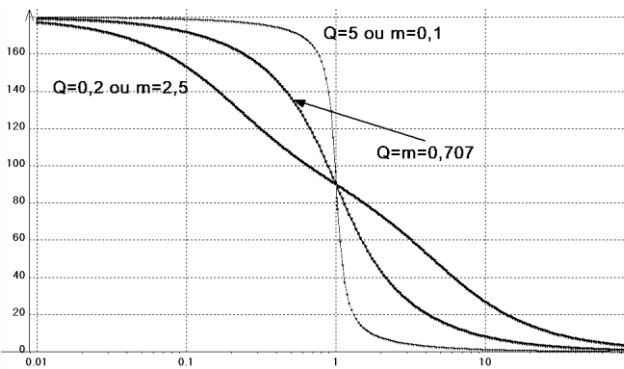
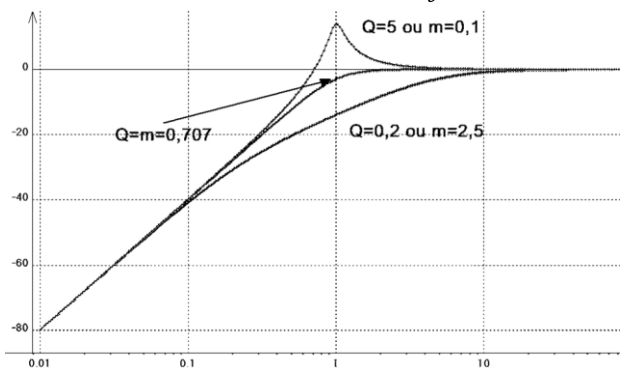
c) l'aspect linéaire des bandes atténuées et les valeurs des pentes.

d) le comportement intermédiaire des filtres passe-bas et passe-haut pour Q faible.

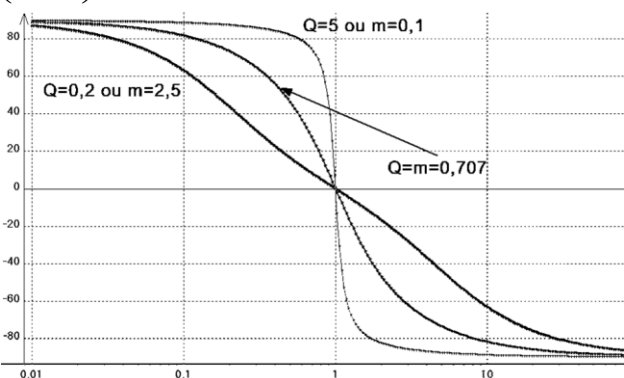
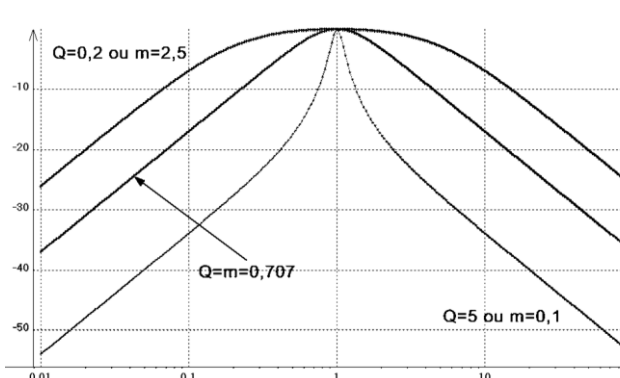
Filtre passe-bas. $\underline{H} = \frac{H_o}{1-x^2+j2mx} = \frac{H_o}{1-x^2+j\frac{x}{Q}}$. Ici $H_0=1$.



Filtre passe-haut. $\underline{H} = \frac{H_o(-x^2)}{1-x^2+j2mx}$. Ici $H_0=1$.



Filtre passe-bande. $\underline{H} = \frac{H_o(2jmx)}{1-x^2+j2mx} = \frac{H_o}{1+jQ\left(x-\frac{1}{x}\right)}$. Ici $H_0=1$.



DERIVATEUR

INTEGRATEUR

Fabrication des filtres d'ordre 2. Exemples.

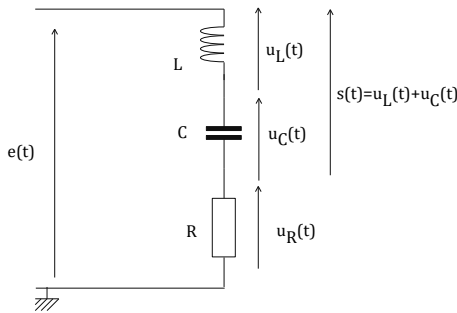
Condensateur $Z_C = \frac{1}{jC\omega}$:

si la fréquence tend vers 0, l'impédance tend vers l'infini soit interrupteur ouvert.
si la fréquence tend vers l'infini, l'impédance tend vers 0 soit interrupteur fermé.

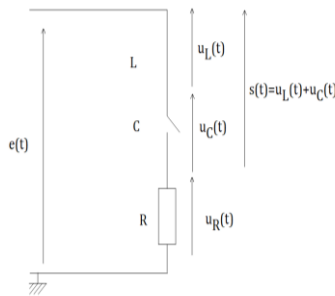
Inductance $Z_L = jL\omega$:

inverse du condensateur.

Prenons maintenant le circuit RLC série et ses modèles BF et HF :



Basses Fréquences

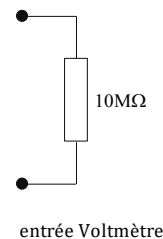
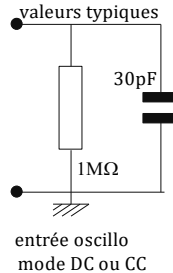
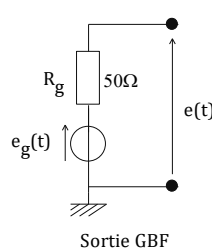


Hautes Fréquences

En HF et BF, le circuit est ouvert et le courant est nul.

On obtient les quatre filtres usuels :

	BF	HF	Filtre
u_L	0	$e(t)$	Passe haut
u_C	$e(t)$	0	Passe bas
u_R	0	0	Passe bande
s	$e(t)$	$e(t)$	Coupe-bande

Notion d'impédance de sortie ou d'entrée :

Un Voltmètre est équivalent à une résistance typique $R_{Vm} = 10M\Omega$. On parlera alors de sa résistance d'entrée.

Un Ampèremètre a une résistance d'entrée typique $R_{Am} \approx 1$ à 100Ω . C'est un instrument fragile, protégé par un fusible. A éviter si possible.

Un oscilloscope a une impédance d'entrée assimilable à une résistance $R_{osc} \approx 1M\Omega$ en parallèle avec une capacité $C_{osc} \approx 20nF$. Lire la façade de l'oscillo. Par défaut, l'oscilloscope est toujours branché sur un montage, la voie 1 sur l'entrée, la voie 2 sur la sortie. Si vous ne le faites pas, c'est que vous avez au moins une raison de ne pas le faire.

Un GBF usuel est équivalent à un générateur de tension parfait en série avec une résistance $R_g = 50\Omega$. Valeur commune à tous les GBF. Vérifier sur la façade du GBF. On parlera de résistance de sortie du GBF.

Pour pouvoir considérer nos instruments de laboratoire comme parfaits, il faudra donc utiliser des résistances grandes devant 50Ω mais petites devant $1M\Omega$.