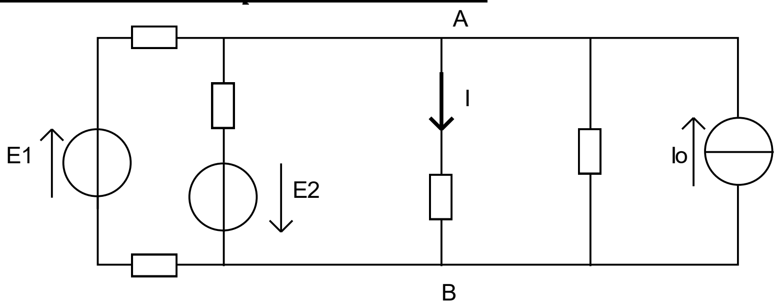
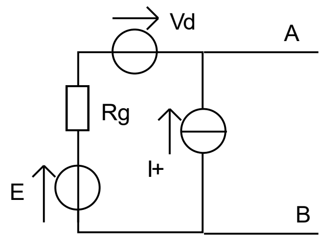
PSI2. Exercices d'électrocinétique Sup.

A.Régimes continus et transitoires.

Exercice A1. Manipulation de base.





0) Vérifier l'équivalence Thevenin-Norton affirmée (hors-programme) dans le rappel de cours.

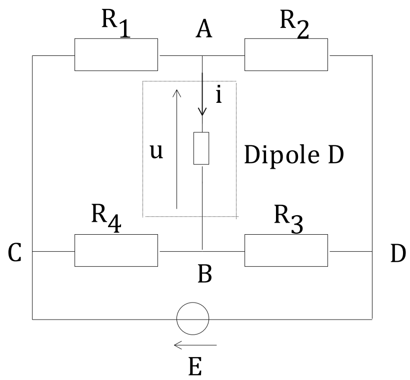
1)<u>Circuit de gauche</u>, où toutes les résistances valent R.

Redessiner le schéma en plaçant la branche AB totalement à droite. On obtient donc un circuit linéaire CL alimentant la branche AB.

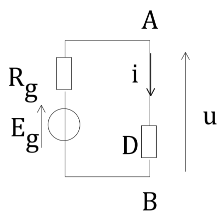
En utilisant l'analogie Th-N et en faisant des dessins, transformer CL en un générateur linéaire unique (E_{th},R_{th}) ou (I_{cc},R). Obtenir alors $I = \frac{1}{7R}\left(E_1 - 2E_2 + 2RI_o\right)$

2)<u>Circuit de droite.</u> En utilisant cette même analogie, montrer que ce circuit, vu des points A et B est un générateur linéaire ($E+V_d+R_gI^+$, R_g).

Exercice A2. Le pont de Wheatstone A MAITRISER.



Pont de Wheatstone



Thevenin

Ce type de pont est incontournable quand on cherche à obtenir la plus grande précision expérimentale possible. On supposera E>0.

Le circuit ci-dessus à gauche représente un pont de Wheatstone (D ne fait pas partie du pont), constitué d'un générateur de tension et quatre résistances R_1 à R_4 . Les points A et B sont les points d'entrée-sortie du pont. On peut éventuellement, comme sur le dessin mettre un dipôle D entre A et B. D est un dipôle absolument quelconque, et n'a aucune raison d'être une résistance.

1)Nous allons montrer que le pont de Wheatstone peut être remplacé par sa modélisation de Thevenin.

1a)Aux points A, B, C, D on associe les potentiels électriques V_A à V_D. A-t-on le droit de décider V_D=0 ? Si oui, combien vaut alors V_C ?

1b)Appliquer maintenant la LDN en termes de potentiel aux point A puis B.

1c)Montrer alors $u=E_g-R_gi$, On fera apparaître $R_2R_4-R_1R_3$ dans l'expression de E_g. Commenter de la façon la plus complète possible la formule obtenue.

2)Si D est un dipôle passif , que peut-on dire des signes de u et de i ? Indiquer le sens du courant selon le signe de $R_2R_4-R_1R_3$. Donc si i=0 , alors ...

3)Je fais une expérience avec $R_3=10R_4=10k\Omega$, R_2 une résistance de précision ajustable, R_1 inconnue. D est un détecteur de courant qui m'indique seulement le sens réel du courant. J'observe le changement de sens du courant quand je franchis la frontière $R_2=120\ \Omega$.
Puis-je évaluer R_1 ?

4)En RSP(ω) avec quatre impédances Z_1 à Z_4, qu'est-ce qui change dans les questions 1 et 2 ?

<u>Exercice A3. Puissance maximale de sortie d'un générateur linéaire.</u>

On considère un générateur linéaire continu (E,R_g) alimentant un dipôle D passif non spécifié. On note i le courant de sortie du générateur, et u sa tension de sortie en convention générateur.

1)Exprimer la puissance P_g fournie par le générateur au dipôle D.

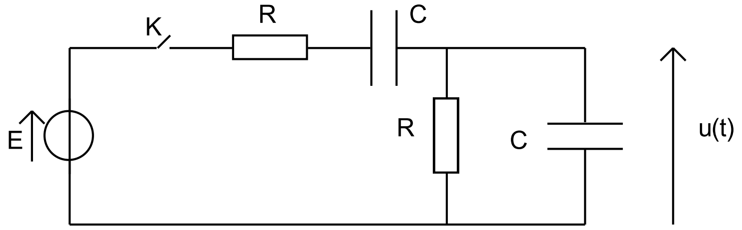
2)Exprimer P_g en fonction de u et de R. Quel est l'intervalle de définition de u ?

3)Montrer maintenant que la puissance maximale que peut fournir le générateur est $P_{max} = \frac{E^2}{4R}$. Quelle est alors la valeur correspondante de u ? Quelle est la résistance équivalente du dipôle D ?

4)D'un point de vue énergétique, quel est l'intérêt du générateur de tension parfait ?

5)Expliquer pourquoi un assemblage de huit piles salines de (1,5V ;1Ω) en série ne pourra pas remplacer la batterie (12V ;0,01Ω) d'une automobile.

<u>Exercice A4.</u>



E désigne un générateur de tension continue et on note i(t) le courant fourni par le générateur au circuit.
On donne R=1kΩ et C=1μF
Pour t<0, K est ouvert, tous les courants et charges sont nuls. A t= 0, on ferme K.

1)Juste après la fermeture, soit donc quand $t \to 0^+$:
Quels sont les valeurs de u et i ? comment se sépare le courant au niveau du dipole RC parallèle. En déduire alors $\dot{u}(0^+)$.
A ce moment, à quel dipôle est équivalent un condensateur ?

2)Reprendre la question précédente une fois le régime permanent continu établi .

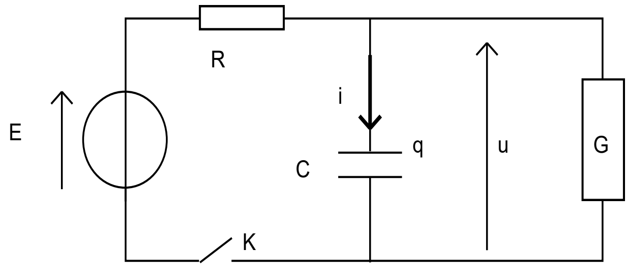
3)Evaluer rapidement l'ordre de grandeur numérique de la durée du régime transitoire.

4)Pour obtenir l'équation différentielle vérifiée par u(t), on va passer par le régime permanent sinusoïdal. Obtenir alors l'équation différentielle.
On utilisera ω_0 telle que $RC\omega_0=1$.

5)a-t-on suffisamment d'informations pour résoudre complètement l'équation différentielle?
Ecrire la solution sans résoudre les constantes d'intégration et donner l'allure graphique de u(t).

Exercice A5.

On place en série un générateur parfait de tension E=100V, un interrupteur ouvert K, une résistance R=100kΩ, un condensateur de capacité C=10μF . En parallèle sur C, on a placé un tube à gaz selon le schéma suivant :



G se comporte comme une résistance infinie jusqu'à sa tension d'allumage E_a=80V. Dès que le tube est allumé, il se comporte comme une résistance R' tant que sa tension reste supérieure à sa tension d'extinction E_e=60V.

D'un point de vue numérique , l'association parallèle de R et de R' donne une résistance équivalente R_e=10kΩ.

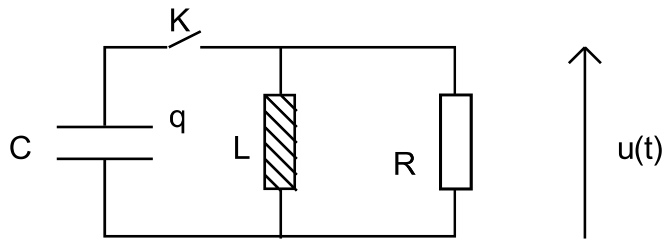
Initialement, C est déchargé et, à t=0, on ferme K.

1)On suppose G éteint. Donner rapidement l'allure de l'évolution de u(t) avec sa constante de temps τ associée. G va-t-il s'allumer ? AN : calculer τ.

2)G est maintenant allumé. Montrer simplement qu'on peut revenir à un circuit à une seule maille en utilisant des équivalents Thevenin Norton. En déduire alors l'évolution de u(t). On fera apparaître une constante de temps τ' et une tension limite dont on donnera les valeurs numériques. Justifier que la lampe va s'éteindre à un instant t_2 qu'on ne cherchera pas à calculer.

3)Après l'instant t_2, expliquer qualitativement ce qui va se passer. Tracer le graphe de u(t) en respectant les valeurs relatives des différentes constantes de temps.

Exercice A6.



Initialement K est ouvert et $q=q_0$, et tous les courants sont nuls. A t=0, on ferme K.

On donne : L=0.1H C=0.1μF R=100Ω et on définit : $\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ *et* $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$

0)Calculer les valeurs numériques de ω_0 et Q.

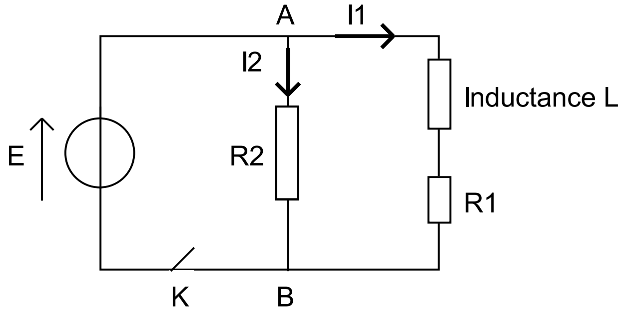
1)Définir les courants circulant dans chaque branche. Quelles sont les valeurs de toutes les grandeurs électriques juste après la fermeture de K? au bout d'un temps infini ?

2)On souhaite obtenir l'équation différentielle vérifiée par u(t) pour t>0. Justifier l'utilisation du régime permanent sinusoïdal , de la notation complexe et de la loi des nœuds en termes de potentiel pour obtenir cette équation. Montrer qu'on obtient :

$$\ddot{u} + Q\omega_o\dot{u} + \omega_o^2 u = 0$$

3)Donner la forme graphique de u(t) sans résoudre complètement l'équation différentielle.

Exercice A7. Une application importante des bobines.



1)A l'instant t=0, on ferme l'interrupteur K. Calculer les courants I_1 et I_2 pour $t \to 0^+$ et pour $t \to +\infty$. AN : E=6V ; $R_1=2\Omega$; $R_2=20\Omega$; L=1H.

2)L'interrupteur K ayant été fermé depuis très longtemps, on l'ouvre à t=0.

a)Etablir l'expression littérale, en fonction du temps, de l'intensité du courant circulant dans la bobine.

b)Comparer I_2 et $u_2=R_2i_2$ juste avant et juste après l'ouverture de K.

c)A la place de R_2, on place une lampe à incandescence de résistance sensiblement égale à R_2 et d'intensité nominale de l'ordre de 3A. Qu'observe-t-on à l'ouverture de K ? Quel phénomène est mis en évidence ?

3)PLUS DIFFICILE. On remplace le générateur idéal E par un générateur imparfait de force électromotrice E=25V et de résistance interne $r=5\Omega$.

a)K étant initialement ouvert, calculer numériquement I_1 et I_2 juste après sa fermeture.

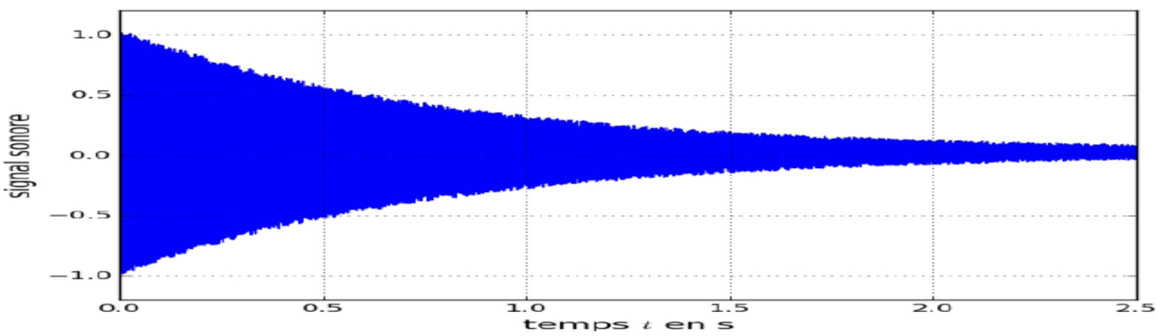
b)K est maintenant fermé depuis très longtemps, on l'ouvre brusquement. Calculer I_1 et I_2 juste avant et après l'ouverture.

Exercice A8. Evaluation d'un facteur de qualité.

Une guimbarde est instrument de musique constitué d'une lame de métal que le musicien fait vibrer devant sa bouche ouverte. La figure suivante est l'enregistrement du son produit par la guimbarde, de fréquence 200Hz, notée s(t) et obéissant à l'équation différentielle :

$$\boxed{\ddot{s} + \frac{\omega_o}{Q}\dot{s} + \omega_o^2 s = 0 \quad avec\ \omega_o\ et\ Q\ réels\ positifs}$$

Quelle est approximativement la valeur de Q ? A quelles interactions reliez-vous ω_o et Q ?



Exercice A9.

Expérience : un condensateur de TP de capacité C=100nF , une fois chargé, et laissé non connecté pendant 1h ne voit aucune variation de la tension à ses bornes.

Si on le laisse branché sur un voltmètre usuel de TP, la tension à ses bornes s'écroule avec le temps caractéristique τ=0,1s.

Rappeler la structure d'un condensateur plan et d'une bobine.
Justifier que le condensateur idéal et la bobine idéale n'existent pas.
Comment va-t-on tenir compte des performances des dipôles réels ?
Donner des ordres de grandeurs.

Exercice A10. *On dit souvent qu'une bobine s'oppose aux variations du courant la traversant. En comparant les caractéristiques courant-tension d'une bobine et d'un condensateur, quelle serait une propriété du condensateur ?*

B.Régime sinusoïdal permanent.

Exercice B1. *Que pensez-vous de la phrase suivante ?*

j est le nombre complexe vérifiant $j^2 = -1$

Exercice B2. *Donner les fonctions complexes et amplitude complexes associées à :*

$$E.cos(\omega t)\ ; \quad E.sin(\omega t) \quad ; \quad E.cos(\omega t) + E.sin(\omega t)$$

Exercice B3. *Soit x(t) fonction réelle solution de* $\ddot{x} + 2\lambda\omega_o\dot{x} + \omega_o^2 x = \omega_o^2 E.sin(\omega t)$ *où* $\lambda < 1$, E *et* ω_o *sont des constantes réelles positives non nulles.*

1)Le cours de maths dit que l'ensemble des solutions de l'équation homogène (E=0 , régime libre en physique) est un espace vectoriel de dimension 2.

Justifier qu'on cherche une solution sous la forme $x(t) = A.exp(rt)$ *ou* r *est un nombre éventuellement complexe.*

Dans le cas choisi , il est effectivement complexe. Résoudre.

En déduire toutes les solutions de l'équation homogène et tracer la forme graphique d'une solution. Relier la forme graphique à $Re(r)$ *et* $Im(r)$*.*

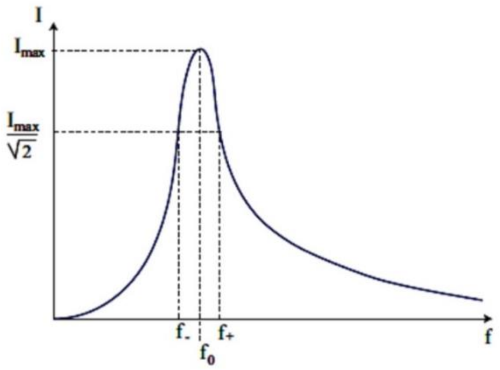
2)On cherche une solution particulière de x(t) sous la forme :

$$x(t) = A.cos(\omega t) + B.sin(\omega t)$$

où A et B sont des constantes réelles. Montrer qu'il y a un couple solution et un seul.
Calculer les valeurs de A et de B est cependant un peu compliqué…

3)En utilisant la notation complexe, obtenir la solution particulière.

Exercice B4. Ici, il faut bien connaître les caractéristiques de la résonnance d'intensité.



L'étude expérimentale de la résonnance en intensité d'un circuit RLC série en régime sinusoïdal permanent avec un GBF délivrant une tension sinusoïdale d'amplitude E=10V et de fréquence f ajustable a permis d'obtenir la courbe ci-dessus où I est la valeur efficace du courant en fonction de la fréquence.

On donne : I_{max}*=100mA* f_o*=500Hz* $\Delta f = f_+ - f_-$*=100Hz*

Déterminer les valeurs de R, L et C.

Exercice B5.

Soit un circuit RLC série. On définit la tension à l'entrée de ce circuit $u(t)=U\cos(\omega t)$ et le courant le traversant en convention récepteur $i(t)=I\cos(\omega t+\varphi)$

Calculer I et φ.

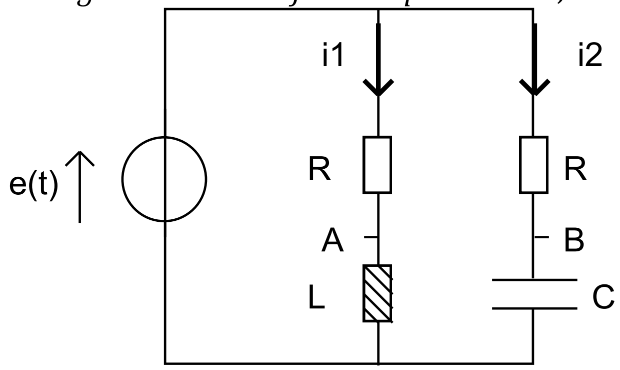
On remplace maintenant cos par sin. Les expressions de I et de φ sont-elles les mêmes ?

En RSP(ω), peut-on indifféremment utiliser cos ou sin ? Quelles précautions doit-on prendre ?

Dessiner les formes graphiques comparées de u(t) et i(t) selon que $f<f_0$ ou l'inverse.

Exercice B6. Etude d'un circuit déphaseur.

En régime sinusoïdal forcé de pulsation ω, on considère le circuit suivant :



On pose $e(t)=E\cos(\omega t)$; $i_1(t)= I_1 \cos(\omega t+\varphi_1)$; $i_2(t)= I_2 \cos(\omega t+\varphi_2)$.

1)Comment peut-on noter les amplitudes complexes associées à e, i_1, i_2 ?

2)Calculer les amplitudes complexes associées à i_1 et i_2. Exprimer alors I_1 et I_2. Que peut-on dire des phases φ_1 et φ_2 ? Exprimer alors leurs tangentes.

3)Vérifier que i_1 et i_2 en quadrature correspond à $\tan(\varphi_1).\tan(\varphi_2)=-1$ .Quelle relation doit-il y avoir entre R,L et C pour que, quelle que soit la pulsation, i_1 et i_2 soient toujours en quadrature ?

4)La condition précédente étant réalisée, exprimer alors $\underline{U}_{AB}$? Que remarque-t-on ?

Exercice B7. Résonance d'un circuit RLC série. A faire avec Regressi par exemple…

On considère un circuit série constitué d'une résistance $R=10\Omega$, d'une inductance réelle (L,r) et d'un condensateur C. Ce circuit est alimenté par un générateur de tension parfait de fréquence f variable et d'amplitude constante E=5,66V.

On mesure l'amplitude du courant I circulant dans le circuit en fonction de f :

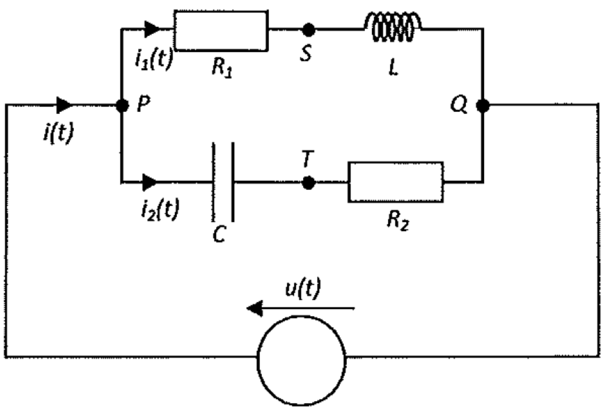
f(Hz)	50	80	90	100	105	110
I (mA)	75	190	270	390	470	510
f(Hz)	112	115	120	130	150	200
I (mA)	514	500	450	330	200	110

1)Tracer I en fonction de f. Mesurer les fréquences de résonance et de coupure à -3dB. En déduire le facteur de qualité du circuit.

2)Que se passe-t-il à la résonance ? En déduire r.

3)Calculer L et C.

Exercice B8.



On se place en RSP de fréquence f=50Hz et de pulsation ω.
L'amplitude complexe $\underline{U}$ de la tension u(t) est $\underline{U}$=U=250V.
$R_1=100\Omega$; $R_2=150\Omega$; $L\omega=75\Omega$; $1/(C\omega)=200\Omega$.
A la branche k parcourue par i_k on associe l'impédance $\underline{Z}_k$.

0)Proposer une écriture de u(t).

1)On calcule la première impédance sous forme polaire et on obtient :

a)$\underline{Z}_1 = 125.exp(j0{,}64)\,\Omega$ b)$\underline{Z}_1 = 250.exp(-j0{,}92)\,\Omega$
c)$\underline{Z}_1 = 175.exp(j\pi/2)\,\Omega$ d)$\underline{Z}_1 = 225.exp(j0{,}64)\,\Omega$

2)On calcule la seconde impédance sous forme polaire et on obtient :

a)$\underline{Z}_2 = 125.exp(j0{,}64)\,\Omega$ b)$\underline{Z}_2 = 250.exp(-j0{,}92)\,\Omega$
c)$\underline{Z}_2 = 175.exp(-j\pi/2)\,\Omega$ d)$\underline{Z}_2 = 225.exp(j0{,}64)\,\Omega$

3)L'intensité complexe est donc :

a)$\underline{I} = 2.exp(-j0{,}64)\,A$ b)$\underline{I} = 1.exp(j0{,}93)\,A$
c)$\underline{I} = 0\,A$ d)$\underline{I} = 2{,}23.exp(-j0{,}17)\,A$

En déduire une écriture de i(t)

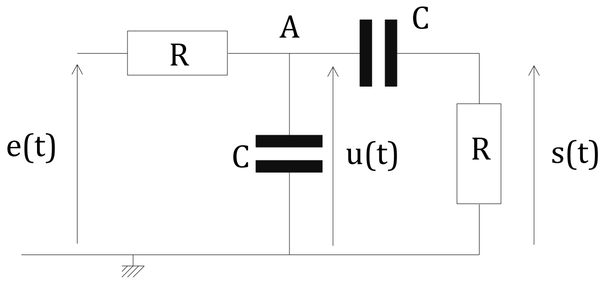
4)Calculer les deux tensions $\underline{U}_{SQ}$ et $\underline{U}_{TQ}$ en fonction de U en utilisant des PDT.

5)La tension complexe $\underline{U}_{ST}$ est donc :

a)$\underline{U}_{ST} = 2.exp(-0{,}64j)\,V$ b)$\underline{U}_{ST} = 1.exp(j0{,}93j)\,V$
c)$\underline{U}_{ST} = 0\,V$ d)$\underline{U}_{ST} = 2{,}23.exp(-0{,}17j)\,V$

Proposer une écriture de $u_{ST}(t)$.

A)Filtre RCCR, pour vous entraîner. Vous devez savoir conduire les calculs.



On se place en RSP de pulsation ω et on garde la notation complexe. On s'intéresse à la fonction de transfert $\underline{H} = \frac{\underline{S}}{\underline{E}}$.

1)a)A l'aide d'un PDT et de la LDN en terme de potentiel, mettre la fonction de transfert sous la forme :

$$\underline{H} = \frac{H_o}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega}\right)} \quad avec\ H_o, Q\ et\ \omega_o\ \ grandeurs\ \text{à}\ \text{dé}finir$$

b)Une telle forme a déjà été vue quelque part. Où ? Interpréter alors les grandeurs H_o, ω_o et Q.
c)Quelle est la nature de la filtration effectuée ? Vérifier avec les modèles BF et HF du condensateur. Quelle serait la forme de la réponse indicielle ?

d)Montrer que l'équation différentielle liant s à e en régime quelconque est :

$$\ddot{s} + \frac{\omega_o}{Q}\dot{s} + \omega_o^2 s \ = \ \frac{H_o\omega_o}{Q}\dot{e}$$

2)On permute la résistance et le condensateur sur la droite du schéma de façon à obtenir un filtre passe-bas.

a)Montrer que la fonction de transfert devient : $\boxed{\underline{H} = He^{j\phi} = \frac{\underline{S}}{\underline{E}} = \frac{1}{1-x^2+3jx}}$ *avec $x=\omega/\omega_o$ et que la pulsation de coupure de -3dB est* $\omega_c = \sqrt{\frac{\sqrt{53}-7}{2}}\,\omega_o \approx 0{,}37\omega_o$.

b)Vérifier que l'équation différentielle vérifiée par s(t) en régime quelconque est :

$$\ddot{s} + 3\omega_o\dot{s} + \omega_o^2 s \ = \ \omega_o^2 e$$

3)A partir du premier schéma, on construit le filtre passe-haut en permutant la résistance et le condensateur de gauche.
Montrer que la fonction de transfert devient $\boxed{\underline{H} = He^{j\phi} = \frac{\underline{S}}{\underline{E}} = \frac{x^2}{x^2-1-3jx}}$ *avec $x=\omega/\omega_o$ et que la pulsation de coupure à -3dB est :* $\omega_c = \sqrt{\frac{7+\sqrt{53}}{2}}\,\omega_o \approx 2{,}67\omega_o$.
Vérifier aussi que l'équation différentielle en régime quelconque est : $\ddot{s} + 3\omega_o\dot{s} + \omega_o^2 s \ = \ \omega_o^2\ddot{e}$

B)*On considère un filtre dont la fonction de transfert complexe $\underline{H}$, en fonction de la fréquence du signal d'entrée s'écrit : $\underline{H} = \frac{1}{1+jQ\left(\frac{f}{f_o}-\frac{f_o}{f}\right)}$ avec f_o=1000 Hz et Q=100.*

1)Reconnaître cette fonction et en déduire les propriétés intéressantes du filtre. Tracer le diagramme de Bode (formes asymtotiques BF puis HF).

2)Le signal d'entrée est sinusoïdal de fréquence f_o et d'amplitude 1V. Combien vaut le signal de sortie ?

3)Le signal d'entrée est sinusoïdal de fréquence $f=2f_o$ et d'amplitude 1V. Caractériser le signal de sortie.

4)Le signal d'entrée vaut $e(t)=1.\cos(2\pi f_o t)+1.\cos(4\pi f_o t)$ V.

a)Que peut-on dire de cette fonction e(t) ?

b)Caractériser le signal de sortie sans calcul supplémentaire.

5)Le signal d'entrée est un signal carré de fréquence f=200 Hz. Quelle est la nature du signal de sortie ? Dessiner les deux signaux sur un même graphe.

6)Même question si le signal carré est de fréquence 500 Hz.

C)*1)On considère un filtre RC passe-bas. On note $\omega_0=1/RC$. Présenter sa structure, calculer sa fonction de transfert $\underline{H}_1$ en régime sinusoïdal de pulsation ω.*

2)On considère maintenant deux filtres RC passe-bas identiques en cascade. Faire le schéma et expliquer pourquoi la fonction de transfert globale n'est pas $(\underline{H}_1)^2$.

3)On suppose qu'on arrive à modifier le montage pour que la fonction de transfert soit $\underline{H}=(\underline{H}_1)^2$.

a)Quelle est la valeur maximale du gain noté H_{max} ?

b)Calculer la pulsation de coupure à -3dB.

D) *On prend le filtre passe-bas d'ordre deux dont la fonction de transfert normalisée peut s'écrire $\underline{H}(jx) = \frac{H_0}{1-x^2+j2mx}$, où x est une pulsation réduite. Montrer que, pour $m < \frac{1}{\sqrt{2}}$, H_{dB} passe par un maximum pour $x_r = \sqrt{1-2m^2}$. Pour m faible devant 1, évaluer H_{dbMax}.*

F)*A partir du circuit RLC série, on fabrique le filtre coupe-bande en récupérant en sortie la tension s(t) aux borne du dipôle (LC série).*

1)Calculer la fonction de transfert complexe en régime sinusoïdal permanent de pulsation ω.La forme finale sera :

$\underline{H} = \frac{1}{1+j\frac{1}{Q}\left(\frac{x}{1-x^2}\right)} = \frac{1}{1+jf(x)}$ *avec : $\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ $x=\omega/\omega_o$ et Q=Q(R,L,C) à définir.*

2)Déterminer la valeur maximale du gain, noté H_{max} et déterminer les pulsations de coupure à -3dB, ainsi que la largeur de la bande coupée en fonction de Q et de ω_o. Quelle est l'allure du gain en fonction de la pulsation ?

3)On souhaite parfois fabriquer un filtre coupe-bande centrée sur la fréquence f_o=50Hz. Quelle pourrait en être la raison ?

Pour Q=10, on prend R=4,7kΩ. Quelles valeurs faut-il donner à C et L ? Conclusion.

4)Le circuit RLC série précédent est maintenant à un générateur parfait de tension E via un interrupteur K. K est initialement ouvert, tous les courants et charges sont nuls. A t=0, on ferme K.

a)En utilisant les propriétés de L et C, calculer pour $t\to 0^+$, les valeurs de s et (ds/dt).

b)A partir de la fonction de transfert de la question 1, montrer que l'équation différentielle vérifiées par s(t) pour t>0 est : $\ddot{s} + \frac{\omega_o}{Q}\dot{s} + \omega_o^2 s = \omega_o^2 E$.

c)résoudre complètement s(t) dans le cas du régime critique et tracer la forme graphique de s(t). Interpréter cette forme d'un point de vue fréquentiel.

G)Filtre d'ordre 3.

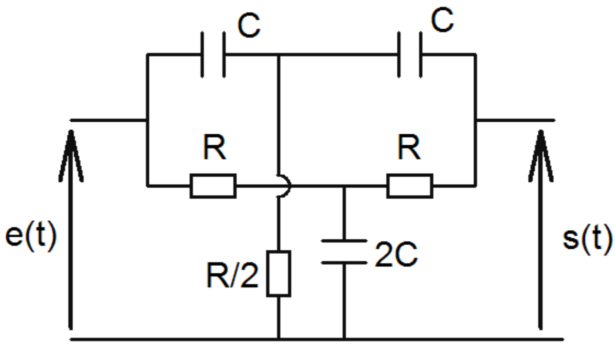
Un filtre passe-bas est alimenté par une source de tension e(t) sinusoïdale de pulsation ω. On récupère s(t) à la sortie du filtre. On souhaite que le gain en tension (ou norme de la fonction de transfert complexe) prenne la forme suivante: $H = |\underline{H}| = \left(1+\left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^6\right)^{-1/2}$ *où ω_o est une pulsation caractéristique du filtre. On obtient alors un filtre de Butterworth du troisième ordre.*

1)Quelle est la valeur maximale du gain ?
Quelle interprétation physique peut-on donner à ω_0 ?

2)Montrer qu'une fonction de transfert de la forme (α) : $\underline{H} = \frac{1}{1+2(jx)+2(jx)^2+(jx)^3}$ *avec $x=\omega/\omega_0$ permet d'obtenir un tel gain en tension.*

3)Quelle est alors l'équation différentielle reliant e(t) et s(t) ? La forme obtenue est-elle surprenante?

H)



Soit le quadripôle ci-dessus en régime permanent sinusoïdal de pulsation ω.
On note $X=RC\omega$ et $\omega_o = \frac{1}{RC}$

0)Faire le bilan des nœuds utilisables. Définir la masse et les potentiels des nœuds. Compter le nombre de variables et le nombre de nœuds ? Conclure.

1)En appliquant la LDN en terme de potentiel un nombre suffisant de fois, exprimer la fonction de transfert harmonique et la mettre sous la forme :

$$\underline{H} = \frac{1}{1+\frac{4jX}{1-X^2}}$$

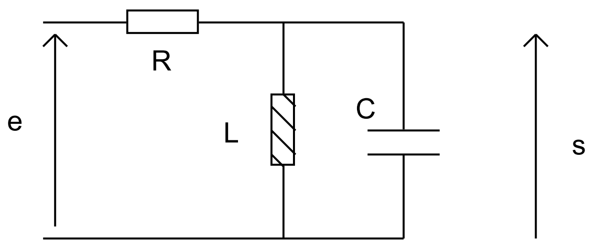
Remarque : si vous lisez bien, la fonction de transfert n'a pas été définie.

2)Quelle est la nature de ce filtre ? Vérifier que le schéma et la fonction de transfert sont compatibles.

3)En régime temporel quelconque, retrouver l'équation différentielle vérifiée par s(t) :

$$\ddot{s} + 4\omega_o\dot{s} + \omega_o^2 s = \ddot{e} + \omega_o^2 e$$

I.Influence de la résistance interne d'une bobine sur la fonction de transfert d'un filtre.



On considère le circuit ci-dessus où $R=1M\Omega$, $C=1\mu F$, $L=10mH$.

On définit la pulsation ω_0 par $\omega_o = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$.

On est en régime sinusoïdal de pulsation ω et on note :

$e(t)=E.\cos(\omega t)$ avec $E=5V$ et $s(t)=S.\cos(\omega t+\varphi)$.

0)Quelles sont les amplitudes complexes $\underline{E}$ et $\underline{S}$ associées à e(t) et s(t) ?

1)Calculer ω_0 et la fréquence f_0 associée. Calculer $L\omega_0$ et $1/(C\omega_0)$.

2)On note $\underline{Z}$ l'impédance équivalente du dipôle LC parallèle, et $\underline{Y}=1/\underline{Z}$ son admittance. Exprimer $\underline{Y}$. Quelle est sa valeur à la fréquence f_0 ? En déduire le comportement équivalent du dipôle à cette fréquence.

3)Exprimer $\underline{S}$ en fonction de $\underline{E}$, R et $\underline{Y}$.
Montrer alors que la fonction de transfert $\underline{H}=\underline{S}/\underline{E}$ peut se mettre sous la forme :

$$\underline{H} = \frac{1}{1+jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$ *où Q est à exprimer en fonction de R ,L et C.   AN.*

A partir du résultat précédent, obtenir l'équation différentielle vérifiée par s(t) en régime quelconque.

4)De quel type de filtre s'agit-il ? Vérifier à l'aide des modèles équivalents BF et HF de L et de C. Quelle information importante sur le filtre obtient-on à partir de Q et de ω_0 ?

5) Combien vaut $\underline{H}(\omega_0)$? Comment s'écrira alors s(t) ?

6)De manière générale, expliquer comment la connaissance de $\underline{H}$ permet de connaître S et φ.
7)Simplifier l'écriture de la fonction de transfert pour $\omega \ll \omega_0$ puis pour $\omega \gg \omega_0$. Construire alors le diagramme de Bode (formes asymptotiques puis réelles).

8)Comment fera-t-on à l'oscilloscope pour détecter expérimentalement la valeur de ω_0 ?

9)La résistance propre de la bobine $r \approx 5\Omega$ pourrait avoir une influence sur $\underline{H}(\omega_0)$.
En tenant compte de r, montrer que $\underline{H}(\omega_0) \approx \frac{1}{1+r.\frac{RC}{L}}$.
Quelle est l'influence de r sur la détection de la résonance ? Quel autre influence de r peut-on envisager sur les propriétés réelles du filtre (pas de calcul) ?