

PSI2. devoir en classe n°1. Samedi 13 septembre 2025.**Proposition de solution.****Problème n°1. Extrait centrale tsi 2019.**

Q1. La valeur moyenne du signal est de l'ordre de 10 à 12mV.

Q2. En supposant le signal périodique, on observe deux périodes entre $t_1 = 1,4$ ms et $t_2 \approx 7,7$ ms, c'est à dire pour la période et la fréquence :

$$T_{co} = \frac{7,7 - 1,4}{2} \approx 3,2 \text{ ms} \Rightarrow f_{co} = \frac{1}{T} \approx 3,2 \times 10^2 \text{ Hz}$$

Il semble délicat de fournir plus de deux chiffres significatifs compte tenu de la précision de la lecture.

Q3. La guitare étant légèrement désaccordée, on peut attribuer cette fréquence au Mi aigu (désaccord de l'ordre de 3%).

Q4. Ce signal périodique n'étant pas sinusoïdal, le spectre présentera nécessairement des fréquences harmoniques multiples de la fréquence fondamentale.

Q5. On applique la formule du pont diviseur de tension :

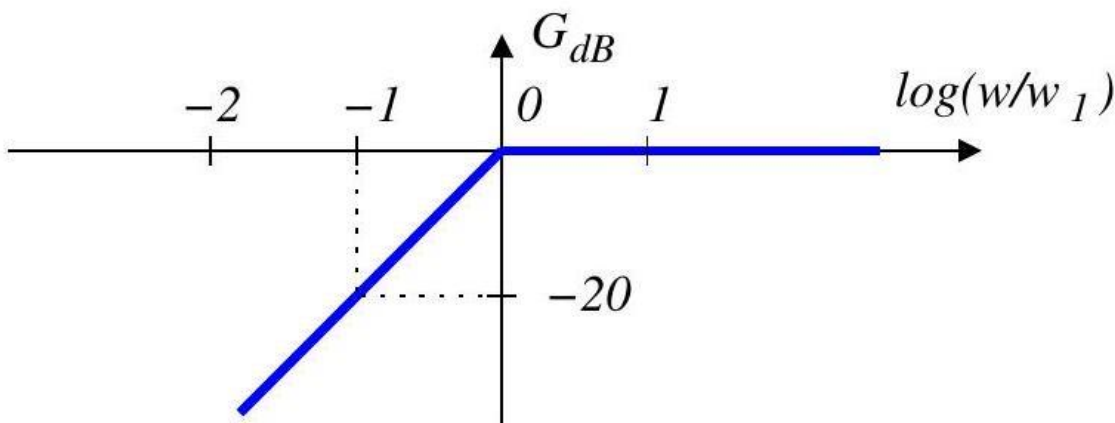
$$\underline{H}_1(j\omega) = \frac{R_1}{R_1 + \frac{1}{jC_1\omega}} \Rightarrow \underline{H}_1(j\omega) = \frac{jR_1C_1\omega}{1 + jR_1C_1\omega}$$

Q6. Posons $\omega_1 = \frac{1}{\tau_1} = \frac{1}{R_1C_1}$:

- pour $\omega \ll \omega_1$, $\underline{H}_1(j\omega) \approx j\omega\tau_1 \rightarrow 0$;
- pour $\omega \gg \omega_1$, $\underline{H}_1(j\omega) \approx 1$.

Il s'agit d'un filtre passe-haut du premier ordre. Comme le montrera la question Q8., cette pulsation ω_1 correspond à la pulsation de coupure à -3 dB.

Q7. D'après les équivalents obtenus en haut et en basse fréquence, le diagramme de Bode pour le gain se compose d'une droite à $+20$ dB /décade à basse fréquence et d'une asymptote horizontale confondue avec l'axe des abscisses à haute fréquence.



Q8. Posons $x = \omega/\omega_1$, $|H(x)| = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$. On cherche x_c tel que :

$$|H(x_c)| = \frac{x_c}{\sqrt{1+x_c^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow 2x_c^2 = 1 + x_c^2$$

Ce qui impose $x_c = 1$, c'est à dire pour la pulsation de coupure $\omega_c = \omega_1$, et une fréquence de coupure :

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \times \frac{1}{R_1C_1}$$

Wie Gott in Frankreich.

Application numérique : $f_1 = \frac{1}{2\pi} \times \frac{1}{100 \times 10^3 \times 100 \times 10^{-9}} \Rightarrow f_1 \approx 16 \text{ Hz}$. Ce filtre passe-haut permet d'éliminer la composante continue du signal tout en préservant le fondamental et ses harmoniques $f_1 \ll f_{co}$.

Q9. L'ALI étant idéal et fonctionnant en régime linéaire $\underline{v}_+ = \underline{v}_-$. De plus l'application de la formule du pont diviseur de tension conduit à :

$$\underline{v}_- = \frac{\underline{Z}}{\underline{Z} + \underline{Z}'} \underline{H}(j\omega) = 1 + \frac{\underline{Z}'}{\underline{Z}}$$

Q10. $\underline{H}(j\omega) = 1 + \frac{R'}{R}$. On est en présence d'un amplificateur non inverseur qui comme son nom l'indique peut permettre d'amplifier un signal, comme le signal étudié ici dont l'amplitude n'est que de quelques mV.

Q11. Association parallèle : $\underline{Z}_{eq} = \frac{R_2}{1 + jR_2C_2\omega}$

Q12. D'après ce qui précède : $\underline{H}_2(j\omega) = 1 + \frac{R_2}{R_3} \times \frac{1}{1 + jR_2C_2\omega}$

Q13. Par identification $G_0 = R_2/R_3$ et $\omega_2 = \frac{1}{R_2C_2}$.

Q14. Les limites de la fonction de transfert sont respectivement :

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} |\underline{H}_2|(\omega) = 1 + G_0 \quad \text{et} \quad \lim_{\omega \rightarrow +\infty} |\underline{H}_2|(\omega) = 1$$

Q15. A.N. : $f_2 = \frac{1}{2\pi} \times \frac{1}{680 \times 10^3 \times 470 \times 10^{-12}} \Rightarrow f_2 = 498 \text{ Hz}$.

En prenant plutôt $R_3 = 6,0 \times 10^3 \text{ k}\Omega$:

$$G_0 = 1 + \frac{680}{6,0} \Rightarrow G_0 = 1,1 \times 10^2$$

Compte tenu de $f_{co} < f_2$, on peut conclure que ce filtre va fortement amplifier le fondamental que l'on veut extraire et beaucoup moins les harmoniques voire les recopier pour les fréquences les plus élevées.

Q16. On est en présence d'un filtre passe-bande du second ordre avec une pente de +20 dB/décade à basse fréquence et -20 dB/décade à haute fréquence avec une fréquence de résonance de 329 Hz, fréquence voisine du Mi aigu que l'on veut extraire.

Q17. La bande passante est définie par le domaine de fréquences pour lequel $G_{dB,max} - 3 \text{ dB} \leq G_{dB}(f) \leq G_{dB,max}$. Sur le graphique, on détermine les fréquences de coupure associées aux limites du domaine :

$$f \in [f_{c1}, f_{c2}] \quad \text{avec} \quad f_{c1} = 321 \text{ Hz et } f_{c2} = 337 \text{ Hz}$$

Q18. À 315 Hz, l'atténuation en décibel est de 6 dB, c'est à dire une atténuation d'un facteur 2, en effet $20 \log(1/2) \approx -6$.

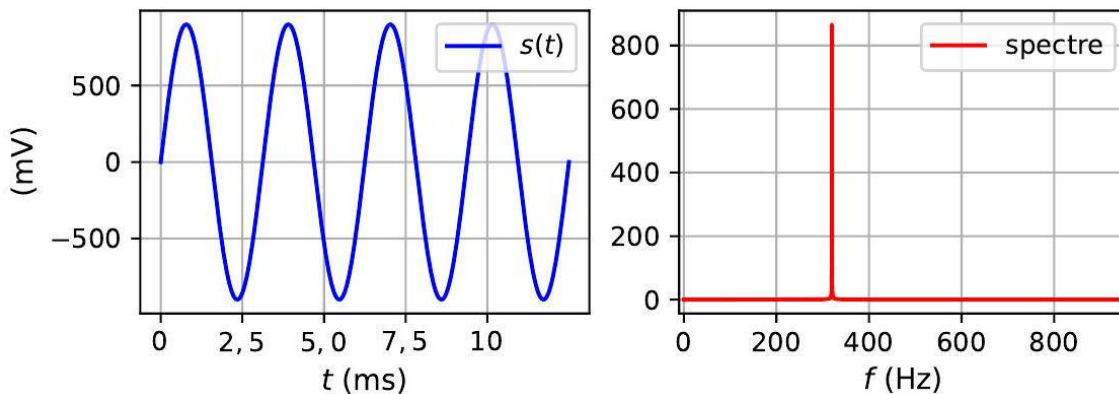
Q19. Le spectre présente:

- un pic à fréquence nulle d'amplitude 10 V associé à la composante continue du signal u_e (question Q1);
- un pic à une fréquence de l'ordre de 300 Hz associé à la fréquence du fondamental (question Q2);
 - des harmoniques de fréquences multiples de la fréquence fondamentale pour ce signal qui n'est pas sinusoïdal.

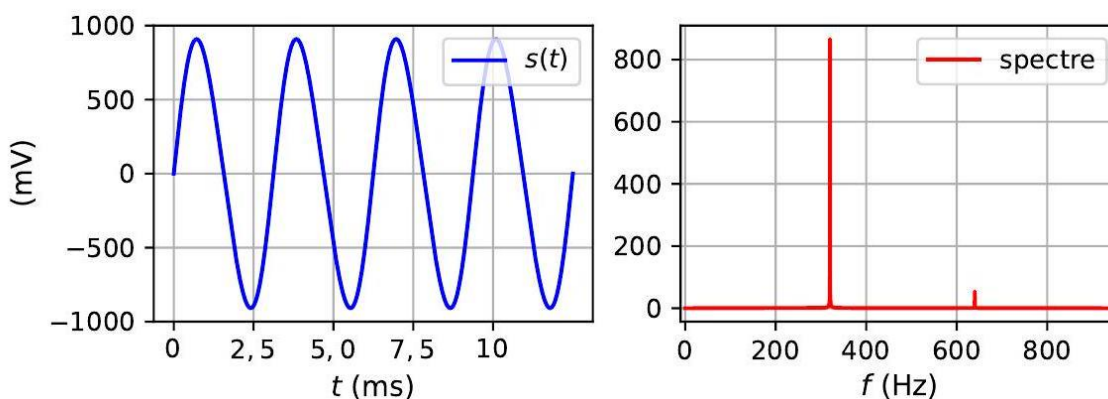
Q20. Suite à la traversée du filtre (F_a), filtre passe-haut de fréquence de coupure 15 Hz, la composante continue a été éliminée et le reste du signal recopié à l'identique, le spectre associé est donc le spectre (a).

Q21. Suite à la traversée du filtre (F_b), le signal fondamental est amplifié d'un facteur proche de G_0 passant d'une amplitude de 18mV à une amplitude de 1800mV, les harmoniques étant de moins en moins amplifiées au fur et à mesure que leur fréquence augmente. Le spectre associé au signal en sortie du filtre (F_b) est donc le spectre (d).

Q22. En première approximation, le filtre passe-bande ne va conserver que le fondamental en l'atténuant d'un facteur 2 (question Q18), c'est à dire un signal quasi-sinusoïdal d'amplitude 900mV.



Complément : en toute rigueur l'harmonique de rang 2 ($f \approx 6,4 \times 10^2$ Hz) sera atténué de 30 dB (d'après le diagramme de Bode du filtre), c'est à dire un facteur d'atténuation de $10^{3/2}$, soit une amplitude $2,0 \times 10^3 / 10^{3/2} \approx 63$ mV.



Le tracé temporel précis nécessiterait de connaître le déphasage du filtre passe bande qui n'est pas fourni ici.

Problème 2.

QP) $R, \frac{1}{C\omega}, L\omega$ sont des impédances en Ω et ω est une pulsation en s^{-1} .

On en déduit que R est en Ω , C est en $s.\Omega^{-1}$ et L en $\Omega.s$ et on obtient :

$$RC \text{ et } \frac{L}{R} \text{ en } s ; \quad \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ en } s^{-1} ; \quad Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad RC\omega \quad LC\omega^2 \quad \text{sans unité}$$

0) En faisant les limites HF et BF, on reconnaît un filtre passe-bande (d'ordre 2). Pour obtenir $\underline{H}$, on peut faire un PDT entre $\underline{s}$ et $\underline{e}$ car les dipôles sont en série ou une LDN :

$$\underline{s} = \frac{R}{R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}} \underline{e}$$

La suite est un simple traitement mathématique de mise en forme et on obtient $H_o = 1$.

1) Méthode habituelle, on obtient :

$$\ddot{s} + \left(\frac{\omega_o}{Q}\right) \dot{s} + \omega_o^2 s = \left(\frac{\omega_o}{Q}\right) H_o \dot{e}$$

2) Pour la réponse indicielle, on a $\dot{e} = 0$ après le saut de tension en entrée. Il suffit donc de résoudre l'équation sans second membre. En cherchant des solutions en $\exp(rt)$, on obtient le polynôme : $r^2 + \left(\frac{\omega_o}{Q}\right)r + \omega_o^2 = 0$.

Du point de vue graphique, on a un régime pseudo-permanent donc : $\Delta = \omega_o^2 \left(\frac{1}{Q^2} - 4\right) < 0$ donc Q doit être supérieur à $\frac{1}{2}$. Les deux solutions complexes sont :

$$-\frac{1}{\tau} \pm j\omega_1 \quad \text{avec } \tau = \frac{2Q}{\omega_o} \quad \text{et } \omega_1 = \omega_o \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$$

La partie réelle représente l'atténuation, la partie imaginaire les oscillations.

Si Q est suffisamment grand devant 1, on a $\omega_1 \approx \omega_o$.

3) ω_1 est la pseudopulsation. On peut lire sur le graphe 3 pseudo-périodes en 1,3ms soit une pseudo-période de $T_1 = 0,43\text{ms}$. On obtient alors $\omega_1 \approx 14500 \text{ s}^{-1}$. On voit bien 7 oscillations, donc Q doit être de cet ordre de grandeur.

4) On peut admettre que deux maxima successifs sont séparés d'une période (pas tout-à-fait vrai), donc le terme sinusoïdal s'en va dans le rapport entre les deux ordonnées :

$$\exp\left(\frac{T_1}{\tau}\right) = \frac{s_{M1}}{s_{M2}}$$

Avec $\omega_o \approx \omega_1$, on obtient :

$$\exp\left(\frac{\pi}{Q}\right) = \frac{s_{M1}}{s_{M2}} \quad \text{d'où } Q = \frac{\pi}{\ln\left(\frac{s_{M1}}{s_{M2}}\right)} \approx 5,9 \quad \text{plus précis qu'en Q3.}$$

L'hypothèse simplificatrice est vraie à 1% près.

5) On sort maintenant $L = \frac{1}{C\omega_o^2} \approx 47\text{mH}$

6) Q permet d'obtenir une valeur expérimentale R_{exp} de R . $R_{\text{exp}} = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{L}{C}} \approx 116 \Omega$

Il faut maintenant se souvenir qu'il faut compter la résistance interne du GBF (50Ω) et la résistance de la bobine, typiquement d'une dizaine d'Ohm. Le résultat expérimental est cohérent.

Problème 3. Mines Ponts psi2012.**Partie A**

1) Le brome appartient à la quatrième période et à la dix-septième colonne, dite des halogènes. Parmi les éléments de cette famille, on peut citer le fluor, le chlore, l'iode.

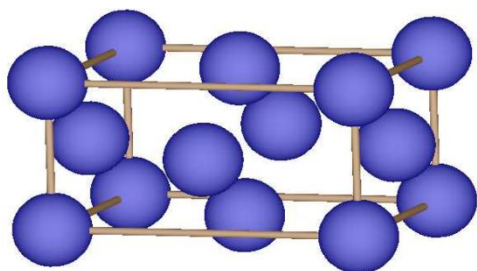
2) Ils sont particulièrement oxydants et on les trouvera dans la nature à l'état d'oxydation $-I$, où ils auront la configuration du gaz rare qui les suit.

3) L'atome de brome possède un électron célibataire. La mise en commun des deux électrons célibataires de 2 atomes, soit donc une liaison covalente, permet à chaque atome d'avoir la configuration du gaz rare qui les suit.



4) Chaque sphère représente une molécule de Br_2 . Attention au décompte : une molécule au sommet appartient à 8 mailles et une molécule au centre d'une face appartient à 2 mailles. Le nombre réel d'atomes par maille est donc :

$$n = 8 * \left(\frac{1}{8}\right) + 6 * \left(\frac{1}{2}\right) = 4.$$



5) Le volume d'une maille est $V=abc$ et la masse des 4 molécules de bromes est $m = 4 * \frac{M(\text{Br}_2)}{N_A} = \frac{8M(\text{Br})}{N_A}$

La masse volumique est donc : $\mu = \frac{m}{V} = \frac{8M(\text{Br})}{abcN_A} \approx 4200 \text{ kg.m}^{-3}$.

Le dibrome est environ 4 fois plus dense que l'eau.

Partie B.

$$Z = 16 \quad 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$$

Le soufre est juste en-dessous de l'oxygène O. Il formera l'anion S^{2-} pour acquérir la structure électronique du gaz rare suivant.

Le volume $V=abc$ contient 16 unités S_k dont la masse est $m = 16k \left(\frac{M}{N_A}\right)$, M étant la masse molaire du soufre. On peut alors exprimer la masse volumique et sortir k : $k = \frac{abc\mu N_A}{16M} \approx 3$

Problème n°4. Mines Ponts psi 2012.

1- On a $v = k[BrO_3^-]^a \cdot [Br^-]^b \cdot [H_3O^+]^c$

2- Vous devez voir que l'ion bromate est en quantité nettement plus faible que ses deux collègues, donc en cours de réaction, leurs concentrations vont rester quasiment constantes et on les intègre dans la constante k. On obtient : $v = k_{app}[BrO_3^-]^a$

3- Le temps de demi-réaction $t_{1/2}$ relatif aux ions bromate est le temps nécessaire pour que la moitié des ions bromate initialement présents disparaissent. On lit sur le graphe $t_{1/2} \approx 1,9 \cdot 10^3$ s.

4- L'équation différentielle est : $v = \frac{d[BrO_3^-]}{dt} = k_{app}[BrO_3^-]^a$

Dans la cas a=1, l'intégration donne : $[BrO_3^-] = [BrO_3^-]_o \cdot \exp(-k_{app}t)$

Dans le cas a=2, l'intégration donne : $\frac{1}{[BrO_3^-]} = \frac{1}{[BrO_3^-]_o} + k_{app}t$

5- Si on regarde les deux graphes, on voit que :

$\frac{1}{[BrO_3^-]}$ en fonction du temps n'est pas une fonction linéaire du temps, donc l'ordre 2 est exclu.

Par contre, $\ln([BrO_3^-])$ en fonction du temps semble être une fonction linéaire du temps, donc en accord avec les résultats de l'ordre 1.

6- On suppose qu'il y a un ordre. On a alors à $t=0^+$:

$$v_o = k \cdot [BrO_3^-]_o^a \cdot [Br^-]_o^b \cdot [H_3O^+]_o^c$$

En considérant les expériences 1 et 2, on trouve b=1.

En considérant les expériences 1 et 3, on trouve c=2.

7- On calcule k avec l'expérience 1 : $k = 4 \text{ L}^3 \cdot \text{mol}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$.

Problème n°5. La spectrophotométrie.**Vérification de la loi de Beer-Lambert.**

Les points expérimentaux A en fonction $[Cl_2]$ en mmol.L⁻¹ semblent bien alignés. On peut évaluer la pente à :

$$a \approx 0,16 \text{ L. mmol}^{-1}$$

Pour une absorbance de 0,621, on lit ou calcule une concentration de 3,9 mmol.L⁻¹ en I₂.

Suivi temporel d'une réaction chimique.

a) Au départ, on verse 2,5 mmol d'ions iodure et 0,232 mmol de H₂O₂, soit un rapport supérieur à 10 qui sert généralement de référence en chimie. On peut donc considérer les ions iodure en fort excès devant H₂O₂ et on pourra supposer sa concentration constante lors de l'expérience. Nous n'avons plus besoin de connaître la loi de vitesse vis-à-vis des ions iodure.

b) En supposant une cinétique d'ordre 1 par rapport à H₂O₂, on : $\frac{d[I_2]}{dt} = v = -\frac{d[H_2O_2]}{dt} = k[H_2O_2]^1$

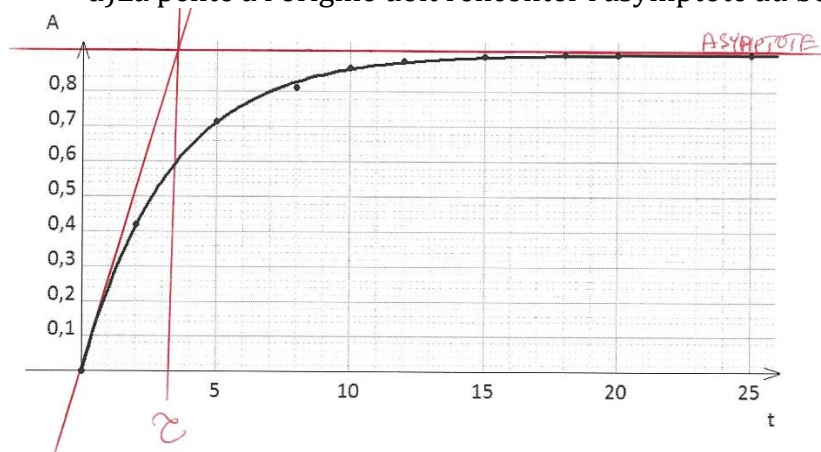
Ce qui conduit à : $[H_2O_2](t) = [H_2O_2]_o \cdot \exp(-kt)$

La conservation de la matière conduit alors à : $[I_2](t) = [H_2O_2]_o \cdot \{1 - \exp(-kt)\}$

puis : $A(t) = A_o \cdot \{1 - \exp(-kt)\} = A_o \cdot \left\{1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right\}$

c) Le graphe de l'absorbance A (donc de $[I_2]$) en fonction du temps **semble** bien avoir la forme attendue à savoir une exponentielle avec asymptote horizontale.

d) La pente à l'origine doit rencontrer l'asymptote au bout du temps τ .



On lit une constante de temps d'environ 3,3 min. Ce qui permet d'obtenir : $k = \frac{1}{\tau} \approx 0,34 \text{ min}^{-1}$.