

**PSI2. devoir en classe n°1. 4h . Samedi 14 septembre 2024.**

Calculatrices autorisées. Téléphones portables interdits.

Poly de chimie A7 (20 pages ) autorisé.

Rangement final dans l'ordre de l'énoncé. Numérotez vos feuilles de 1/n à n/n.

Proposition de solution dans le cahier après le devoir.

Les problèmes font partie du problème.

**Problème n°1. Extrait Mines Ponts pc.**

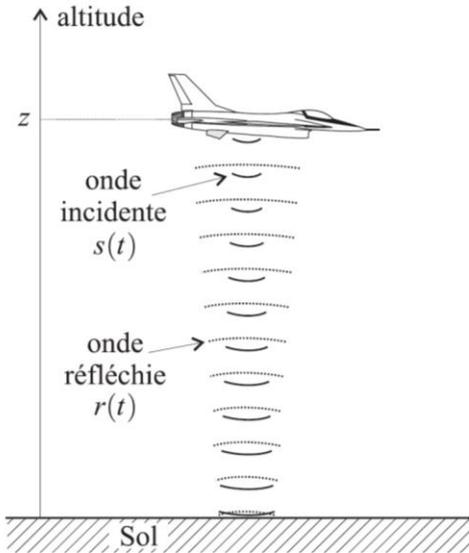


figure 1

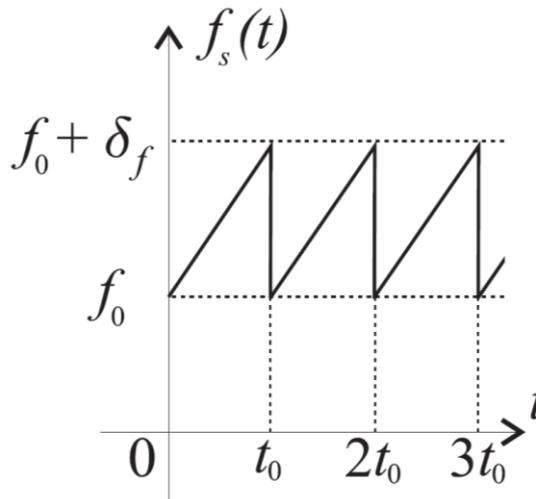


figure 2

On donne :

$$t_0 = 10\text{ms} \quad f_0 = 10 \text{ GHz} \quad \delta_f = 0,1 \text{ GHz}$$

Le principe général d'un altimètre est très simple. Il est décrit sur la figure 1. Un oscillateur embarqué dans l'avion émet un signal sinusoïdal  $s(t)$  modulé en fréquence. Ce signal se propage verticalement à la vitesse  $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Il ne sera pas tenu compte du déphasage dû à la réflexion ni également de l'effet Doppler. Une antenne fixée sur l'avion permet à l'altimètre de mesurer son altitude  $z$  à partir du temps mis par l'onde radioélectrique pour effectuer l'aller-retour entre le sol et l'avion. La fréquence  $f_s(t)$  du signal  $s(t)$  émis par l'oscillateur de l'altimètre varie périodiquement au cours du temps selon le graphe représenté sur la figure 2.

1) A partir du graphe de la figure 2, établir la loi de variation de la fréquence  $f_s(t)$  sur une période, en fonction de  $t$ ,  $t_0$ ,  $f_0$  et  $\delta_f$ . Expliquer d'ailleurs en quoi la figure 2 est dangereuse.

La quantité  $f_s(t)$  est en fait la fréquence instantanée du signal  $s(t)$  émis par l'altimètre. Cela signifie ici que :  $s(t) = A \cos\{\theta(t)\}$  avec  $f_s(t) = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{d\theta}{dt} \right)$

2) Sachant que  $s(0)=A$ , déterminer l'expression de  $s(t)$  en fonction de :

$$A, t, \omega_0 = 2\pi f_0 \text{ et } \omega_1 = \frac{\delta_f}{2f_0 t_0}$$

Récrire alors:  $\left( \frac{d\theta}{dt} \right)$

On admet que le signal réfléchi par le sol puis capté par l'antenne peut se mettre sous la forme  $r(t) = a \times s(t - \tau)$  où le paramètre  $\tau$  est positif.

3) Donner une interprétation physique à  $\tau$  et déterminer son expression en fonction notamment de l'altitude  $z$  de l'avion.

Le schéma-bloc décrivant le fonctionnement de l'altimètre est décrit sur la figure 3. On admet :

$$\delta_f \ll f_o \text{ et } \tau \ll t_o$$

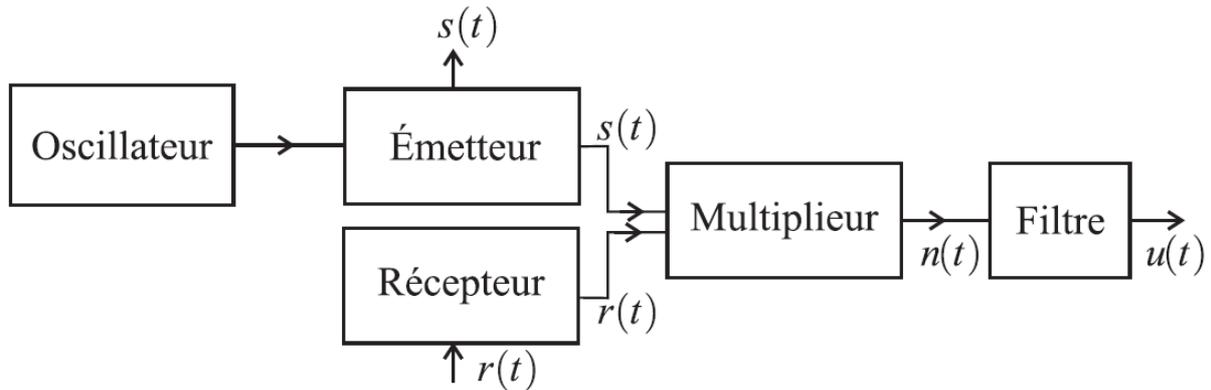


figure 3. Schéma de principe de l'altimètre

On écrit :  $n(t) = k \times s(t) \times r(t)$

**4)**

**4a)** Que peut-on dire des fréquences (variables dans le temps) des deux signaux  $r(t)$  et  $s(t)$  ?

**4b)** Le signal de sortie du multiplieur  $n(t)$  est alors la somme de deux signaux sinusoïdaux. Comparer qualitativement les deux fréquences associées ?

**4c)** Quel est a priori le signal intéressant pour calculer l'altitude ?

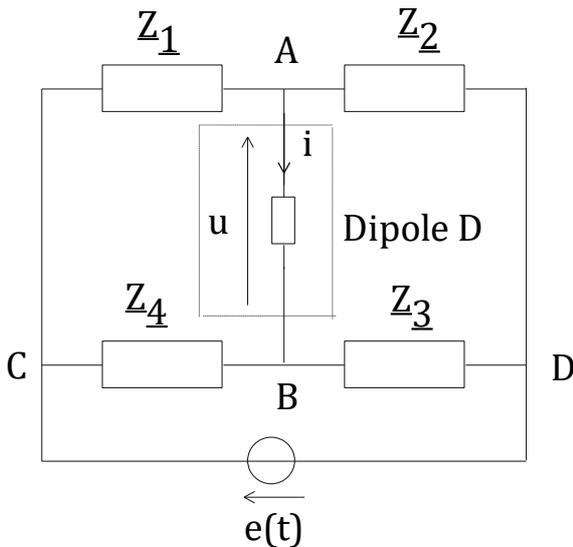
**4d)** En développant le calcul de  $n(t)$ , exprimer les valeurs approximatives des deux fréquences associées. On rappelle : DL à l'ordre 1 :  $f(t - \tau) \approx f(t) - \tau \dot{f}(t)$

**4e)** Quelle est la nature du filtre en dernier sur le schéma dans le but d'obtenir l'altitude ? Quel sera le dernier instrument de mesure ?

**Problème 2. Mesure des caractéristiques d'une bobine réelle. Partie B et C centrale mp.**

Dans ce problème, nous disposons d'une bobine réelle, que nous assimilons à une association d'une inductance idéale  $L$  en série avec une résistance  $R$ .

**Partie A. Le pont de wheatstone.**



Le circuit ci-dessus représente un pont de Wheatstone (  $D$  ne fait pas partie du pont), constitué d'un générateur de tension sinusoïdale  $e(t)$  de pulsation  $\omega$  et quatre dipôles d'impédance (resp admittance) complexe  $Z_1$  à  $Z_4$  (resp  $Y_1$  à  $Y_4$  ). en régime sinusoïdal de pulsation  $\omega$ . Les points  $A$  et  $B$  sont les points d'entrée-sortie du pont. On peut éventuellement, comme sur le dessin mettre un dipôle  $D$  entre  $A$  et  $B$ .  $D$  est un dipôle absolument quelconque, et n'a aucune raison d'être une résistance.

1) On se place en régime sinusoïdal permanent de pulsation  $\omega$ , et on adopte la notation complexe. On note  $\underline{E}, \underline{U}, \underline{I}$  les amplitudes complexes de  $e(t), u(t)$  et  $i(t)$ .

1a) Aux points  $A, B, C, D$  on associe les potentiels électriques complexes  $\underline{V}_A$  à  $\underline{V}_D$ . A-t-on le droit de décider  $\underline{V}_D=0$  ? Si oui, combien vaut alors  $\underline{V}_C$  ?

1b) Appliquer maintenant la LDN en termes de potentiel aux point  $A$  et  $B$  en fonction des  $\underline{Y}_i = \frac{1}{Z_i}$ .

1c) Montrer alors qu'on peut mettre  $\underline{U}$  sous la forme  $\underline{U} = \underline{E}_g - \underline{Z}_g \underline{I}$ . On fera apparaître  $\underline{Z}_2, \underline{Z}_4 - \underline{Z}_1, \underline{Z}_3$  dans l'expression de  $\underline{E}_g$ . Commenter de la façon la plus complète possible la formule obtenue. Proposer un schéma équivalent simple à une seule maille du circuit alimentant le dipole  $D$ .

2)  $D$  est en fait un voltmètre qui mesure la tension efficace associée à  $u(t)$ . On admet que  $D$  est assimilable à une résistance  $R_v$ . A quelle condition sur les quatre impédances  $Z_1$  à  $Z_4$  la tension mesurée est-elle nulle ?

3) Le dipôle n°1 est une bobine inconnue assimilable à une inductance  $L$  en série avec une résistance  $R$ . Le dipôle n°2 est une résistance  $R_2$  fixe connue . Le dipôle n°3 est un condensateur de capacité  $C_3$  connue en parallèle avec une résistance  $R_3$  ajustable . Le dipôle n°4 est une résistance  $R_4$  ajustable.

$R_3$  et  $R_4$  sont des boîtes de résistances de précision ajustable à  $1\%$  près.

Le dipôle  $D$  est le voltmètre précédent.

La tension  $e(t)$  est sinusoïdale de fréquence 1kHz.

3a) Expliquer le protocole expérimental qui va permettre d'obtenir une évaluation de  $R$  et  $L$ .

3b) On aurait pu travailler à une autre fréquence. Quelle aurait été l'influence sur les valeurs finales de  $R_3$  et  $R_4$  ?

3c) On aurait pu aussi travailler en signal carré ou triangulaire. Quelle aurait été l'influence sur les valeurs finales de  $R_3$  et  $R_4$  ?

A titre d'information, ce pont particulier est un pont de Maxwell. On a aussi développé d'autres ponts similaires pour mesurer des capacités, des fréquences ...

**PARTIE B. Etude des régimes transitoires.**

La bobine n'est pas la même qu'à la partie A.

Pour mesurer l'impédance de la bobine, on réalise le montage donné figure 22 où

- la résistance  $R'$  vaut  $500\Omega$
- l'amplificateur linéaire intégré fonctionne en régime linéaire;
- le générateur basse fréquence est réglé en générateur de créneaux de fréquence  $f = 1/T = 1\text{kHz}$ : pour  $0 \leq t \leq T/2, e(t) = E = 5,00\text{ V}$  et pour  $T/2 \leq t \leq T, e(t) = 0$
- la tension  $Y_1(t)$  est utilisée pour déclencher la carte d'acquisition. La fréquence d'échantillonnage étant  $f_e = 50\text{kHz}$  et la durée d'acquisition est de  $20\text{ ms}$ .

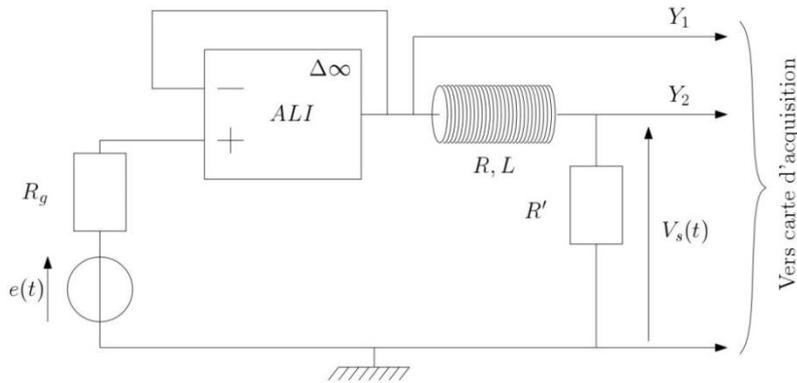


Figure 22 Schéma du montage

Le chronogramme de  $Y_2(t)$  est donné figure 23.

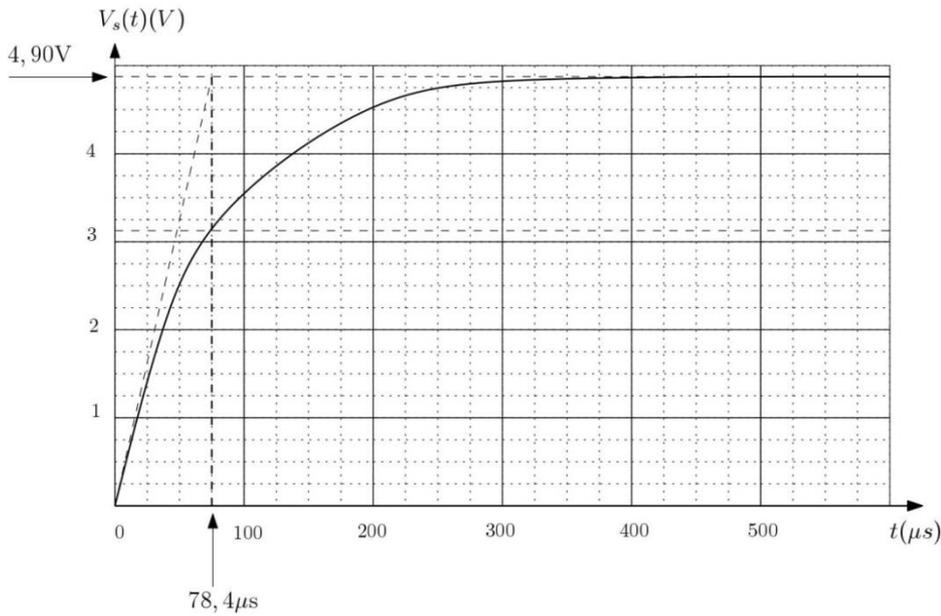


Figure 23 Chronogramme de  $Y_2$

Obtenir les valeurs expérimentales de  $L$  et  $R$ .

A propos, quel est la fonction du montage à ALI ?

**PARTIE C. Mesure en temps réel de R et L.**

Pour mesurer en temps réel l'impédance interne  $Z$  d'un dipôle ( pas seulement pour une bobine, donc on généralise), on utilise un montage à détection synchrone dont le schéma de principe est donné par la figure 6 et dans lequel la tension  $y_1(t)$  est proportionnelle à la partie réelle de  $Z$  alors que la tension  $y_2(t)$  est proportionnelle à la partie imaginaire de  $Z$ .

On se place en RSP de pulsation  $\omega$ . On écrira le courant traversant le dipôle sous la forme  $i(t)=I.\cos(\omega t)$ . Montrer que l'écriture réelle de  $u(t)$ , tension aux bornes de la bobine en convention récepteur est  $u(t)=\text{Re}(Z)I\cos(\omega t) + \text{Im}(Z)I.\cos(\omega t+\pi/2)$ .

Le dipôle  $Z$  est insérée dans le montage suivant :

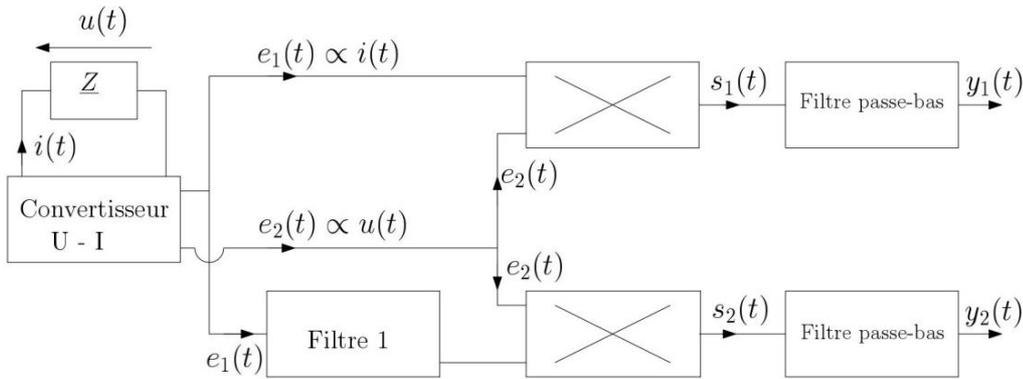


Figure 6 Mesure d'impédance par détection synchrone

Les deux multiplieurs sont identiques et leur fonctionnement est précisé figure 7.

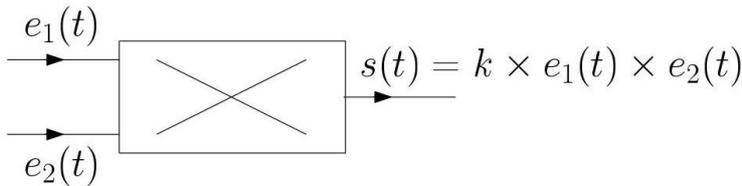


Figure 7 Fonctionnement d'un multiplieur

1) Le but du convertisseur courant-tension est de fournir des images de la tension aux bornes de l'impédance et du courant la traversant. Montrer que le montage donné par la figure 8, dans lequel l'ALI est idéal et fonctionne en régime linéaire, répond bien au cahier des charges. Plus précisément identifier la tension proportionnelle à  $i(t)$  et celle proportionnelle à  $u(t)$ .

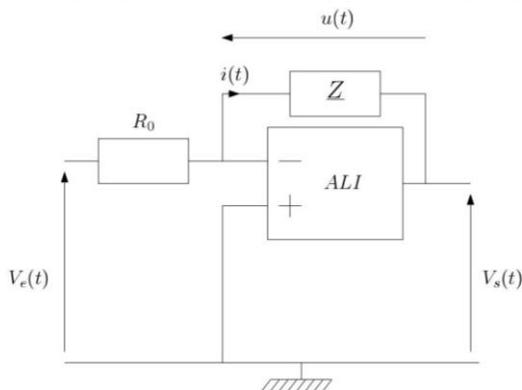
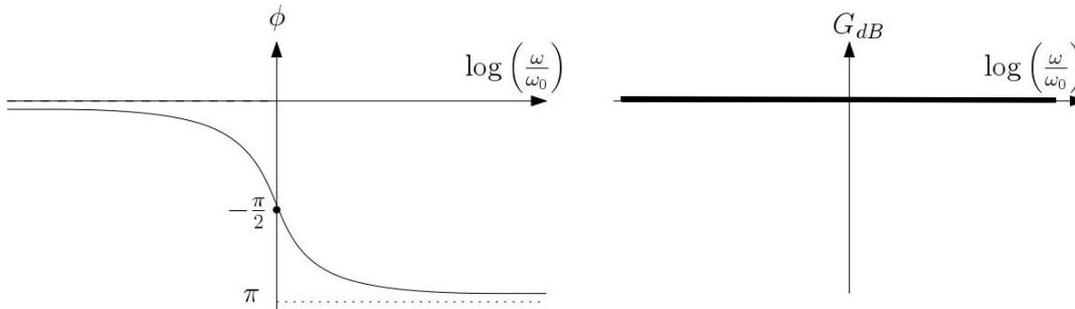


Figure 8 Convertisseur courant-tension

**2)Filtre 1.**

Le diagramme de Bode du filtre 1 est donné par la figure 9. Comme nomme-t-on un tel filtre ?



**Figure 9** Diagramme de Bode du filtre 1

**3)Filtres passe-bas.**

Les filtres passe-bas sont identiques et ils ont les caractéristiques suivantes :

**3a)**le gain à basse fréquence doit être égal à 1;

**3b)**leur pulsation de coupure à -3dB est  $\omega_c$ ;

**3c)**l'atténuation pour  $\omega_1=5\omega_c$  doit être de 80dB.

Montrer que le filtre de fonction de transfert  $\underline{H}$  telle que :  $|\underline{H}| = \frac{1}{\sqrt{1+(\frac{\omega}{\omega_c})^{2n}}}$

convient. Quelle valeur entière de  $n$  doit-on retenir pour satisfaire le cahier des charges ?

**4)Fonctionnement du montage complet.**

**4a)**Déterminer les expressions de  $e_1(t)$  ,  $e_2(t)$  et  $s_1(t)$ . Comment choisir  $\omega_c$  pour que  $y_1(t)$  soit proportionnelle à  $Re(\underline{Z})$  ? Cette condition étant vérifiée, en déduire l'expression de  $y_1(t)$ .

**4b)**Comment choisir  $\omega_0$  et  $\omega_c$  pour que la tension  $y_2(t)$  soit proportionnelle à  $Im(\underline{Z})$  ? Ces conditions étant vérifiées, en déduire l'expression de  $y_2(t)$ .

**Problème Ph3. Fourier et le Nobel 2023.**

On définit  $e_\alpha(t)$ , fonction périodique de période  $T_1 = \frac{1}{f_1} = \frac{2\pi}{\omega_1}$ , dont la restriction à l'intervalle  $[-\frac{T_1}{2} \quad \frac{T_1}{2}]$  est :

$$e_\alpha(t) = \alpha E \text{ pour } t \text{ compris entre } -\frac{T_1}{2\alpha} \text{ et } \frac{T_1}{2\alpha}, \text{ nulle autrement.}$$

On définit l'impulsion périodique  $e_\infty(t)$  comme étant la limite de  $e_\alpha(t)$  quand  $\alpha$  tend vers l'infini.

**RAPPEL :**Un signal périodique  $e(t)$  permanent de période  $T_1=1/f_1$  peut être considérée comme la somme **infinie** de sinusoides de fréquences successives  $f_1, f_2=2f_1, \dots f_n=nf_1\dots$ et d'une constante. Une écriture possible est la suivante en notant  $\omega_1=2\pi f_1$  :

$$e(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \{a_n \cos(n\omega_1 t) + b_n \sin(n\omega_1 t)\}$$

Avec les définitions suivantes :

$$a_n = \frac{2}{T_1} \int_{-T_1/2}^{T_1/2} e(t) \cos(n\omega_1 t) dt \quad b_n = \frac{2}{T_1} \int_{-T_1/2}^{T_1/2} e(t) \sin(n\omega_1 t) dt$$

**1)**Expliquer  $\frac{a_0}{2} = \langle e(t) \rangle$  et donner un nom possible de ce terme ? Comment s'appelle le terme courant de la somme infinie ?

**2)**Dessiner la fonction  $e_\alpha(t)$  sur plusieurs périodes centrées sur  $t=0$ . Expliquer pourquoi dessiner l'impulsion périodique est un peu difficile.

On souhaite maintenant calculer les coefficients de la décomposition de  $e_\alpha(t)$ .

3) Calculer  $\frac{a_0}{2}$ .

4) Justifier que tous les  $b_n$  sont nuls.

5) Pour  $n > 0$ , mettre  $a_n$  sous la forme  $a_n = \frac{K}{n} \sin\left(\frac{n\pi}{\alpha}\right)$  où  $K$  est une constante à déterminer.

6) Préciser maintenant l'expression de la décomposition de l'impulsion périodique  $e_\infty(t)$ .

Dessiner son spectre.

7) Anne L'Huillier est Prix Nobel de Physique 2023. Elle est entrée à feu l'ENS de Fontenay-Aux-Roses (moi aussi mais un peu plus tard) encore féminine (Cf chanson « Fontenay-Aux-Roses » de Maxime Le Forestier, album Mon Frère, 1972) mais en maths. Elle suit maths et physique en parallèle, passe l'Agrégation de maths et part finalement en recherche en physique quantique théorique et expérimentale. Elle fait partie des premiers qui découvrent un effet non-linéaire étonnant : quand un laser suffisamment puissant traverse certains gaz, le faisceau qui ressort n'est plus monochromatique et on retrouve les harmoniques impaires avec une amplitude quasiment identique, d'abord jusqu'à environ l'harmonique 33 puis peu à peu jusqu'à environ l'harmonique 133.

Mais alors, à quoi cela peut-il être utile ? Dans la réponse figurera le mot attoseconde soit  $10^{-18}$ s.

Remarque : c'est aussi à Fontenay-Aux-Roses qu'a divergé le 15 décembre 1948 la première pile atomique française : Zoé.

### **Problème Ch1. Extrait MinesPonds psi.**

L'uranium est un élément chimique découvert en 1789 à partir de roches provenant d'un gisement en République Tchèque. Nommé en l'honneur de la planète Uranus, il fut isolé pour la première fois en 1841 par le chimiste Eugène Melchior Péligot. L'uranium naturel est composé de trois principaux isotopes :  $^{238}\text{U}$ ,  $^{235}\text{U}$  et  $^{234}\text{U}$ . Avec l'essor du nucléaire dans la production d'électricité, l'industrie de l'extraction de l'uranium et du traitement du minerai d'uranium a connu un développement exceptionnel. Cette activité, qui était pratiquement inexistante jusqu'au début des années 1940 (l'uranium n'était alors qu'un sous-produit des industries du vanadium et du radium), est devenue une grande industrie hydrométallurgique : aucune branche du traitement des minerais n'a connu un développement aussi rapide jusqu'à nos jours.

### **Étude du dioxyde d'uranium**

L'uranium est un élément lourd, de numéro atomique  $Z = 92$ , appartenant au groupe des actinides de la classification périodique.

**Q1-** A l'aide des abondances des isotopes de l'uranium, évaluer la masse molaire de l'uranium naturel. Principal minerai d'uranium, le dioxyde d'uranium ou uraninite ( $\text{UO}_2$ ), de couleur noire, est un minerai cubique. C'est un cristal ionique constitué d'ions  $\text{U}^{4+}$  et  $\text{O}^{2-}$ . L'uraninite cristallise de la manière suivante : les ions  $\text{U}^{4+}$  dans un réseau cubique à faces centrées et les ions  $\text{O}^{2-}$  occupent tous les sites tétraédriques.

**Q2-** Représenter la maille cristalline correspondante.

**Q3-** Déterminer de manière littérale puis le paramètre de maille  $a$ .

**Q4-** Indiquer le nombre de chacun des ions par maille, déterminer la coordinence entre ions de charge opposée pour les ions  $\text{U}^{4+}$  d'une part et  $\text{O}^{2-}$  d'autre part. Calculer la compacité.

**Q5-** Exprimer de manière littérale puis numérique la masse volumique de l'uraninite.

### **Annexes**

Constante d'Avogadro:  $N_A \approx 6.10^{23} \text{ mol}^{-1}$ .

Constante des gaz parfaits :  $R \approx 8.3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

Principaux isotopes de l'uranium et abondances naturelles et masse molaires :

$^{238}_{92}\text{U}$  (99,27%),  $^{235}_{92}\text{U}$  (0,72%), et  $^{234}_{92}\text{U}$  (0,005%).

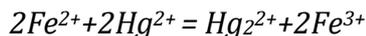
*Vous n'avez peut-être pas vu les masses molaires mais elle y sont.*

Masse molaire de l'oxygène  $^{16}_8\text{O}$  :  $16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

Rayons ioniques.  $\text{U}^{4+}: r_+ = 110 \text{ pm}$  ;  $\text{O}^{2-}: r_- = 120 \text{ pm}$

**Problème Ch2. Extrait MinesPons psi.**

On s'intéresse à la cinétique de la réaction de réduction de  $\text{Hg}^{2+}$  par  $\text{Fe}^{2+}$  :



On supposera que la loi de vitesse suit la forme  $v = k[\text{Fe}^{2+}]^p[\text{Hg}^{2+}]^q$

On suit la réaction par spectrophotométrie avec différentes concentrations initiales  $[\text{Fe}^{2+}]_0$  et  $[\text{Hg}^{2+}]_0$ , on obtient les résultats suivants (le temps est mesuré en unités arbitraires u.a. non précisées) :

**Expérience n°1** :  $[\text{Fe}^{2+}]_0 = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}$ ,  $[\text{Hg}^{2+}]_0 = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}$

$t(\text{u.a.})$	0	1	2	3	$\infty$
$[\text{Hg}^{2+}]/[\text{Hg}^{2+}]_0$	1	0,50	0,33	0,25	0

**Expérience n°2** :  $[\text{Fe}^{2+}]_0 = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}$ ,  $[\text{Hg}^{2+}]_0 = 0,001 \text{ mol.L}^{-1}$

$t(\text{u.a.})$	0	1	2	4	$\infty$
$[\text{Hg}^{2+}]/[\text{Hg}^{2+}]_0$	1	0,66	0,45	0,20	0

9) Expliquer l'intérêt du choix  $[\text{Fe}^{2+}]_0 = [\text{Hg}^{2+}]_0$  dans la première expérience, et l'intérêt du choix  $[\text{Fe}^{2+}]_0 \gg [\text{Hg}^{2+}]_0$  dans la seconde.

Pour la suite, on pourra remarquer qu'il n'y a pas beaucoup de points et que les valeurs numériques sont assez simples.

10) Montrer que l'ordre global de la réaction est 2.

11) Montrer qu'on peut raisonnablement estimer que les ordres partiels vérifient  $p = q = 1$ .

**Extension du domaine de la lutte ...**

Dans la seconde moitié de l'année 1940, eut lieu la "Bataille d'Angleterre". L'aviation allemande a bombardé l'Angleterre pour détruire son potentiel de combat.

Pourtant, ils n'ont jamais bombardé Oxford ou Cambridge, pourtant dans leur rayon d'action, alors qu'ils savaient très bien ce qu'on y faisait. **Q1 : pourquoi donc ?**

Ils n'ont pas non plus bombardé Bletchley Park (une fois, une bombe est tombée près de la gare voisine, ce qui a inquiété les services de sécurité anglais : les Allemands savaient-ils quelque chose ?), entre les deux villes précédentes, et pourtant... **Q2 : que se passait-il en cet endroit ?**

A la même époque, le Manhattan Project fut lancé avec à sa tête un obscur général qui avait pourtant autorité à donner des ordres à des généraux plus gradés que lui (A force de se plaindre, il finira par obtenir une seconde étoile, ce qui ne changeait pas grand-chose, mais le satisfait quelque peu). Il fut finalement remplacé fin 1945 malgré le succès incontestable du projet. **Q3 : mais comment est-ce possible ?**

FIN