

PSI2. devoir en classe n°2. 4h . Samedi 5 octobre 2024.
Calculatrices autorisées. Téléphones portables interdits.
Rangement final dans l'ordre de l'énoncé.
Numérotez vos feuilles de 1/n à n/n.
Les problèmes font partie du problème.

Ph1.Extrait Centrale psi.

On souhaite suivre les petits déplacements linéaires d'un piston par voie électrique. Les déplacements x du piston sont transmis à un système de condensateurs différentiels.

Ces condensateurs permettent, à l'aide d'une électronique adaptée, de déterminer le déplacement x du piston. Le capteur à capacités différentielles comporte quatre condensateurs C_{1a} , C_{1b} , C_{2a} et C_{2b} assimilables à des condensateurs plans. On négligera les effets de bord.

Au repos, défini par la position $x = 0$, les armatures des condensateurs sont toutes distantes de e . Elles ont une surface en regard S et baignent dans un liquide diélectrique de permittivité ϵ . Dans toute cette partie, on supposera $x \ll e_0$.

On rappelle que, si l'on néglige les effets de bord, la capacité d'un condensateur plan est donnée par :

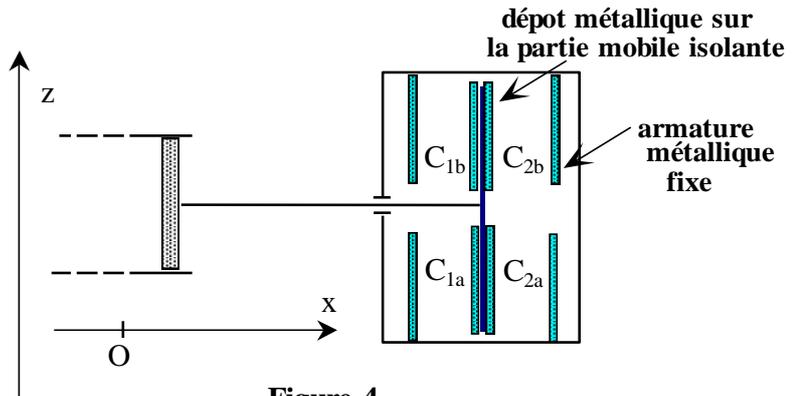


Figure 4

$C = \epsilon S/e$, où S est la surface des armatures en regard et e la distance séparant ces armatures.

III.A - Étude du système de capacités différentielles III.A.1) En négligeant les effets de bord, déterminer les expressions des capacités variables : C_{1a} , C_{1b} , C_{2a} et C_{2b} en fonction de ϵ , S , e_0 et x .
 III.A.2) Application numérique.

$\epsilon = 1,6 \times 10^{-8}$ SI, $S = 9 \text{ cm}^2$, $e_0 = 3 \text{ mm}$.
 Déterminer la valeur commune des capacités lorsque $x = 0$.

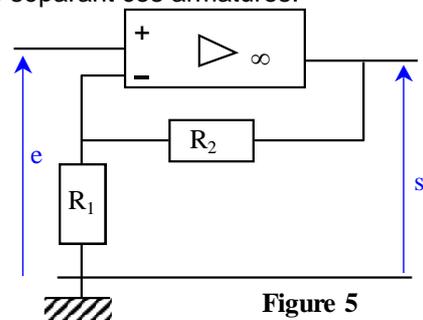


Figure 5

III.B - Oscillateur à pont de Wien

Dans toute cette partie, on supposera les amplificateurs opérationnels (AO) idéaux, fonctionnant en régime linéaire.

III.B.1) On considère le quadripôle figure 5.

- a) Préciser le modèle de l'amplificateur idéal en régime linéaire. Déterminer la fonction de transfert $\underline{F} = \underline{s}/\underline{e}$ en fonction de R_1 et R_2 quand l'AO fonctionne en régime linéaire. Préciser les limitations pratiques que l'on peut rencontrer.
- b) Tracer la caractéristique $s(e)$, c'est-à-dire le graphe représentant s en ordonné en fonction de e en abscisse.

III.B.2) Étude du filtre de Wien ci-contre (figure 6).

a) Déterminer la fonction de transfert $\underline{G} = \frac{\underline{S}'}{\underline{E}'}$.

Préciser les paramètres caractéristiques du filtre (gain maximum, pulsation particulière à définir, bande passante).

b) Tracer le diagramme de Bode (gain et phase) associé à \underline{G} . On fera apparaître sur chacun des graphes le tracé asymptotique et le tracé réel. Quelle est la fonction de ce quadripôle ?

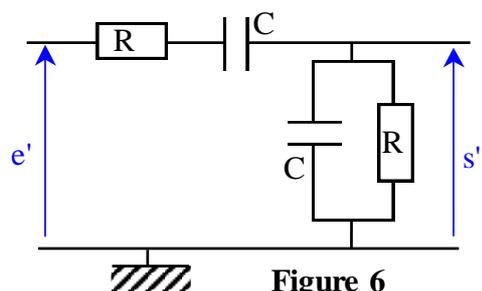


Figure 6

III.B.3)

a) On couple le filtre de Wien avec le montage amplificateur du III.B.1 figure 5. On ne tient aucun compte de la réponse fréquentielle de l'amplificateur et on suppose le régime linéaire toujours établi. À partir des expressions F et G, montrer qu'il peut théoriquement exister un signal sinusoïdal sans générateur basse fréquence pour une valeur $r = R_2/R_1$ et une fréquence particulière f à déterminer.

b) En utilisant la relation imposée par l'amplificateur et l'équation différentielle du filtre de Wien, établir l'équation différentielle vérifiée par s' .

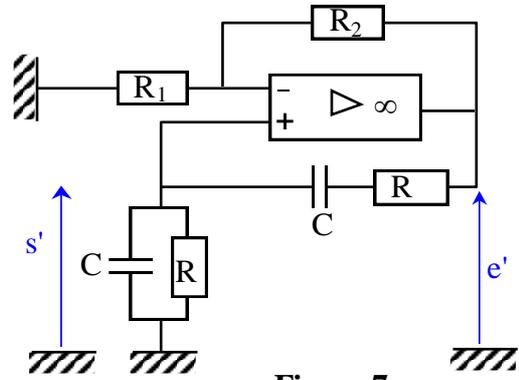


Figure 7

Montrer qu'il peut exister un signal sinusoïdal sans générateur B.F.

Retrouver les conditions du III.B.3-a. Calculer numériquement f si $R = 10 \text{ k}\Omega$ et $C = 4,8 \text{ nF}$.

c) En pratique, on ne sait pas réaliser exactement la condition $r = R_2/R_1$. À partir de l'équation différentielle précédente, montrer qu'une condition d'apparition des oscillations est $r = R_2/R_1 > n$ (n entier à définir). Si on choisit $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$, les valeurs disponibles dans les catalogues étant $4,7 \text{ k}\Omega$, $5,6 \text{ k}\Omega$, $10 \text{ k}\Omega$, quelle valeur doit-on prendre pour R_1 ?

III.B.4) Amélioration du montage On donne la caractéristique d'une diode Zener idéale (voir figure 8 ci-contre).

Pour améliorer le comportement du montage, on remplace la résistance R_2 par le dipôle AB suivant, qui comporte deux résistances R_2 et R_3 deux diodes Zener tête bêche.

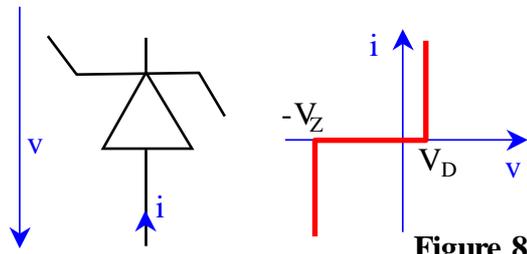


Figure 8

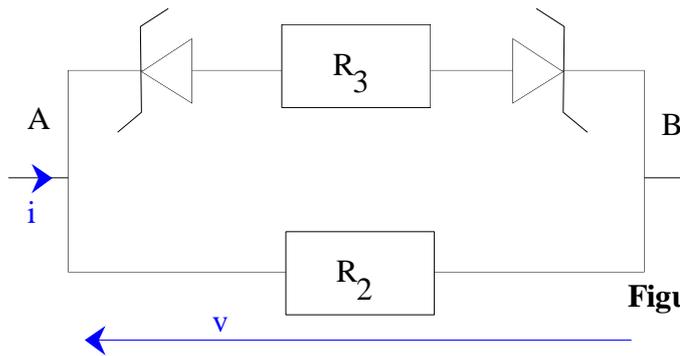


Figure 9

a) Tracer la caractéristique $v(i)$ du dipôle AB, c'est-à-dire le graphe représentant la tension v en ordonné e en fonction du courant i en abscisse. Préciser en fonction de R_2 , R_3 , V_D et V_Z les différentes pentes et les coordonnées des points particuliers de cette caractéristique.

b) En quoi l'introduction du dipôle AB améliore la qualité de l'oscillateur ?

III.C - Étude globale du capteur

Le capteur complet se compose du système de condensateurs C_{1a} et C_{1b} , de capacité C_1 et du système de condensateurs C_{2a} et C_{2b} de capacité C_2 . Ces condensateurs sont utilisés dans deux oscillateurs sinusoïdaux à pont de Wien qui oscillent respectivement aux pulsations $\omega_1 = 1/RC_1$ et $\omega_2 = 1/RC_2$. Soit $v_1(t) = A.\cos(\omega_1 t)$ le signal issu du premier oscillateur et $v_2(t) = A.\cos(\omega_2 t)$ le signal issu du second oscillateur. Ces signaux sont traités par un montage électronique comportant un multiplieur qui fournit la tension $v_m(t) = k_m.v_1(t).v_2(t)$ et une cellule de filtrage $R'C'$, avec k_m une constante multiplicative. La tension v_c' aux bornes du condensateur de la cellule $R'C'$ est alors analysée par un fréquencemètre qui délivre une tension continue V_s proportionnelle à la fréquence f de v_c' . On posera $V_s = \gamma f$. Comment faut-il choisir le produit $\tau' = R'C'$ pour obtenir une tension V_s proportionnelle à x ?

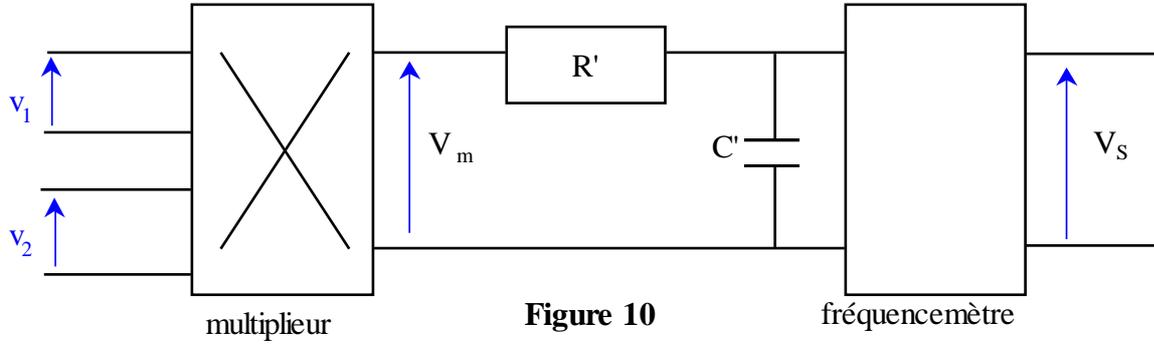


Figure 10

Ph2. Extrait banque ptA.

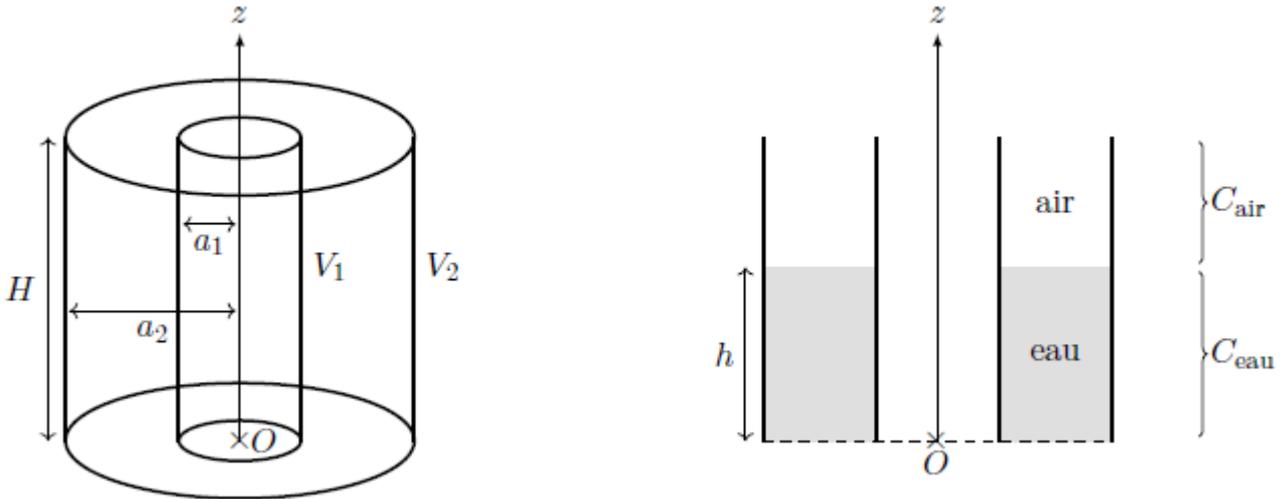


Figure 6 : Pluviomètre capacitif en l'absence d'eau (à gauche), et sa vue de coupe en présence d'eau (à droite).

Ci-dessus un condensateur dont la capacité dépend de la hauteur d'eau h dans l'espace interconducteur. Mesurer C revient à mesurer h . On admet ici : $C(h) = C_0 (A h + B)$ avec A et B des constantes.

Pour mesurer la capacité électrique $C(h)$ du pluviomètre, ce dernier est inséré dans le multivibrateur astable présenté en Figure 7, qui est constitué de deux amplificateurs linéaires intégrés (ALI). Nous allons montrer que la période des tensions électriques dans ce montage est proportionnelle à la capacité du pluviomètre.

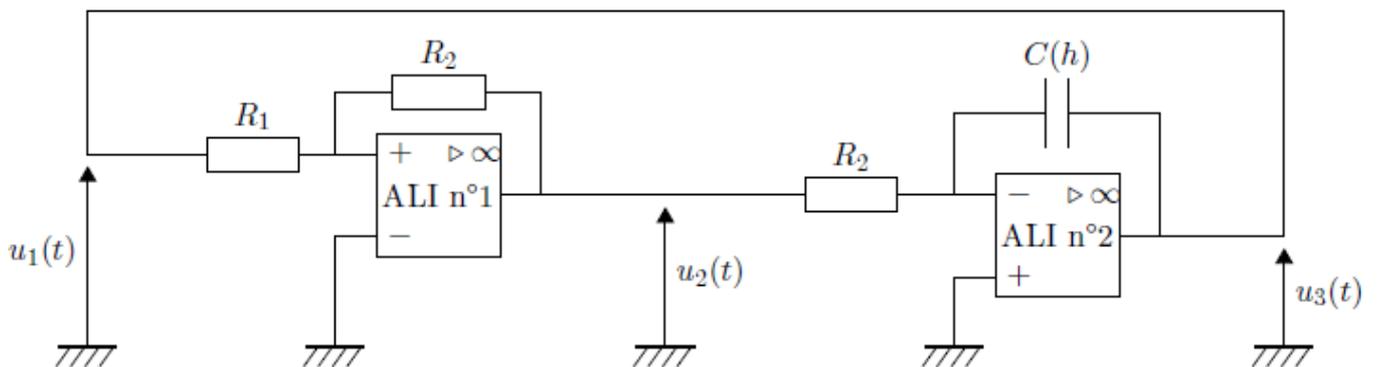


Figure 7 : Multivibrateur astable réalisant le conditionnement du pluviomètre.

On suppose que les deux ALI de ce montage sont idéaux et alimentés par une tension continue. On note V_{sat} leur tension de saturation.

1. Rappeler les valeurs des courants de polarisation, de l'impédance d'entrée, de l'impédance de sortie, et du gain statique pour un ALI idéal.

On étudie tout d'abord la première partie du montage, comprise entre les tensions $u_1(t)$ et $u_2(t)$ sur la **Figure 7**.

2. Justifier que l'ALI n°1 fonctionne en régime saturé.

3. Exprimer le potentiel de l'entrée non-inverseuse de l'ALI n°1 en fonction de R_1 , R_2 , $u_1(t)$ et $u_2(t)$.

4. En supposant que $u_2(t) = +V_{sat}$, déterminer la tension seuil U_1^- correspondant au basculement de l'ALI n°1.

5. En supposant que $u_2(t) = -V_{sat}$, déterminer la tension seuil U_1^+ correspondant au basculement de l'ALI n°1

On étudie maintenant la seconde partie du montage, comprise entre les tensions $u_2(t)$ et $u_3(t)$ sur la **Figure 7**.

6. Justifier que l'ALI n°2 fonctionne en régime linéaire.

7. Montrer que la tension $u_2(t)$ peut s'exprimer sous la forme :

$$u_2(t) = -k \frac{du_3}{dt}$$

avec k une constante positive que l'on exprimera en fonction des composants du montage.

On étudie enfin le montage dans son ensemble.

On suppose que le potentiel en sortie de l'ALI n°1 bascule à $+V_{sat}$ à l'instant $t = 0$, les tensions vérifient donc : $u_2(t = 0^+) = +V_{sat}$ et $u_3(t = 0^+) = U_1^+$.

8. Déterminer l'expression de la tension $u_3(t)$, tant que l'ALI n°1 n'a pas basculé, en fonction du temps t , de la tension de saturation V_{sat} et des composants du montage.

9. Exprimer l'instant t_1 , où le potentiel en sortie de l'ALI n°1 bascule à $-V_{sat}$, en fonction des composants du montage.

10. Déterminer l'expression de la tension $u_3(t)$, après le basculement de l'ALI n°1, en fonction du temps t , de la tension de saturation V_{sat} et des composants du montage.

11. Exprimer l'instant t_2 , où le potentiel en sortie de l'ALI n°1 bascule à nouveau à $+V_{sat}$, en fonction des composants du montage.

12. Représenter graphiquement l'évolution des tensions $u_2(t)$ et $u_3(t)$ entre les instants $t = 0$ et $t = t_2$.

13. Exprimer la période T des oscillations de ces tensions en fonction des composants du montage.

14. On a donc ramené la mesure d'une hauteur à une mesure de temps. Expliquer l'intérêt.

Ch1. Extrait ccp psi.

Masses molaires

- $M(\text{Na}) = 23 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
- $M(\text{Cl}) = 35,5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

Constantes fondamentales

- $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Le principal sel neutre dissous dans l'eau de mer est le chlorure de sodium. Il s'agit d'un composé chimique ionique de formule NaCl. Il est notamment un facteur aggravant de la corrosion qui touche toutes les infrastructures construites en bord de mer ou pire, en pleine mer, comme le fort Boyard.

II. 1 - Structure cristallographique du chlorure de sodium

Le chlorure de sodium NaCl est un cristal ionique dans lequel les ions Na^+ forment un réseau de type cubique face centrée (cfc) de paramètre de maille a , représenté figure 3. Les ions Cl^- , quant à eux, se logent dans les sites octaédriques.

On note r le rayon d'un cation Na^+ et R le rayon d'un anion Cl^- .

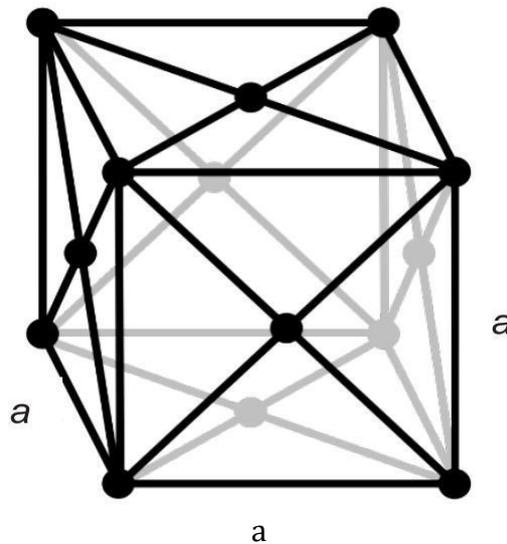


Figure 3 - Structure de type cubique face centrée

Q14. Combien y a-t-il d'ions sodium par maille ?

Q15. Préciser la position des centres des sites octaédriques. Combien y en a-t-il par maille? Sont-ils tous occupés par les atomes de chlore ?

On donne $r = 97\text{pm}$, $R = 181\text{pm}$ et $a = 556\text{pm}$. On admet que $a\sqrt{2} = 786\text{pm}$ et $a\sqrt{3} = 963\text{pm}$.

Q16. Préciser si les ions Na^+ sont tangents entre eux et si oui, préciser suivant quel alignement. Préciser si les ions Na^+ et Cl^- sont tangents entre eux et si oui, préciser suivant quel alignement.

Q17. Exprimer, en fonction de r et de R , la compacité du cristal de NaCl.

Q18. Exprimer la masse volumique ρ_{NaCl} du chlorure de sodium en fonction de r et de R ainsi que des masses molaires $M(\text{Na})$ et $M(\text{Cl})$. Indiquer ensuite la valeur numérique correcte parmi les valeurs suivantes :

$$\rho_{\text{NaCl}} = 2,16 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}; \rho_{\text{NaCl}} = 216 \text{ g} \cdot \text{dm}^{-3}; \rho_{\text{NaCl}} = 21,6 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

II. 2 - Enthalpie de dissolution du chlorure de sodium dans l'eau

On rappelle que la variation d'enthalpie d'un système calorifugé évoluant à pression constante est nulle.

Expérience 1

On place dans un calorimètre une masse $m_1 = 300$ g d'eau ainsi qu'un thermomètre et un barreau aimanté. L'ensemble est à température ambiante $T_1 = 20^\circ\text{C}$. On ajoute rapidement une quantité $m_2 = 200$ g d'eau à $T_2 = 60^\circ\text{C}$. À l'équilibre, on relève une température $T_3 = 35^\circ\text{C}$.

Expérience 2

On introduit dans le même calorimètre, toujours équipé d'un thermomètre et d'un barreau aimanté, une masse $m_3 = 500$ g d'eau. Le tout est à température ambiante $T_1 = 20^\circ\text{C}$.

Puis on introduit rapidement une masse $m_4 = 50$ g de chlorure de sodium initialement à la température ambiante $T_1 = 20^\circ\text{C}$.

On mesure alors une baisse brutale de température $\Delta T = -1,5^\circ\text{C}$.

On note c_e la capacité calorifique massique de l'eau à pression constante, supposée indépendante de la température. De plus, la capacité calorifique d'une solution sera assimilée à celle de l'eau pure qu'elle contient.

Q19. Exprimer la capacité thermique C du calorimètre équipé de ses accessoires (thermomètre + barreau aimanté) en fonction de c_e, m_1, m_2, T_1, T_2 et de T_3 .

Q20. Exprimer l'enthalpie massique de dissolution de NaCl dans l'eau, notée $\Delta_{\text{diss}} h$, en fonction de c_e, C, m_3, m_4 et de ΔT .

Q21. Quel est l'effet d'une augmentation de température, à pression constante, sur la solubilité du chlorure de sodium dans l'eau pure ? Justifier.

Ch2. Extrait banque pt.

A.2. Thermodynamique de décomposition de la phosphine

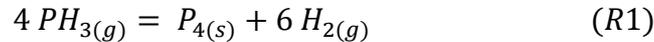
(s) signifie solide et (g) signifie gazeux.

Constante des gaz parfait : $R = 8,314 \text{ SI}$

Enthalpies standard de formation, supposées indépendantes de la température :

$$\Delta_f H^\circ(P_{4(s)}) = 0 \qquad \Delta_f H^\circ(PH_{3(g)}) = 5,6 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

On considère la décomposition thermique de la phosphine PH_3 sur catalyseur de silice $SiO_{2(s)}$ selon la réaction (R1) :



- Q1.** Dans les données en début d'énoncé, on peut lire « $\Delta_f H^\circ(P_{4(s)}) = 0$ ». En déduire une information sur l'espèce $P_{4(s)}$.
- Q2.** Déterminer la valeur de l'enthalpie standard de la réaction (R1).
- Q3.** En justifiant, déterminer le signe de l'entropie standard de la réaction (R1).
- Q4.** Exprimer littéralement la constante d'équilibre K° de la réaction (R1) en fonction, entre autres, de son enthalpie standard de réaction et de son entropie standard de réaction.
- Q5.** Exprimer le quotient de réaction Q en fonction des différentes quantités de matière et de la pression totale.
On suppose un équilibre initial à 800K et sous 1 bar en présence de $P_{4(s)}$ où les quantités de matières de la phase gazeuse sont les suivantes : $n(PH_{3(g)}) = 1 \text{ mol}$ et $n(H_{2(g)}) = 47,3 \text{ mol}$

Développer le processus permettant d'obtenir la valeur numérique de la constante d'équilibre à cette température.

En déduire alors une estimation de la valeur numérique de l'entropie standard de réaction.
Commentaire.

A.3. Cinétique de décomposition de la phosphine

On étudie maintenant la cinétique de la réaction (R1), supposée totale. A $t = 0$, on introduit une quantité n_0 de phosphine et une quantité connue de catalyseur dans un réacteur indéformable, initialement vide, de volume V et maintenu à la température $T = 800 \text{ K}$ pendant toute la durée de l'expérience. On mesure alors l'évolution temporelle de la pression totale P dans le réacteur. Les gaz sont modélisés par des gaz parfaits.

- Q6.** En justifiant la réponse, indiquer si au cours de la transformation, l'opérateur doit chauffer ou refroidir le réacteur afin de maintenir la température constante.
- Q7.** Dresser un tableau d'avancement pour la réaction (R1) en indiquant une ligne pour l'état initial et une ligne à un état d'avancement ξ quelconque.
- Q8.** Etablir l'équation ci-dessous liant la pression initiale P_0 dans le réacteur, la pression totale P à l'instant t , et la pression partielle P_{PH_3} en phosphine à l'instant t :

$$P_{PH_3} = 3P_0 - 2P$$

Wie Gott in Frankreich.

Q9. En déduire l'expression de la concentration molaire en phosphine C_{PH_3} dans la phase gazeuse en fonction, entre autres, de la pression totale P et de la pression initiale P_0 .

Grâce à la relation précédente, on établit les tracés de la Figure 2 et les régressions linéaires associées.

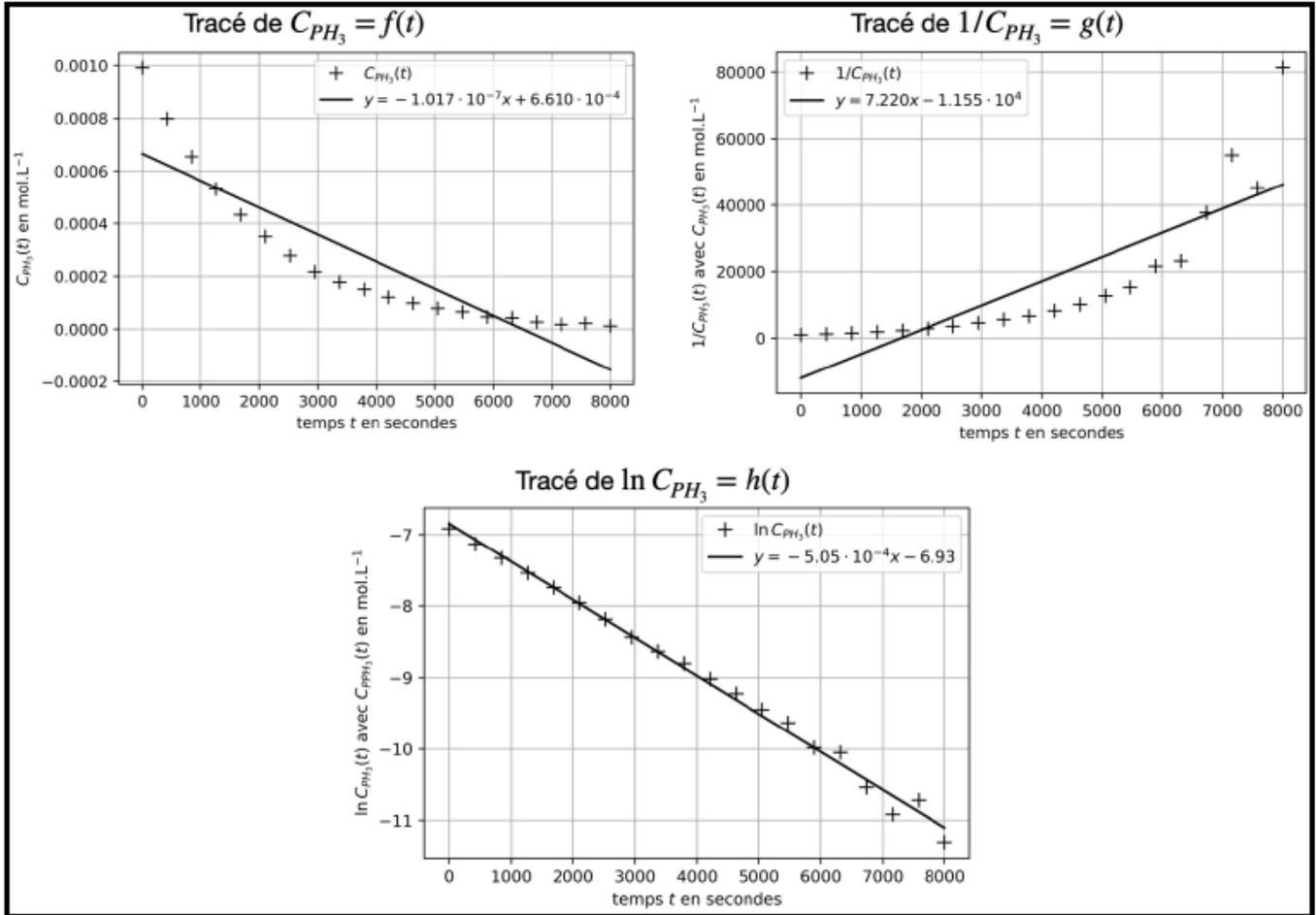


Figure 2

Q10. En vous basant sur la Figure 2, **montrer** que la décomposition de la phosphine obéit à une loi de vitesse d'ordre 1.

Etablir une relation entre les concentrations molaires $C_{PH_3}(t)$ et $C_0 = C_{PH_3}(t = 0)$, le temps t et la constante de vitesse k associée à (R1).

Q11. Déterminer la valeur de k .

Q12. Etablir l'expression littérale du temps τ nécessaire à la décomposition de 90 % de la phosphine dans les conditions de l'expérience en fonction de k .

Q13. Evaluer τ en secondes.