

ΠΣΙ2. Devoir en classe n°5. Samedi 1 février 2025. 4h.

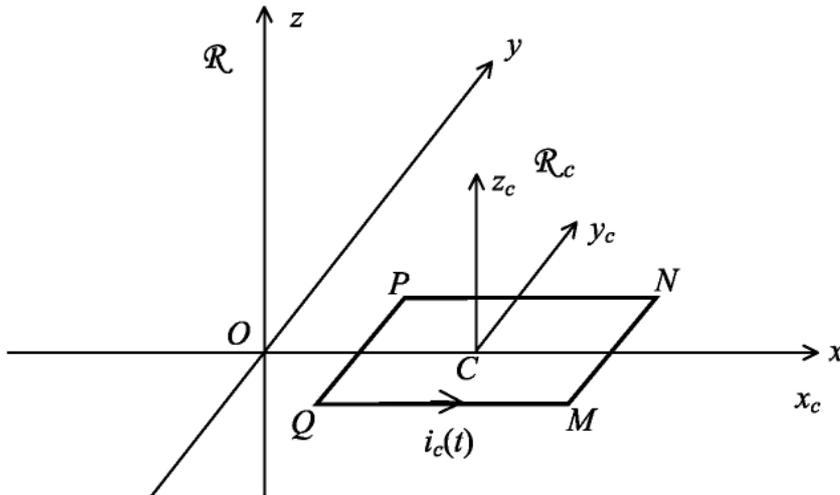
Copies à rendre dans l'ordre de l'énoncé, numérotées de 1/n à n/n.

Eviter les ratûres, surcharges, blanco. Pensez au scan.

Calculatrices autorisées. Téléphones portables interdits.

Problème 1. Le moteur linéaire. Origines diverses et ccp mp.

Ce problème analyse du point de vue de l'électromagnétisme fondamental le fonctionnement d'un moteur linéaire. Dans certains types de moteurs linéaires un système statique (inducteur) crée, dans le référentiel de repos, le champ glissant auquel est soumis la partie mobile. C'est le cas que nous examinons ci-dessous. Le système considéré est décrit sur la figure ci-dessous dont on respectera les conventions. Il se déplace sur des rails horizontaux, l'axe Oz est vertical ascendant et on néglige tout frottement.



Dans le référentiel galiléen d'étude, un cadre conducteur MNPQ, composé de N spires carrées identiques de côté a en série, de résistance totale r, se déplace avec la vitesse constante $\vec{v}_c = v_c \vec{u}_x$ avec dans un champ dans un champ magnétique glissant créé par des sources non représentées :

$$\vec{B}(M, t) = B_m \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{v_o} \right) \right] \vec{u}_z = B_m \cos[\omega t - kx] \vec{u}_z$$

On supposera les constantes a, r, v_c, v_o, B_m positives.

Le dessin définit le signe positif du courant $i_c(t)$ circulant dans le cadre.

L'origine des temps est telle que : $\vec{OC}(t) = v_c t \vec{u}_x$.

On définit $g_c = 1 - \frac{v_c}{v_o}$.

Pour les AN, on prendra : a=0,3m ; B_m=0,6T ; N=100 ; $\omega = 200\pi \text{ s}^{-1}$; r=0,25 Ω et v_o=60 m.s⁻¹.

1)A à un instant t quelconque, exprimer les abscisses x_P(t) de P et x_M(t) de M. En justifiant, quel est le vecteur normal associé au cadre conducteur ?

2)Calculer par intégration le flux du champ magnétique à travers le cadre. On pourra utiliser la notation complexe pour simplifier le calcul et revenir ensuite en réel. On fera apparaître la pulsation $g_c \omega$ dans le calcul.

Mettre alors la fem d'induction e(t) sous la forme :

$$e(t) = 2aN B_m v_o g_c \gamma \sin(g_c \omega t)$$

où γ est une expression à expliciter en fonction de k et de a.

3)Calcul de la force de Laplace sur le cadre.

3a)A priori, il faut calculer 4 forces de Laplace sur le cadre. Justifier par un dessin que seul le calcul de deux est nécessaire du fait de la nature du mouvement.

3b)Calculer les deux forces et mettre la somme \vec{F} sous la forme suivante :

$$\vec{F} = 2aN i_c(t) B_m \gamma \sin(g_c \omega t) \vec{u}_x$$

Wie Gott in Frankreich.

où γ est la même expression qu'à la question 2.

On pourra aussi utiliser la notation complexe.

4) A l'aide du schéma électrique équivalent, exprimer maintenant $i_c(t)$.

5) A un instant donné, exprimer maintenant $p_J(t)$ la puissance dissipée par effet Joule et $p_L(t)$ la puissance de la force de Laplace.

Calculer leurs valeurs moyennes temporelles $P_{mJ} = \langle p_J(t) \rangle$ et $P_{mL} = \langle p_L(t) \rangle$

En déduire la puissance électromagnétique moyenne P_{em} fourni par le champ électromagnétique au cadre.

Exprimer P_{mL} et P_{em} en fonction de P_{mJ} et de g_c .

6) Selon la valeur de g_c réel positif ou non, le cadre peut être qualifié de moteur, frein générateur, ou frein récepteur. Préciser ces qualificatifs et les intervalles correspondants de g_c .

7) Au champ magnétique décrit ici, quel champ électrique peut-on associer ?

Problème n°2. Centrale psi.

Communication par ondes radio avec un sous-marin dans l'eau de mer

Il est capital de maintenir la communication entre le sous-marin et la surface où se trouve un bateau dans lequel une équipe surveille et analyse toutes les données remontées par les dizaines de capteurs permettant de s'assurer du bon fonctionnement des systèmes (batterie, propulsion, ballast, qualité de l'air dans le poste de pilotage, température...). En cas de dysfonctionnement d'un des systèmes, l'équipe de surface doit être capable d'identifier la défaillance et de proposer une solution au pilote. Le déploiement d'un câble entre le bateau et le sous-marin n'étant pas envisageable, on propose dans la suite d'étudier la communication par ondes électromagnétiques.

On admet qu'il est nécessaire de remplacer la permittivité du vide ϵ_0 par la permittivité $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ dans les équations de Maxwell afin de prendre en compte les propriétés de polarisation de l'eau de mer. La permittivité relative de l'eau de mer ϵ_r , sensiblement égale à celle de l'eau, est rappelée dans les données. La perméabilité de l'eau de mer est supposée égale à celle du vide μ_0 .

On considérera que l'eau de mer se comporte comme un conducteur ohmique de conductivité γ dont la valeur est fournie dans les données.

Q 16. Énoncer la loi d'Ohm locale reliant la densité volumique de courant \vec{j} , la conductivité γ et le champ électrique \vec{E} .

Q 17. Rappeler l'équation locale de conservation de la charge et déduire que la densité volumique de charge vérifie $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\rho}{\tau} = 0$

où on exprimera τ en fonction de la conductivité γ et de la permittivité ϵ .

Q 18. Évaluer numériquement τ et conclure pour des ondes de fréquence inférieure à $f = 1,00$ MHz.

On envisage la propagation d'une pseudo-onde plane progressive polarisée rectilignement se propageant dans l'eau de mer vers les z croissants, $\vec{E} = E_0 \exp(i(\omega t - \underline{k}z)) \vec{e}_x$ avec $i^2 = -1$, E_0 et ω des constantes réelles positives et \underline{k} une constante complexe.

Q 19. Écrire l'équation de Maxwell-Ampère et identifier un terme de courant de déplacement et un terme de courant de conduction. Déterminer la valeur de la pulsation ω_c à partir de laquelle le courant de déplacement devient plus grand que le courant de conduction.

Q 20. On suppose $\omega \ll \omega_c$. Établir l'équation aux dérivées partielles vérifiée par le champ électrique \vec{E} réel. De quel type d'équation s'agit-il ?

Q 21. Exprimer le nombre d'onde complexe \underline{k} en fonction de $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma \omega}}$.

Vérifier l'unité de δ à partir de \underline{k} . Vérifier que la formule est homogène.

Évaluer numériquement δ pour une fréquence $f = 1,0\text{MHz}$.

Proposer avec justification une solution physiquement acceptable pour le champ électrique et en déduire le champ magnétique en fonction notamment de δ .

Q 22. Obtenir l'expression du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}(z, t)$, puis celle de sa moyenne temporelle $\langle \vec{\Pi}(z, t) \rangle$ qu'on écrira finalement sous la forme $\langle \vec{\Pi}(z, t) \rangle = K \cdot \exp\left(-\frac{2z}{\delta}\right) \vec{e}_z$ avec K à définir.

Q 23. Évaluer le rapport $\frac{\|\langle \vec{\Pi}(z+L, t) \rangle\|}{\|\langle \vec{\Pi}(z, t) \rangle\|}$ pour $L = 10 \text{ m}$.

Q 24. Est-il réaliste d'envisager une communication par ondes électromagnétiques (de cette gamme de fréquences) entre le bateau et le sous-marin ?

Permittivité diélectrique du vide

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$$

Perméabilité magnétique du vide

$$\mu_0 = 12,6 \times 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$$

Données sur l'eau de mer

Masse volumique de l'eau de mer

$$\rho_0 = 1,02 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Permittivité diélectrique relative

$$\epsilon_r = 75$$

Conductivité électrique

$$\gamma = 5 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$$

Formulaire

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}\vec{a}) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div } \vec{a}) - \Delta\vec{a}$$

Problème n°3. Centrale pc.

Constantes diverses

Permittivité du vide

$$\epsilon_0 = 8,9 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$$

Charge élémentaire

$$e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

Masse de l'électron

$$m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

Célérité de la lumière dans le vide

$$c = 3,0 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Rayon terrestre

$$R_T \approx 6400 \text{ km}$$

Formulaire

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}\vec{a}) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div } \vec{a}) - \Delta\vec{a}$$

La localisation d'un capteur GPS (Global Positioning system) s'appuie sur la mesure des temps de parcours de signaux émis par un ensemble de satellites situés à environ 20000km d'altitude et reçus par le capteur GPS au sol.

Les signaux sont émis sous la forme de paquets d'ondes dans deux fines bandes spectrales dédiées, centrées respectivement sur les fréquences $\nu_1 = 1575,4\text{MHz}$ et $\nu_2 = 1227,6\text{MHz}$.

Une incertitude dans l'estimation de la distance entre le capteur et un satellite se reporte sur la localisation au sol. Dans la suite nous ne considérons qu'un seul satellite dont l'horloge est supposée parfaitement synchronisée avec celle du capteur, on néglige donc l'incertitude sur la mesure temporelle. On considère, en première approximation, que la précision de positionnement au sol est liée à l'incertitude de mesure de distance capteur.

Les ondes émises, avant d'atteindre le capteur au sol, traversent l'ionosphère (couche haute de l'atmosphère formée d'un gaz partiellement ionisé) et subissent, par rapport à la propagation dans le vide, un retard τ , dit retard ionosphérique. Celui-ci, en affectant l'estimation de la distance capteur-satellite, induit une incertitude de positionnement. En dehors de l'ionosphère, le milieu de propagation est non dispersif.

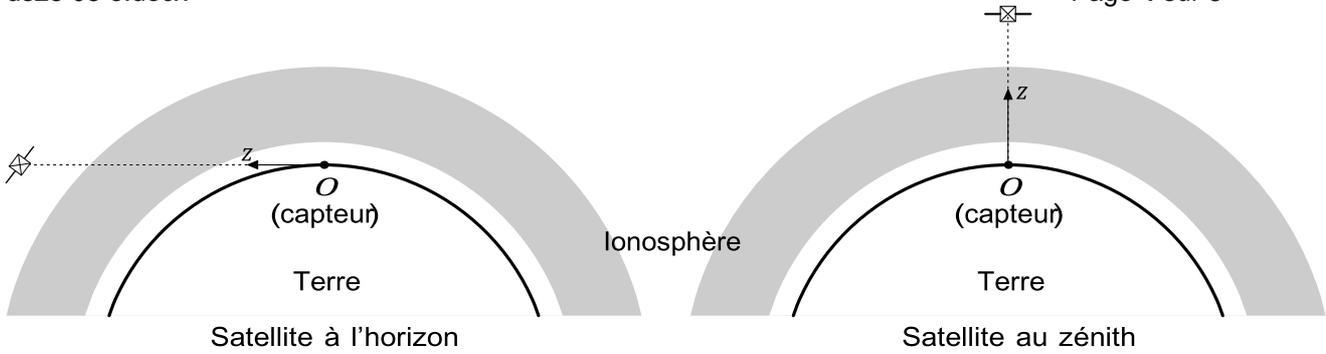


Figure 9 Terre, ionosphère et positions du satellite sur l'horizon et au zénith

Pour caractériser l'interaction entre l'onde électromagnétique émise par le satellite et l'ionosphère, cette dernière est modélisée par une couche uniforme, d'épaisseur d constante, située entre 80 et 800 km d'altitude et formée d'un plasma peu dense. Ce plasma est composé de cations considérés fixes (du fait de leur masse très supérieure à celle des électrons) et d'électrons libres de densité particulière constante $n = 1,0 \times 10^{12} \text{m}^{-3}$, de charge $-e$ et de masse m_e . À la densité particulière n , les interactions électrons-électrons et électrons-cations sont négligeables. Le plasma est supposé localement neutre et les électrons sont non relativistes (leur vitesse V est très inférieure à c , la célérité de la lumière dans le vide). Leur poids est négligeable devant la force de Lorentz. On note ϵ_0 la permittivité du vide.

L'axe (Oz) est l'axe capteur-satellite. Le champ électrique de l'onde émise par le satellite à la distance z du capteur est modélisé par l'écriture complexe $\vec{E}(z, t) = E_0 \exp(i(\omega t + kz)) \vec{e}_x$ où E_0 est une constante réelle, ω est la pulsation de l'onde monochromatique et \underline{k} est une constante complexe dépendant de ω ainsi que des caractéristiques du plasma.

Q 14. En formulant une hypothèse sur l'une des composantes de la force de Lorentz, sans la discuter à ce stade, montrer que la conductivité complexe du plasma peut se mettre sous la forme

$$\underline{\sigma} = \frac{\alpha}{i\omega} \quad \text{où } \alpha = \alpha(N, e, m_e, \epsilon_0) \text{ est une constante réelle positive}$$

Q 15. Établir l'équation aux dérivées partielles portant sur $E_x(z, t)$ caractérisant la propagation de l'onde dans le plasma.

Q 16. En déduire la relation de dispersion caractéristique du plasma sous la forme $\underline{k}^2 = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}$ où

$$\omega_p = \sqrt{\frac{Ne^2}{m_e \epsilon_0}}$$

est la pulsation de plasma.

Indiquer dans quel cas et pourquoi on parle de domaine de transparence du plasma.

Q 17. Montrer que les deux bandes spectrales utilisées par le GPS se situent dans le domaine de transparence du plasma.

Q 18. Exprimer la vitesse de phase v_ϕ .

Q 19. Rappeler la signification de la vitesse de groupe v_g à une pulsation ω et l'exprimer.

Q 20. Tracer l'allure de v_ϕ et de v_g en fonction de ω . Commenter au regard des fréquences utilisées pour les signaux GPS.

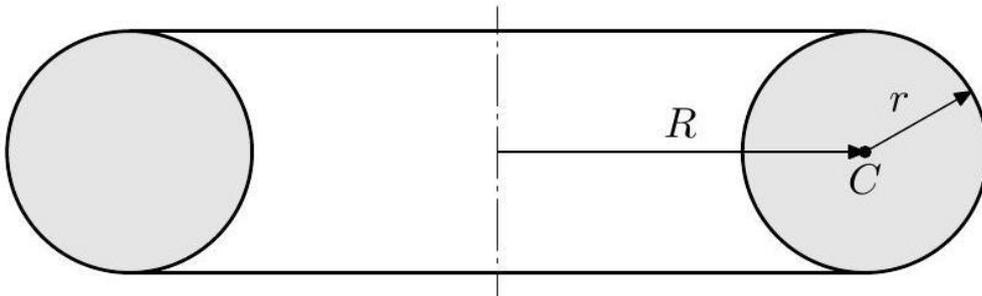
Q 21. Exprimer, en notation complexe, le champ magnétique \vec{B} . Justifier l'hypothèse faite à la question 14.

Q 22. En supposant que le satellite est à la verticale du capteur, donner une expression exacte puis approchée du retard ionosphérique à la traversée de l'ionosphère en fonction de ω , ω_p , c et de l'épaisseur d d'ionosphère traversée.

Q 23. Justifier que ne pas tenir compte de la différence entre v_g et c dans le plasma induit un décalage de positionnement au sol. Donner une estimation numérique.

Problème n°4. Centrale psi.

Un tore est un volume produit par la rotation d'un disque de rayon r autour d'un axe, situé dans son plan à la distance R de son centre.



Sa surface est donnée par $S = 4\pi^2 r R$ et son volume par $V = 2\pi^2 r^2 R$

Constante de Faraday $\mathcal{F} = 96,5 \times 10^3 \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1}$

Données sur l'alliage AZ31

Masse volumique $\rho_{\text{AZ31}} = 1,74 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

Masse molaire $M_{\text{AZ31}} = 24,4 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

Couple d'oxydoréduction $\text{AZ31}^{2+} / \text{AZ31}$

Système de libération du ballast

Le sous-marin Deepsea Challenger, utilisé pour l'exploration des fosses marines, est un système à flottaison négative, sa remontée à la surface se fait par la libération des ballasts.

Afin d'empêcher que le sous-marin ne se retrouve bloqué au fond de l'océan, il est prévu plusieurs systèmes de libération :

- le système principal est composé d'un contacteur électromagnétique nécessitant une alimentation électrique extérieure. En cas de défaillance du système d'alimentation, il est prévu deux systèmes de secours ;
- un système de goupille thermique (frangibolt) commandé par un signal acoustique fait fondre un rivet par l'application d'un courant électrique. Ce dispositif est autonome et ne nécessite pas d'alimentation externe ;
- en ultime recours, un système de libération galvanique programmée (GTR: galvanic timed release) libère automatiquement le ballast par la corrosion spontanée d'une goupille en métal fortement réducteur après un temps inférieur à la durée maximale de plongée.

Un schéma d'un dispositif GTR est présenté figure 3. Le système présenté dans cette figure n'est pas celui utilisé dans le sous-marin, il s'agit d'un système analogue plus compact dont le temps de corrosion est équivalent. Les anneaux d'attache sont en nickel et le barreau cylindrique qui les relie en alliage de magnésium AZ31 composé très majoritairement de magnésium. Dans la suite, on note ce métal AZ31 et on considère que ses propriétés redox sont identiques à celles du magnésium.

Lors de l'immersion dans l'eau, on observe la formation de bulles au niveau des anneaux d'attache.

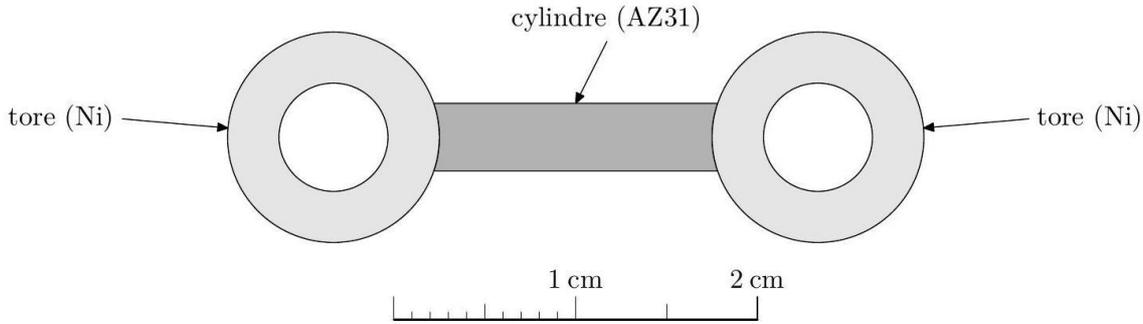


Figure 3

La figure 4 donne les courbes courant-potentiel.

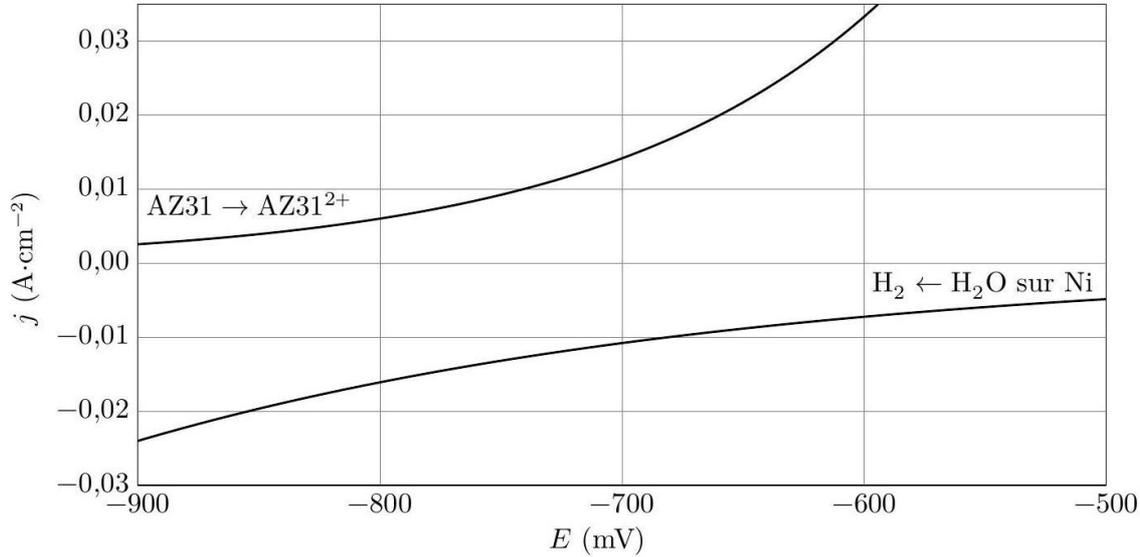


Figure 4

Q 11. Identifier les transformations se produisant sur chacune des surfaces métalliques. Écrire les demiéquations électroniques correspondantes ainsi que l'équation de réaction (on prendra un nombre stœchiométrique de 1 pour l'espèce qui s'oxyde).

Q 12. Déduire du schéma de la figure 3 et des données de l'énoncé l'expression de l'avancement maximal ξ_{\max} de cette réaction lorsque la tige de AZ31 a été totalement corrodée.

Q 13. Quel lien peut-on établir entre le courant de corrosion i_{corr} et le courant surfacique j_{AZ31} qui s'échappe de cette tige à l'instant initial ?

Q 14. Au départ, le potentiel commun aux deux métaux est voisin de -0,6V. Expliquer pourquoi les deux ordonnées sur les courbes intensité-potentiel ne sont pas opposées.

Q 15. Calculer une estimation de la durée au bout de laquelle le système GTR libère le ballasts. Commenter sachant que la durée d'une mission est de quelques heures.

Problème n°5. Centrale psi.

L'hydrazine est le premier propergol à avoir été utilisé pour la propulsion aéronautique, en particulier dans les avions fusées Messerschmitt Me 163 (A titre informatif, cet engin ne s'est révélé dangereux que pour ses pilotes). La formule de l'hydrazine est N_2H_4 .

Produit ionique de l'eau : $K_e=10^{-14}$ Constante de Nernst à $T=298K$: $\frac{RT}{F} \ln(10) = 0,06V$

Isotope ultramajoritaire de quelques éléments : 1_1H , $^{12}_6C$, $^{14}_7N$, $^{16}_8O$.

Pile à hydrazine

L'hydrazine a été remise au gout du jour par le constructeur automobile Daihatsu : elle remplace l'hydrogène dans les piles à combustibles, sources d'énergie pour les moteurs.

Une pile à combustible est constituée de (figure 1) :

- deux électrodes métalliques poreuses permettant le passage du combustible et du dioxygène ;
- un électrolyte contenant des ions H^+ pour la pile à hydrogène et OH^- pour la pile à hydrazine.

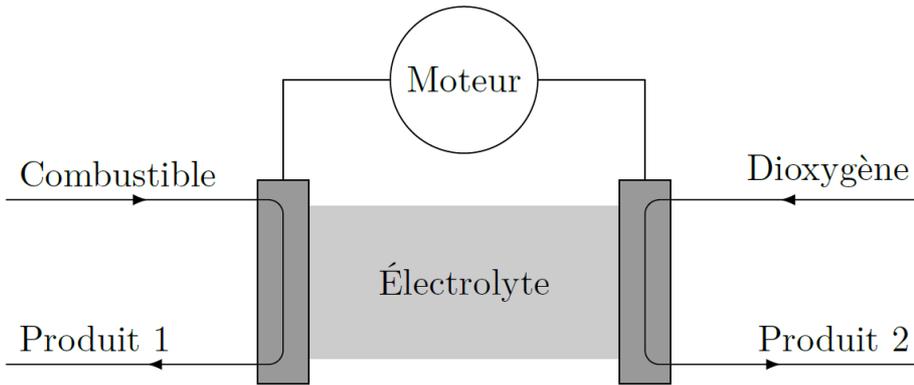


Figure 1

Pour la pile à hydrogène, le combustible est du dihydrogène sous forme gazeuse, la réaction se fait en milieu très acide. Pour la pile à hydrazine, le combustible est une solution aqueuse à 5% en hydrazine, la réaction se fait en milieu basique.

A - On donne les potentiels standard

Couple	$H^+_{(aq)}/H_2$	O_2/H_2O	N_2/N_2H_4
$E^\circ(V)$	0,0	1,23	-0,33

A.1) Pour chacune des piles, écrire, pour les différents couples susceptibles d'intervenir, les demi-équations rédox en tenant compte du pH.

A.2) Pour chacune des piles, reproduire succinctement la figure 1 en indiquant :

- le nom des électrodes ;
- le nom des produits 1 et 2 ;
- le sens de circulation des électrons ;
- le sens de circulation du courant ;
- le sens de déplacement des porteurs de charges dans l'électrolyte ;
- les pôles de la pile.

A.3) Pour chaque pile, écrire l'équation bilan de la réaction et déterminer la valeur de sa constante d'équilibre. Commenter les résultats obtenus.

A.4) Écrire l'équation de combustion de l'éthane C_2H_6 par le dioxygène. Quel est un avantage de la pile à combustible par rapport à un moteur thermique utilisant la combustion de l'éthane ?

B - Choix des électrodes

B.1) Dans la pile à hydrogène, les électrodes sont en platine. Dans la pile à hydrazine, l'électrode en contact avec l'hydrazine est en nickel, celle en contact avec le dioxygène est en cobalt. Quelle doit être la principale propriété des électrodes utilisées dans les piles à combustible ?

B.2) Les diagrammes potentiel-pH simplifiés du cobalt, du nickel et du platine sont donnés figure 2. Les diagrammes potentiel-pH du cobalt et du nickel peuvent être considérés comme identiques.

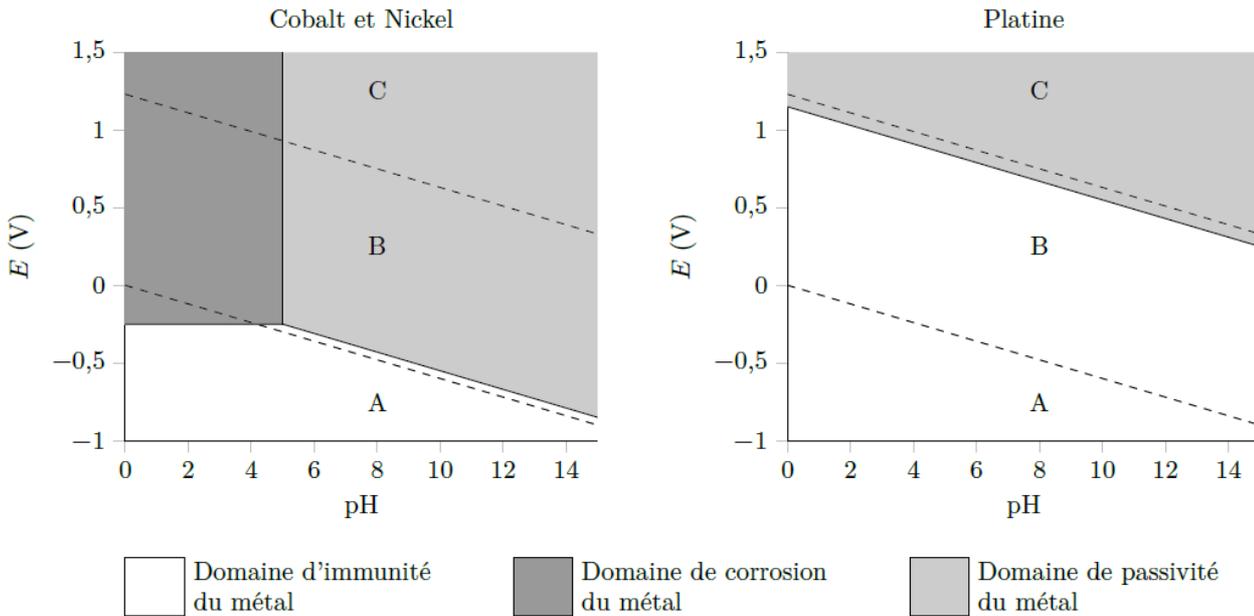


Figure 2 Diagrammes potentiel-pH du cobalt, du nickel et du platine

- a) Qu'appelle-t-on domaines d'immunité, de corrosion et de passivité ?
- b) À quoi correspondent les trois domaines A, B et C délimités par les deux droites en pointillés relatives aux couples rédox de l'eau ?

B.3) Compte tenu des conditions opératoires pour chacune des piles et en exploitant les diagrammes potentiel-pH de la figure 2, justifier le choix des électrodes. Est-il possible d'utiliser une électrode en cobalt ou nickel pour la pile à hydrogène ? Quelles peuvent être les raisons qui ont conduit au choix des électrodes en nickel et en cobalt pour la pile à hydrazine ?

FIN

« Je suis né à Oxford le 8 janvier 1942, alors que mes parents habitaient Londres. Cela parce que, durant la seconde guerre mondiale, les Allemands s'étaient engagés à ne pas bombarder Oxford et Cambridge, en échange de quoi les Britanniques ne bombarderaient pas Heidelberg et Göttingen. »

Qui est-ce ?

Dans ses mémoires, il écrit :

Au Caltech, les deux principales stars du département de Physique étaient alors Richard Feynman et Murray Gell-Mann, deux lauréats du prix Nobel qu'une intense rivalité séparait. Lors de la première séance de son séminaire hebdomadaire, Gell-Mann annonça : "Je vais répéter certaines conférences que j'ai prononcées l'an dernier", sur quoi Feynman se leva et sortit. Gell-Mann ajouta alors : "Maintenant qu'il est parti, je peux vous dire de quoi je souhaite réellement vous parler".

De l'humour en mathématiques...

Au début des années 30, un certain nombre de mathématiciens d'envergure se retrouve à Princeton. On peut citer Turing, Von Neumann (associés tous deux à la création de l'ordinateur théorique, puis à sa réalisation pratique), Church (frustré d'avoir été oublié par l'Histoire), Weyl (fondements théoriques de la mécanique quantique). Leurs étudiants avaient eux aussi découvert quelques lois fondamentales :

- a) Si Church dit que c'est évident, c'est que tout le monde l'a vu il y a une demi-heure.
- b) Si Weyl dit que c'est évident, Von Neumann peut le prouver.