I Compléments d'algèbre linéaire

1. Révisions du programme de PCSI
   a) Familles génératrices, libres, bases, dimension
   b) Matrices : calcul matriciel, matrice d'une application linéaire

2. Sommes et produits d'espaces vectoriels
   a) Produit d'espaces vectoriels.
   b) Espaces supplémentaires.
   c) Somme directe de p sous-espaces vectoriels, bases adaptées, calcul matriciel par blocs. Si $E = \sum_{i=1}^{p} E_i$ alors la somme est directe si et seulement si $\dim(E) = \sum_{i=1}^{p} \dim(E_i)$.

3. Applications linéaires
   a) Rang d'une application linéaire, théorème du rang, application aux polynômes de Lagrange, équivalence injectif/surjectif pour une application linéaire entre deux espaces vectoriels de dimensions finies égales.
   b) Existence et unicité de l'application linéaire dont les restrictions à des sous espaces E_i tels que $E = \bigoplus_{i=1}^{p} E_i$ sont données.
   c) Sous-espaces stables par un endomorphisme, caractérisation matricielle, endomorphisme induit. Si u et v commutent, alors $\ker(u)$ et $\mathrm{Im}(u)$ sont stables par v. L'étude des noyaux et images itérés d'un endomorphisme a été vue en exercice.
   d) Polynômes d'endomorphismes et de matrices, polynômes annulateurs, existence de polynômes annulateur non nuls en dimension finie. Utilisation d'un polynôme annulateur non nul pour le calcul de l'inverse ou des puissances d'une matrice (*méthodes qui font explicitement partie du programme*).

4. Formes linéaires et hyperplans
   a) Hyperplans en dimension finie : définitions équivalentes, équation cartésienne dans une base donnée.
   b) Trace d'une matrice carrée et d'un endomorphisme.

5. Déterminants
   a) Définition et propriétés : rappels de première année.
   b) Calculs : développement suivant une rangée, déterminant de Vandermonde, déterminant d'une matrice triangulaire par blocs.

II Intégration sur un intervalle de $\mathbb{R}$

1. Rappels de première année : relations de comparaison, DL, existence de primitives pour une fonction continue, formule de Taylor avec reste intégral et inégalité de Taylor-Lagrange.

2. Fonctions continues par morceaux :
   a) Fonctions continues par morceaux sur un segment : définition et propriétés.
   b) Intégration des fonctions continues par morceaux sur un segment et propriétés de l'intégrale.
   c) Fonctions continues par morceaux sur un intervalle quelconque.

3. Intégration sur un intervalle quelconque
   a) Intégrales convergentes et divergentes sur $[a, +\infty[$: définitions, exemples (Riemann, exponentielles) et cas des fonctions à valeurs positives (utilisation de majorations pour prouver la convergence).

A suivre : la suite de de l'intégration