

**PSI2. DL n°1. Mardi 5 novembre 2025. Proposition de solution.**

**PB1.**

1)  $c = \sqrt{\frac{T_0}{\mu}}$  à expliquer évidemment.

2)  $L=(N-1)a$

3) On ajoute  $f(z_0 + h)$  et  $f(z_0 - h)$  ce qui donne :

$$f(z_0 + h) + f(z_0 - h) = 2f(z_0) + h^2 f''(z_0) + o(h^3)$$

Et on sort alors :

$$f''(z_0) = \frac{f(z_0 + h) + f(z_0 - h) - 2f(z_0)}{h^2} + o(h)$$

4) On prend la dérivée seconde spatiale en  $x=na, t=kt$  soit  $(n, k)$  avec le pas  $h=a$  :

$$\left(\frac{\partial^2 y}{\partial z^2}\right)(n, k) \approx \frac{y(n + 1, k) + y(n - 1, k) - 2y(n, k)}{a^2}$$

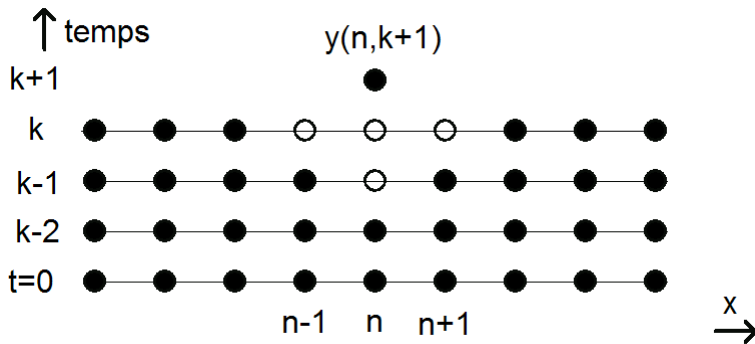
On prend la dérivée seconde temporelle en  $x=na, t=kt$  soit  $(n, k)$  avec le pas  $h = \tau$  :

$$\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right)(n, k) \approx \frac{y(n, k + 1) + y(n, k - 1) - 2y(n, k)}{\tau^2}$$

Les deux dérivées étant évaluées au même points, on reporte ces deux expressions dans l'équation d'onde, on réarrange l'ordre des termes et on obtient la formule proposée .

5) Si  $k\tau$  représente le présent , alors  $(k - 1)\tau$  représente le passé et  $(k + 1)\tau$  est le futur. Si je connais l'ébranlement aux deux premiers instants (conditions initiales), alors je peux calculer l'ébranlement au troisième instant et continuer la récurrence SAUF aux deux points extrêmes de la corde où la formule ne marche pas. Il faut donc trouver autre chose pour les calculer : ce sont les conditions aux limites.

Pour calculer le point supérieur, il faut connaître les quatre points blancs :



Donc, pour calculer une ligne, il faut connaître les deux lignes précédentes. Il faudra donc donner comme CI les deux premières lignes. D'autre part, cette formule ne permet pas de calculer les points extrêmes  $n=0$  et  $n=N-1$ . Il faudra les imposer : ce sont les conditions aux limites CL.

Lors d'une itération, un point non nul (le point n°100 au départ) ne peut modifier que les deux points adjacents (les points 99 et 101). Et ainsi de suite, points 98 à 102, puis 97 à 103...

Le processus de calcul avance à la vitesse de  $a$  sur le temps  $\tau$  soit donc une vitesse de propagation numérique  $c_{num} = \frac{a}{\tau}$ .

Il faut forcément que l'onde aille moins vite que le processus de calcul soit  $c \leq c_{num}$

6) Si on prend  $\tau = \tau_p = \frac{a}{c}$  alors la formule se simplifie et demande moins de calculs (pas de multiplication par ex) :

$$y(n, k + 1) \approx y(n + 1, k) + y(n - 1, k) - y(n, k - 1)$$

La vitesse de propagation numérique est tout simplement la vitesse de propagation de l'onde.

Si on prend  $\tau > \tau_p = \frac{a}{c}$ , alors l'onde avance plus vite que le processus numérique, donc le résultat obtenu est forcément faux. Si on ne s'en aperçoit pas avant simulation, ce n'est pas trop grave car le processus diverge très vite.

7) Tout simplement  $\tau = \tau_p = \frac{a}{c}$ . C'est la valeur maximale possible. Pour un temps d'intégration fixé, c'est la valeur qui correspond au minimum d'itérations. Et comme on va le voir, très pratique pour les OPP+ ou -.

8) Pour calculer un profil d'onde, il faut forcément les deux profils précédents, donc 3 tableaux à définir. Il faut évidemment faire trois itérations successives pour pouvoir boucler le processus.

9) Les points extrêmes sont nuls et sont mis à 0 au départ. Donc pas besoin de les calculer.

10)

Une OPP+ avance d'un point vers la droite à chaque itération. Donc :  
 for p in range(201,302):  
 T2[p]= 50.0

Une OPP- avance d'un point vers la gauche à chaque itération. Donc :  
 for p in range(199,300):  
 T2[p]= 50.0

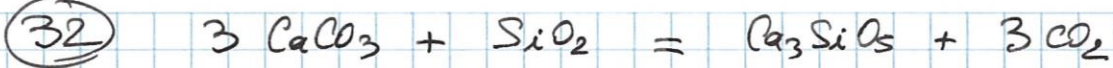
Pour moitié-moitié, il faut combiner les deux. Par exemple :  
 for p in range(200,301):  
 T1[p]= 25.0+25.0 #les deux OPP

for p in range(201,302):  
 T2[p]= 25.0 #OPP+

for p in range(199,300):  
 T2[p]= T2[p]+ 25.0 #OPP-

A partir de là, vous pouvez faire varier les amplitudes...

**Pb2 ccp mp 2020 : béton routier.**



33  $\Delta_r H^\circ = 3(-393) - 2930 + 910 + 3(1206) = 419 \text{ kJ.mol}^{-1}$

34 a)  $\Delta_r S^\circ = 3(216,6) + 130,5 - 41,28 - 3(92,29)$   
 $= 453,15 \text{ J.mol}^{-1}\text{K}^{-1} > 0.$

b)  $\Delta n_g = 3$

DANS LE SENS DIRECT, CREATION DE MOLES GAZEUSES  
 → AUGMENTATION DU DESORDRE.  
 → L'ENTROPIE AUGMENTE. OK.

35 a) EN SUPPOSANT ELLINGHAM

$$\Delta_r G^\circ(T) = \Delta_r H^\circ - T \Delta_r S^\circ$$

$$= \Delta_r H^\circ \left[ 1 - T \cdot \left( \frac{\Delta_r S^\circ}{\Delta_r H^\circ} \right) \right]$$

b)  $\rightarrow T_i = \frac{\Delta_r H^\circ}{\Delta_r S^\circ} = 225 \text{ K}$

c) LA REACTION EST ENDOTHERMIQUE

↳ FAVORISÉE À HAUTE TEMPÉRATURE

D'OU LE CHOIX DE LA TEMPÉRATURE ÉLEVÉE (1700 K)

d) à 1700 K, ON CALCULE  $\Delta_r G^\circ(1700 \text{ K}) = -351 \text{ kJ/mol}$   
 $= \frac{\Delta_r G^\circ(1700 \text{ K})}{R T}$

↳  $K(1700 \text{ K}) = e \approx 6 \cdot 10^{10} \gg 1$

36  $M(\text{C}_3\text{SiO}_5) = 3 \times 40 + 28 + 5 \times 16 = 228 \text{ g.mol}^{-1}$

POUR OBTENIR 0,228 kg. de CEMENT, JE DOIS FOURNIR 419 kJ

1 kg  $\frac{419 \text{ kJ}}{0,228}$

1 tonne  $\frac{1000 \times 419}{0,228} = 1840 \text{ kJ}$

**Pb3 ccp tsi 2020 extrait.**

(49) LIRE DOCUMENT : EAU.

(50) (51)  $\Delta_r H^\circ = -392 + 285 + 51 = -56 \text{ kJ.mol}^{-1} < 0$   
EXOTHERMIQUE

(52) INTEGRATION DE VAN'T HOFF. EN SUPPOSANT ELLINGHAM.

$$\rightarrow \ln\left(\frac{K_2}{K_1}\right) = \frac{\Delta_r H^\circ}{R} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) \Rightarrow K_2 = K_1 e^{\left(\frac{\Delta_r H^\circ (T_2 - T_1)}{RT_1 T_2}\right)}$$

(53) REACTION EXOTHERMIQUE, FAVORISEE A BASSE TEMPERATURE  
D'OU CATALYSEUR. ← PB CINETIQUE

AUGMENTATION DE PRESSION : FAVORISE (2) →  
DONC PRESSION ELEVEE

AJOUT D'EAU : FAVORISE (2) →  
DONC ON NET DE L'EAU.  
BEAUCOUP CAR PAS CHER

MAINTENANT IL FAUT TOUT REDEFINIR.

ON SE PLACE A L'EQUILIBRE  $Q = K$

ON CREE UNE PERTURBATION A  $t=0 \Rightarrow Q' = Q(t=0^+)$   
 $K' = K(t=0^+)$

si  $Q' > K' \leftarrow$  || si  $Q' < K' \rightarrow$  ||

VOIR COURS POUR T ET P.

JE LE FAIS POUR AJOUT D'EAU.  $Q = \frac{n(C_2H_6O_2) \cdot n_g}{n(C_2H_4O) \cdot n_{eau}} \left(\frac{p_0}{P}\right)$

$n_g$  : nbre de moles gazeuses

si j'ajoute  $dn$  moles d'eau, donc  $n_g$  varie aussi de  $dn$ . LES AUTRES

GRANDEURS RESTENT CONSTANTES  $\Rightarrow \ln(Q) = \ln(n_g) - \ln(n_{eau}) + cte$

→ DIFFERENTIELLE LOGARITHMIQUE  $\frac{dQ}{Q} = \frac{dn_g}{n_g} - \frac{dn_{eau}}{n_{eau}}$

AVEC  $dn_g = dn_{eau} = dn \Rightarrow \frac{dQ}{Q} = \frac{dn}{n_g \cdot n_{eau}} (n_{eau} - n_g) < 0$

$\Rightarrow Q' < Q = K = K'$   
 $K' = K$

DONC EVOLUTION ULTERIEURE  $\rightarrow$