

## **PSI2. Devoir en temps libre décembre. Proposition de solution.**

### **Problème 1 . Extrait e3a 2018 mp.**

C1)  $\lambda = \frac{c}{f} = 0,3m$ . On est dans les micro-ondes (radar, four micro-onde, wifi...).

C2) Mettre les 4 équations SANS charges NI courants (vide absolu).

C3) On utilise la relation fournie avec les équations de la question 2. L'équation de propagation apparaît sans pb. Il faut le faire pour les 2 champs.

C4) On introduit la forme proposée dans l'équation de propagation. Quasiment évident.

C5) A priori, l'énoncé refuse l'utilisation de la formule de cours. On utilise MF qu'on intègre par rapport au temps. On obtient après élimination de la constante d'intégration :

$$\underline{\vec{B}}(z, t) = \frac{E_{oi}}{c} \cdot e^{j(\omega t - kz)} \vec{e}_y$$

en utilisant le fait que k est positif.

C6) Maintenant, il faut absolument repasser en réel avant de calculer le vecteur de Poynting.

$$\vec{\Pi} = \vec{E} \wedge \frac{\vec{B}}{\mu_0} = \frac{E_{oi}^2}{\mu_0 c} \cdot \cos^2(\omega t - kz) \vec{e}_z \text{ de valeur moyenne } \langle \vec{\Pi} \rangle = \frac{E_{oi}^2}{2\mu_0 c} \vec{e}_z$$

Cette valeur moyenne est une puissance surfacique en  $\text{W.m}^{-2}$  : c'est l'énergie qui traverse, par unité de temps et de surface, une section droite perpendiculaire à la direction de propagation.

C7) Un conducteur parfait a une conductivité infinie, ce qui implique un champ électromagnétique nul à l'intérieur du métal si on ne vaut pas une densité de courant volumique infinie dans le métal (liaison avec la loi d'Ohm obligatoire).

C8) En  $z=0$ , on doit avoir continuité de la composante tangentielle du champ électrique. Or le champ électrique incident est tangentiel donc il doit y avoir un autre champ qui s'oppose à lui. En  $z=0$ , ce champ a la forme suivante :  $\underline{\vec{E}}_r(z, t) = -E_{oi} \cdot e^{j(\omega t)} \vec{e}_x$

Cette écriture peut être le champ électrique d'une onde se propageant soit selon les z croissants, soit selon les z décroissants. Le premier cas est impossible. C'est donc le second.

C9)  $\underline{\vec{E}}_r(z, t) = -E_{oi} \cdot e^{j(\omega t + kz)} \vec{e}_x$ , ce qui donne bien l'expression précédente en  $z=0$ .

D1) Exemple habituel (mais contestable) de la sirène de l'ambulance qui passe devant un piéton. Variation de fréquence différente selon qu'elle s'approche ou qu'elle s'éloigne.

D2 et 3) En  $z'$ , l'onde s'écrit :  $\underline{\vec{E}}(z, t) = E_{oi} \cdot e^{j(\omega t - kz')} \vec{e}_x$  avec  $k = \omega/c$

La position de la voiture peut s'écrire  $z' = d_0 - vt$ .

On peut alors écrire le champ électrique au niveau de l'auto par :

$$\underline{\vec{E}}(z, t) = E_{oi} \cdot e^{j\omega(t(1+\frac{v}{c}) - \frac{d_0}{c})} \vec{e}_x \text{ soit une pulsation } \omega' = \omega \left(1 + \frac{v}{c}\right)$$

où encore :  $f' = f \left(1 + \frac{v}{c}\right)$  fréquence apparente au niveau de l'auto.

D4) L'information fournie nous indique que la fréquence récupérée au niveau du radar est :

$$f_r = f'' = \frac{f'}{\left(1 - \frac{v}{c}\right)} = f \frac{\left(1 + \frac{v}{c}\right)}{\left(1 - \frac{v}{c}\right)} \approx f \left(1 + \frac{2v}{c}\right) \text{ à l'ordre 1 en } \frac{v}{c}$$

D5) Pour  $100\text{km/h}$  ou environ  $30\text{m.s}^{-1}$ , et une fréquence d'environ  $1\text{GHz}$ ,  $f_D$  vaut environ  $200\text{Hz}$  soit une variation relative de  $2 \cdot 10^{-7}$ . On ne pourra pas mesurer la fréquence  $f_r$  avec une telle précision.

E1) La formule fournie donne :

$$u_{S1}(t) = K \frac{u_{1m} \cdot u_{2m}}{2} \{ \cos[(\omega_2 - \omega_1)t + \varphi] + \cos[(\omega_2 + \omega_1)t + \varphi] \}$$

E2) On obtient deux pics de même amplitude :

a) à la fréquence  $f + f_r \approx 2f$

b) à la fréquence  $f_r - f = f_D \ll f$

E3 et E4)(P) doit tout simplement être un filtre passe-bas, de fréquence de coupure  $f_C$  très grande devant  $f_D$  et très petite devant  $f$ . Ce qui ne sera pas très compliqué.

La structure la plus simple est celle d'un filtre RC. Pour des vitesses à mesurer de l'ordre de  $30 \text{ m.s}^{-1}$ , il faut que 200Hz soit dans la bande passante. On peut donc prendre  $f_C$  de l'ordre de 10kHz. On est tjs très loin du GHz.

E5) Le zoom permet de voir une sinusoïde de 2GHz, et la courbe complète une sinusoïde de 100Hz. La forme proposée peut être la somme de ces sinusoïdes.

E6) On fait disparaître la HF, donc on va avoir la sinusoïde BF centrée sur 0.

E7) Ici  $15 \text{ m.s}^{-1}$  ou 54km/h.

$$F1) f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt} = f_o + B \frac{t}{T}$$

$$F2) f_o = 100 \text{ MHz} \quad T = 1 \text{ ms} \quad B = 500 \text{ MHz}$$

$$F3) \text{ Lecture graphique : } f_m = 150 \text{ MHz}$$

Soit  $\tau$  le retard de l'écho sur l'émission (ici environ 0,3ms)

$$f_m = f(t) - f(t - \tau) = B \frac{\tau}{T}$$

$$\text{Du fait de l'aller-retour : } 2d_o = c\tau. \text{ On sort finalement } d_o = \frac{c f_m T}{2B} = 45 \text{ km.}$$

$$F4) \text{ La formule précédente donne pour les variations } (\Delta d_o) = \frac{cT}{2B} (\Delta f_m)$$

$$\text{Pour } (\Delta d_o) = 1 \text{ m, on sort } (\Delta f_m) = 3,2 \text{ kHz.}$$

F5) Le retard de l'écho ne peut excéder 1ms, sinon on se trompe. Ce qui donne une distance maximale de 150km.

$$F.6) \text{ L'écarte de fréquence devient : } f_m = f(t) - [f(t - \Delta t) + f_D] = \frac{B}{T} \frac{2d_o}{c} - \frac{2vf}{c}$$

$f_m$  dépend alors de deux inconnues, il n'est donc pas possible de trouver à la fois la vitesse et la distance. (Une cible qui se rapproche produit le même écho qu'une cible immobile mais plus lointaine).

$$F.7) \text{ On a } \Delta f_a = f(t) - [f(t - \Delta t) + f_D] = \frac{B}{T} \frac{2d_o}{c} - f_D = f_m - f_D$$

$$\text{et } \Delta f_b = f(t) - [f(t - \Delta t) + f_D] = \frac{B'}{T} \frac{2d_o}{c} - f_D = \frac{-B}{T} \frac{2d_o}{c} - f_D = -f_m - f_D \quad \text{avec } B' = -B$$

$$\text{donc } \Delta f_a - \Delta f_b = 2f_m \text{ et } \Delta f_a + \Delta f_b = -2f_D$$

$$F.8. \text{ On a } f_D = \frac{2vf}{c} \text{ donc } v = \frac{-c(\Delta f_a + \Delta f_b)/2}{2f}$$

$$\text{AN : } v = 180 \text{ m.s}^{-1} \quad f_m = \frac{B}{T} \frac{2d_o}{c} \quad \text{donc } d_o = \frac{cT(\Delta f_a - \Delta f_b)/2}{2B} \quad \text{AN : } d_o = 3,00 \text{ km}$$

**Problème 3. CCP 2022 psi.**

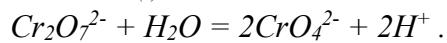
**Q1.** Nombre d'oxydation des espèces chromées :

$$VI \quad Cr_2O_7^{2-} \text{ et } CrO_4^{2-}$$

$$III \quad Cr^{3+} \text{ et } Cr(OH)_{3(s)}$$

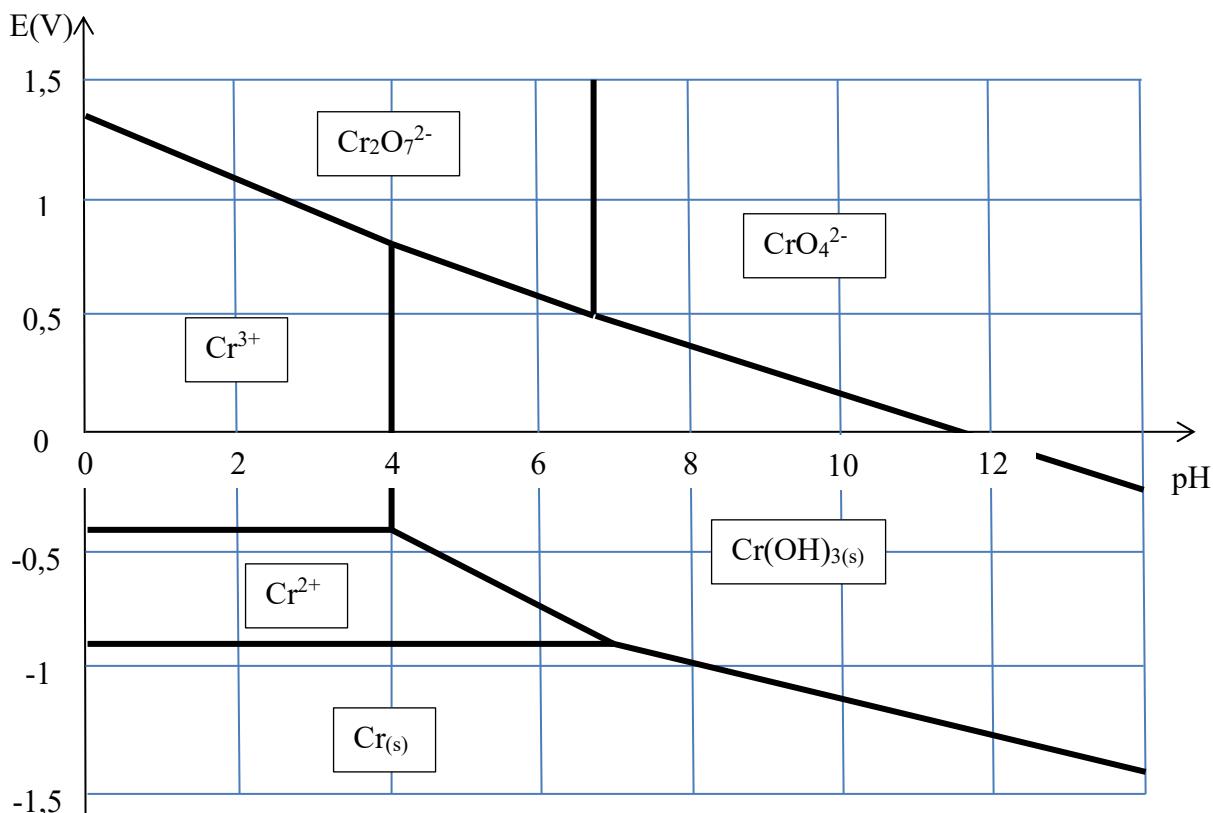
$$II \quad Cr^{2+}$$

$$0 \quad Cr_{(s)}$$



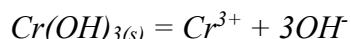
$Cr_2O_7^{2-}$  libère des protons  $H^+$ , c'est un acide ;  $CrO_4^{2-}$  est la base conjuguée.

Diagramme E-pH du chrome :



**Q2.** pH de début de précipitation de  $Cr(OH)_{3(s)}$  :  $pH = 4$ .

En début de précipitation :  $[OH^-] = 10^{-10} \text{ mol.L}^{-1}$  et  $[Cr^{3+}] = 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$ .



Produit de solubilité de  $Cr(OH)_{3(s)}$  :  $K_s = [Cr^{3+}][OH^-]^3 = 10^{-1} * 10^{-30} = 10^{-31}$ .

$$Q3. \quad K_1 = \frac{[CrO_4^{2-}]^2[H^+]^2}{[Cr_2O_7^{2-}]}$$

A la frontière entre  $Cr_2O_7^{2-}$  et  $CrO_4^{2-}$ , on a :

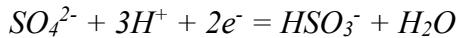
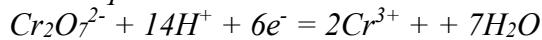
$$pH = 6,7 \text{ soit } [H^+] = 10^{-6,7} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$2[Cr_2O_7^{2-}] + [CrO_4^{2-}] = 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$$

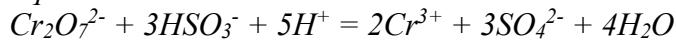
et  $2[Cr_2O_7^{2-}] = [CrO_4^{2-}]$ . Soit  $[Cr_2O_7^{2-}] = 0,025 \text{ mol.L}^{-1}$  et  $[CrO_4^{2-}] = 0,05 \text{ mol.L}^{-1}$ .

$$K_1 = \frac{(5 \cdot 10^{-2})^2 \cdot (10^{-6,7})^2}{25 \cdot 10^{-3}} = \frac{(25 \cdot 10^{-4}) \cdot (10^{-6,7})^2}{25 \cdot 10^{-3}} = 10^{-14,4}$$

$$pK_1 = 14,4.$$

**Q4.** Demi-équations rédox :

Équation rédox :



A l'équilibre :

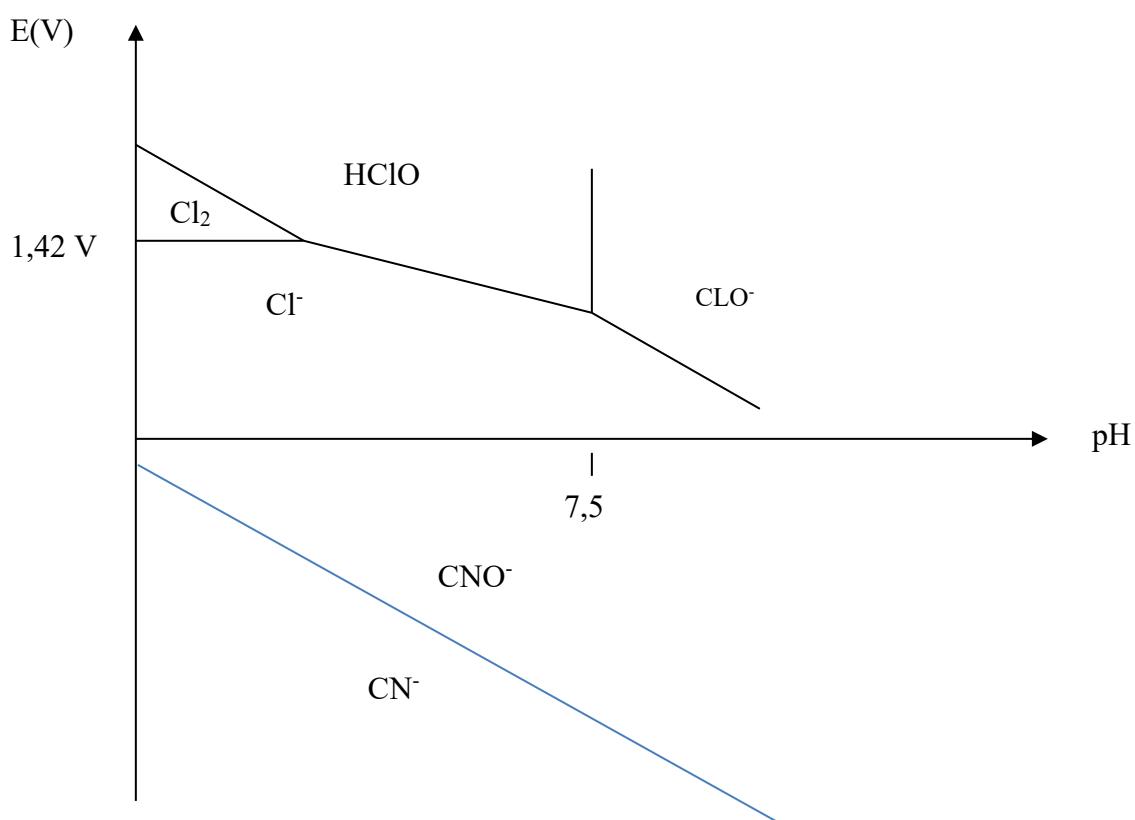
$$E^\circ(Cr_2O_7^{2-}/Cr^{3+}) + \frac{0,06}{6} \log \frac{[Cr_2O_7^{2-}][H^+]^{14}}{[Cr^{3+}]^2} = E^\circ(SO_4^{2-}/HSO_3^-) + \frac{0,06}{2} \log \frac{[SO_4^{2-}][H^+]^3}{[HSO_3^-]}$$

$$E^\circ(Cr_2O_7^{2-}/Cr^{3+}) + \frac{0,06}{6} \log \frac{[Cr_2O_7^{2-}][H^+]^{14}}{[Cr^{3+}]^2} = E^\circ(SO_4^{2-}/HSO_3^-) +$$

$$\frac{0,06}{6} \log \frac{[SO_4^{2-}]^3[H^+]^9}{[HSO_3^-]^3} E^\circ(Cr_2O_7^{2-}/Cr^{3+}) - E^\circ(SO_4^{2-}/HSO_3^-) = 0,01 \log K_2$$

$$\log(K_2) = \frac{1,33 - 0,17}{0,01} = 116.$$

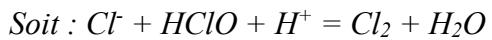
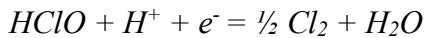
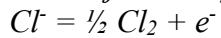
$K_2 = 10^{116} > 10^4 \gg 1$ . La réaction est quasi-totale.

**Q5.** Superposition du diagramme  $E$ - $pH$  du chlore et du cyanure :

Les domaines de stabilité de  $CN^-$  et  $ClO^-$  sont disjoints.  $ClO^-$  oxyde  $CN^-$  de façon quasi-totale suivant la réaction :  $CN^- + ClO^- = CNO^- + Cl^-$ .

**Q6.** Point de vue thermodynamique :

- Pour  $pH < pK_a = 7,5$ ,  $ClO^- + H^+ = HClO$
- Pour  $pH < pH_{lim} \approx 2$  à  $2,5$  (cf diagramme E-pH), les domaines de prédominance de  $HClO$  et  $Cl^-$  sont disjoints. Il y a média-mutation de  $HClO$  et  $Cl^-$  en  $Cl_2$ .



Au global on peut écrire la réaction bilan :  $Cl^- + ClO^- + 2H^+ = Cl_2 + H_2O$

$Cl_2$  est très毒ique, il ne faut pas acidifier une solution d'eau de Javel.