

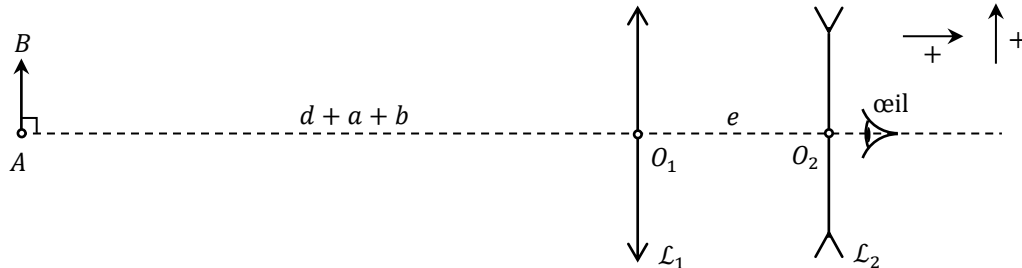
ENAC – EPL (pilote) 2024 : Physique

Fichier docx réservé aux adhérents de l'UPS et leurs étudiants.

Remarques, erreurs, etc. : matthieu.queval@outlook.com

Partie 1 : Optique d'un périscope

Dans cet exercice, les deux miroirs ne font que renvoyer l'objet AB à une distance $a + b + d$ de la lentille 1, on se trouve alors avec le simple problème de lunette terrestre suivant :



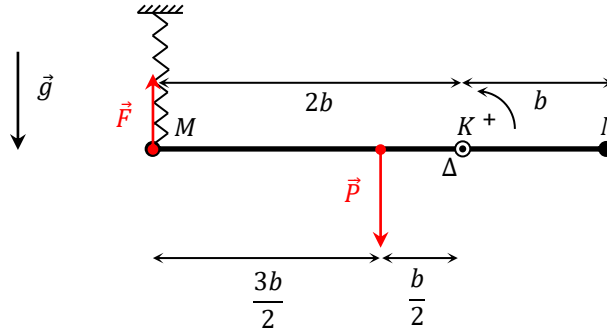
- Puisque AB est à l'infini, son image A_1B_1 par $\{\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2, \mathcal{L}_1\}$ est en $F'_1 = A_1$. Pour que l'œil emmétrope puisse observer sans accommoder il faut que l'image finale $A'B'$ soit à l'infini, donc que $A_1 = F_2$: on a un système afocal et $F'_1 = F_2$. Ainsi on peut écrire que $e_0 = \overline{O_1O_2} = \overline{O_1F'_1} + \overline{F'_1O_2} = f'_1 - \overline{O_2F_2} = f'_1 + \overline{O_2F'_2} = f'_1 + f'_2$: **réponse D**.
- AB étant encore à l'infini, on a toujours A_1B_1 située en F'_1 , la relation de conjugaison pour la deuxième lentille nous donne alors $\frac{1}{f'_2} = \frac{1}{O_2A'} - \frac{1}{O_2F'_1} = \frac{1}{O_2A'} - \frac{1}{\overline{O_2O_1} + f'_1} = \frac{1}{O_2A'} - \frac{1}{-(e_0 - \epsilon) + f'_1} = \frac{1}{O_2A'} - \frac{1}{-(f'_1 + f'_2 - \epsilon) + f'_1} = \frac{1}{O_2A'} + \frac{1}{f'_2 - \epsilon} = \frac{1}{O_2A'} + \frac{1}{f'_2 \left(1 - \frac{\epsilon}{f'_2}\right)}$: un DL1 en 0 nous mène alors à $\frac{1}{O_2A'} \approx \frac{1}{f'_2} - \frac{1}{f'_2} \left(1 + \frac{\epsilon}{f'_2}\right) = -\frac{\epsilon}{f'_2}$: l'image finale se forme donc avant $\mathcal{L}_2$, ce qui implique d'une part qu'elle est virtuelle et que l'œil peut l'observer s'il s'accommode (le sujet devrait le préciser) : **réponses B et C**.
- La relation de conjugaison pour $\mathcal{L}_1$ donne, avec le schéma équivalent proposé en début de corrigé, $\frac{1}{f'_1} = \frac{1}{p'_1} - \frac{1}{-(d+a+b)}$ qu'on inverse en $p'_1 = \left(\frac{1}{f'_1} - \frac{1}{a+b+d}\right)^{-1} = \left(\frac{a+b+d-f'_1}{f'_1(a+b+d)}\right)^{-1} = \frac{f'_1(a+b+d)}{a+b+d-f'_1}$: **réponse A**.
- Le théorème de Thalès nous donne $\overline{A_1B_1} = \overline{AB} \times \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} = \frac{p'_1}{-(a+b+d)} \overline{AB} = \frac{-f'_1}{a+b+d-f'_1} \overline{AB} = \frac{f'_1}{f'_1 - a - b - d} \overline{AB}$: **réponse D**.
- L'angle θ sous lequel est vu A_2B_2 est tel que $\frac{\overline{A_2B_2}}{d_m} = \tan \theta \approx \theta$ car $\theta \ll 1$. On a alors $\theta \approx \frac{1 \text{ mm}}{250 \text{ mm}} = \frac{10^{-3}}{0,25} = 4 \times 10^{-3} \text{ rad}$, ce qui est plus de dix fois plus grand que le pouvoir de résolution de l'œil $3 \times 10^{-4} \text{ rad}$: **réponses B et D**.
- Sommes-nous dans le cas où AB est à l'infini ou pas ? Si AB est à distance finie non précisée par l'énoncé, il nous faudrait au moins sa taille pour répondre... ce qui n'est pas le cas ! Je considère donc que AB est à l'infini : L'image intermédiaire étant toujours en F'_1 , la relation de conjugaison pour $\mathcal{L}_2$ donne $\frac{1}{f'_2} = \frac{1}{-d_m} - \frac{1}{O_2F'_1} = -\frac{1}{d_m} - \frac{1}{-(e_0 + \Delta e) + f'_1}$; ainsi $\frac{1}{f'_2} + \frac{1}{d_m} = -\frac{1}{f'_1 - (f'_1 + f'_2 + \Delta e)} = \frac{1}{f'_2 + \Delta e}$ et finalement $\Delta e = \frac{f'_2 d_m}{f'_2 + d_m} - f'_2 = \frac{-(f'_2)^2}{f'_2 + d_m}$. Pour l'application numérique, remarquons que $d_m = 25 \text{ cm} = \frac{1}{4} \text{ m}$ et $f'_2 = -\frac{1}{8} \text{ m}$, on obtient alors $e = \frac{-\frac{1}{8^2}}{\frac{1}{8} + \frac{1}{4}} = -0,125 \text{ m} = -12,5 \text{ cm}$: **réponse D**.

Partie 2 : Corpuscule dans le champ de pesanteur

- Le poids étant vertical, la composante horizontale de la vitesse est constante $v_x = v_0 \cos \theta$. Le théorème de l'énergie mécanique entre le point de départ et celui d'altitude maximale donne, puisqu'ici ne s'exerce sur le corpuscule que son poids qui est une force conservative : $\frac{1}{2}mv_0^2 = mgh_M + \frac{1}{2}m(v_0 \cos \theta)^2$ soit $h_M = \frac{v_0^2}{2g}(1 - \cos^2 \theta) = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g} > h$, on cherche donc à avoir $v_0 \sin \theta > \sqrt{2gh}$, **réponse D**.
- Une double intégration du PFD donne $z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin \theta)t$ et $x(t) = (v_0 \cos \theta)t$ dont on déduit l'équation de la trajectoire $z(x) = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta}x^2 + (\tan \theta)x$: pour que celle-ci passe par la cible de coordonnées (d, h) , il faut donc vérifier la relation $h = -\frac{gd^2}{2v_0^2 \cos^2 \theta} + (\tan \theta)d$ qui est la **réponse A**.
- Puisque $\tan^2 \theta = \frac{1 - \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta} - 1$ on peut écrire la précédente équation $h = -\frac{gd^2}{2v_0^2}(1 + \tan^2 \theta) + (\tan \theta)d$ puis la mettre sous la forme $\frac{gd^2}{2v_0^2}\tan^2 \theta - (\tan \theta)d + h + \frac{gd^2}{2v_0^2} = 0$ où l'on identifie $K_1 = \frac{gd^2}{2v_0^2}$: **réponse A**.
- On identifie également $K_2 = h + \frac{gd^2}{2v_0^2}$: **réponse A**.

11. Pour avoir solution de l'équation de la question 9, il faut que $0 \leq d^2 - 4 \frac{gd^2}{2v_0^2} \left(h + \frac{gd^2}{2v_0^2} \right)$ soit $2v_0^2 d^2 \geq 4gd^2 \left(h + \frac{gd^2}{2v_0^2} \right)$ qui donne $\frac{v_0^2}{2g} \geq h + \frac{gd^2}{2v_0^2}$ et enfin $h \leq h_\ell = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{gd^2}{2v_0^2}$: **réponse C.**
12. Pour $\theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ et la condition précédente respectée, l'équation de la question 9 n'admet que deux solutions donc deux valeurs de θ possible, avec possibilité d'une racine double lorsque le discriminant de cette équation est nul : **réponse B.**

Partie 3 : Oscillations d'une tige rigide



13. Le poids tend à faire tourner la tige dans le sens positif défini par l'énoncé et se trouve à une distance $b/2$ de l'axe de rotation ; il est de plus orthogonal à la tige, on a donc $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = +mg \times \frac{b}{2}$: **réponse B.**
14. Pour compenser le moment du poids, celui de la force $\vec{F}$ doit vérifier $F \times 2b = \frac{mgb}{2}$ soit $F = \frac{mg}{4}$, et être orientée vers le haut, ce qui correspond à la **réponse A.**
15. Puisque $K(\ell - \ell_0) = \frac{mg}{4}$, on en déduit que $\ell = \frac{mg}{4K} + \ell_0$: **réponse C.**
16. Puisque $x \ll \ell_0$, on peut considérer que $\vec{F}$ est toujours quasiment orthogonale à la tige. Puisque sa norme est $K(\ell + x - \ell_0)$, en reprenant l'expression précédente : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = -K \left(\frac{mg}{4K} + x \right) \times 2b = -\frac{mgb}{2} - 2Kbx$: **réponse C.**
17. Le théorème du moment cinétique s'écrit $J_\Delta \ddot{\theta} = \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{P})$ avec J_Δ le moment d'inertie de la tige par rapport à l'axe Δ et θ l'angle que fait la tige par rapport à l'horizontale, orienté dans le sens positif de l'énoncé. En remplaçant les moments des forces on trouve $mb^2 \ddot{\theta} = -\frac{mgb}{2} - 2Kbx + \frac{mgb}{2} = -2Kbx$. Puisque $\theta \approx \frac{x}{2b}$ on en déduit que $\frac{mb^2}{2b} \ddot{x} + 2Kbx = 0$ qu'on peut mettre sous la forme proposée $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{4K}{m}}$: **réponse A.**
18. Par définition de l'énergie cinétique d'un solide en rotation, $\mathcal{E}_k = \frac{1}{2} J_\Delta \dot{\theta}^2 \approx \frac{1}{2} mb^2 \frac{\dot{x}^2}{4b^2} = \frac{m\dot{x}^2}{8}$: **réponse D.**

Partie 4 : Cycle thermodynamique rectangulaire

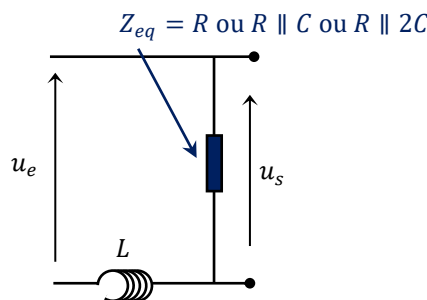
19. Puisque $1 \rightarrow 2$ est isochore on a $\frac{nRT_2}{p_2} = V_2 = V_1 = \frac{nRT_1}{p_1}$ d'où $T_2 = T_1 \frac{p_2}{p_1}$; or $2 \rightarrow 3$ est une isobare donc $p_2 = p_3$ et finalement on a $T_2 = T_1 \frac{p_3}{p_1} = \frac{T_1}{\kappa}$: **réponse B.** Un raisonnement similaire donne $\frac{nRT_3}{p_3} = V_3 = V_4 = \frac{nRT_4}{p_4} = \frac{nRT_4}{p_1}$ d'où $T_3 = \frac{p_3}{p_1} T_4$, mais puisque l'énoncé précise que $T_1 = T_3$ c'est que $T_4 = \frac{p_1}{p_3} T_1 = \kappa T_1$: **réponse C.**
20. Puisque $1 \rightarrow 2$ est isochore $W_{12} = 0$. Le premier principe s'écrit donc $Q_{12} = \Delta U_{12} = nC_{vm}(T_2 - T_1)$. La relation de Mayer s'écrivant $C_{pm} - C_{vm} = R$ on a $C_{vm} = \frac{R}{\gamma - 1}$ puis $Q_{12} = \frac{nRT_1}{\gamma - 1} \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = \frac{nRT_1}{\gamma - 1} \left(\frac{1}{\kappa} - 1 \right) = \frac{nRT_1(1 - \kappa)}{(\gamma - 1)\kappa}$: **réponses A et D.**
21. $W_{23} = -p_3(V_3 - V_2) = -nRT_3 + p_2V_2 = nR(T_2 - T_3) = nRT_1 \left(\frac{1}{\kappa} - 1 \right) = \frac{nRT_1(1 - \kappa)}{\kappa}$: **réponse B.**
22. Puisque $2 \rightarrow 3$ est isobare, $Q_{23} = \Delta H_{23} = nC_{pm}(T_3 - T_2) = nC_{pm}T_1 \left(1 - \frac{1}{\kappa} \right)$. Comme la relation de Mayer peut également nous donner $C_{pm} = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$, on a finalement $Q_{23} = \frac{nR\gamma T_1(\kappa - 1)}{(\gamma - 1)\kappa}$: **réponse C.**
23. $W = W_{12} + W_{23} + W_{34} + W_{41} = 0 + \frac{nRT_1(1 - \kappa)}{\kappa} + 0 - p_1(V_1 - V_4) = \frac{nRT_1(1 - \kappa)}{\kappa} - nRT_1 + nRT_4 = \frac{nRT_1(1 - \kappa)}{\kappa} + nRT_1(\kappa - 1)$ qu'on peut factoriser sous la forme $W = nRT_1(\kappa - 1) \left(-\frac{1}{\kappa} + 1 \right) = \frac{nRT_1(\kappa - 1)^2}{\kappa}$: **réponse C.**
24. À volume constant, une augmentation de pression signifie une augmentation de température, donc d'énergie interne, donc un apport de chaleur puisque $W_{\text{isoch}} = 0$, on en déduit que $Q_{34} > 0$. À pression constante, une diminution de volume signifie une diminution de température et donc d'enthalpie, soit une libération de chaleur, on en déduit $Q_{41} < 0$: **réponses A et D.**

Partie 5 : Régime transitoire de N condensateurs

25. $\mathcal{E}_e$ est la somme des énergies emmagasinées par les N condensateurs, donc $N \times \frac{1}{2} C U_0^2$: **réponse A.**
26. L'ensemble des N condensateurs en dérivation est équivalent à un seul condensateur de capacité $C_{eq} = NC$, on obtient alors un simple circuit RC_{eq} dont la loi des mailles donne $E = Ri + u_C = RC_{eq} \frac{du_C}{dt} + u_C$ où l'on identifie $\tau = \frac{1}{RC_{eq}} = \frac{1}{NRC}$: divisant par τ on tombe sur la **réponse C.**
27. L'équation différentielle précédente a une solution de la forme $u_C(t) = A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + E$ (solution de l'ESSM + solution particulière). Avec la condition initiale $U_0 = A \exp(0) + E$ on en déduit $u_C(t) = E + (U_0 - E) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$: **réponse D.**
28. Puisque les condensateurs sont identiques, $i_k = \frac{i}{N}$. En dérivant l'équation différentielle de la question 26 on tombe sur l'équation $0 = R \frac{di}{dt} + \frac{du_C}{dt} = R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C_{eq}}$ soit $\frac{di}{dt} + \frac{1}{NRC} i = 0$, en multipliant par N on trouve alors $N \frac{di}{dt} + \frac{1}{NRC} N i_k = 0$ puis enfin $\frac{di_k}{dt} + \frac{1}{NRC} i_k = 0$ qui correspond à la **réponse A.**
29. Une loi des mailles à $t = 0^+$ donne $i(0^+) = \frac{E - U_0}{R}$: **réponse C.**
30. La solution de l'équation différentielle de la question 28 étant $i_k(t) = A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$ et en se servant de la condition initiale $i_k(0^+) = \frac{i(0^+)}{N}$ on tombe sur $i_k(t) = \frac{E - U_0}{NR} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$: **réponse B.**

Partie 6 : Filtre électrique modulable

31. K_1 et K_2 étant ouverts, on a un simple filtre RL dont on peut obtenir la fonction de transfert par un pont diviseur de tension : $u_s = u_e \frac{R}{R + jL\omega}$ d'où $\mathcal{H} = \frac{1}{1 + j\frac{L}{R}\omega}$ où l'on identifie $a = 1$, $b = 0$ et $\omega_0 = \frac{R}{L}$: **réponse C.**



32. K_1 est fermé et K_2 ouvert : on peut faire le même raisonnement en remplaçant R par l'impédance équivalent $R \parallel C$: on a $\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{R} + jC\omega$ d'où $\mathcal{H} = \frac{1}{1 + jL\omega(\frac{1}{R} + jC\omega)} = \frac{1}{1 + j\frac{L}{R}\omega - LC\omega^2} = \frac{1}{1 + j\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}\sqrt{LC}\omega - LC\omega^2} = \frac{1}{1 + j\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}\times\frac{\omega}{\omega_1} - (\frac{\omega}{\omega_1})^2}$ en posant $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$; il ne reste alors plus qu'à poser $Q_1 = R\sqrt{\frac{C}{L}}$ pour trouver la **réponse A.**
33. D'après notre précédente réponse, $\omega_1 = 1/\sqrt{LC}$: **réponse B.**
34. Toujours d'après notre réponse à la question 32, $Q_1 = R\sqrt{\frac{C}{L}}$: **réponse D.**
35. Avec K_1 et K_2 tous les deux fermés, on a exactement le même circuit qu'avant mais où les deux condensateurs sont équivalents à un seul de capacité $C_1 + C_2$: on aura donc $Q_2 = R\sqrt{\frac{2C}{L}} = \sqrt{2}Q_1$ et $\omega_2 = 1/\sqrt{2LC}$, pour la **réponse A.**
36. On vient de montrer que $Q_2 = \sqrt{2}Q_1$: **réponse C.**