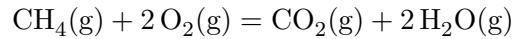


Partie A - La chambre de combustion de la turbine à gaz

Q1) Combustion du méthane (coefficient 1 pour le méthane) :



À 298 K :

$$\begin{aligned}\Delta_r H^\ominus &= 2\Delta_f H^\ominus(\text{H}_2\text{O}(\text{l})) + \Delta_f H^\ominus(\text{CO}_2(\text{g})) - 2\Delta_f H^\ominus(\text{O}_2(\text{g})) - \Delta_f H^\ominus(\text{CH}_4(\text{g})) = \dots \\ &\dots 2 \times (-241,8) + (-393,5) - 0 - (-74,9) = -802,2 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1} \\ \Delta_r S^\ominus &= 2S^\ominus(\text{H}_2\text{O}(\text{l})) + S^\ominus(\text{CO}_2(\text{g})) - 2S^\ominus(\text{O}_2(\text{g})) - S^\ominus(\text{CH}_4(\text{g})) = \dots \\ &\dots 2 \times 188,7 + 213,8 - 205,0 - 186,2 = -5,0 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}\end{aligned}$$

D'où

$$\Delta_r G^\ominus(T = 298 \text{ K}) = \Delta_r H^\ominus - T\Delta_r S^\ominus = -802,2 - 298 \times (-5 \times 10^{-3}) = -800,7 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

et

$$K^\ominus(298 \text{ K}) = \exp\left(\frac{-\Delta_r G^\ominus}{RT}\right) = 3 \times 10^{140} \gg 1$$

La réaction est quantitative à 298 K

La chaleur libérée par la combustion totale de n moles de méthane vaut $Q = -\xi\Delta_r H^\ominus = -n\Delta_r H^\ominus$. Comme le nombre de moles de méthane par unité de masse vaut $1/M(\text{CH}_4)$, le PCI a comme expression et valeur

$$q_{\text{gn}} = \frac{-\Delta_r H^\ominus}{M(\text{CH}_4)} = \frac{802,2}{12,0 + 4,0} = 50,1 \text{ kJ} \cdot \text{g}^{-1} = 50,1 \text{ MJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Dans l'approximation d'Ellingham, q_{gn} est indépendant de la température.

Q2) La combustion dans des proportions stœchiométriques impose la relation $F_{\text{O}_2} = 2F_{\text{CH}_4}$ entre les débits molaires. Compte tenu de la composition de l'air $F_{\text{N}_2} = 4F_{\text{O}_2} = 8F_{\text{CH}_4}$. Le passage aux débits massiques s'effectue en utilisant les masses molaires :

$$\begin{aligned}D_{\text{m}0} &= D_{\text{m},\text{O}_2} + D_{\text{m},\text{N}_2} = M(\text{O}_2)F_{\text{O}_2} + M(\text{N}_2)F_{\text{N}_2} = (2M(\text{O}_2) + 8M(\text{N}_2))F_{\text{CH}_4} \\ D_{\text{m}0} &= \frac{2(M(\text{O}_2) + 4M(\text{N}_2))}{M(\text{CH}_4)} D_{\text{m},\text{gn}}\end{aligned}$$

Avec $M(\text{O}_2) = 32 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$, $M(\text{N}_2) = 28 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$, $M(\text{CH}_4) = 16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ et $D_{\text{m},\text{gn}} = 9,66 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$

$$D_{\text{m}0} = \frac{2 \times 32 + 8 \times 28}{16} \times 9,66 = 174 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

Pendant dt la masse de méthane qui est admise dans la chambre de combustion et qui réagit vaut $D_{\text{m},\text{gn}}dt$, ce qui libère la chaleur $\delta Q = D_{\text{m},\text{gn}}dtq_{\text{gn}}$, ce qui correspond à une puissance libérée $\delta Q/dt$

$$\mathcal{P}_{\text{th}0} = D_{\text{m},\text{gn}}q_{\text{gn}} = 484 \text{ MW}$$

Q3) On considère le système ouvert associé à la chambre de combustion entre les instants t et $t + dt$. Il est constitué :

- à l'instant t , du gaz naturel et de l'air admis entre ces deux instants et du contenu de la chambre de combustion ;
- à l'instant $t + dt$, des gaz produits de la réaction sortant entre ces deux instants.

En notant δH_e l'enthalpie associée au gaz entrant, δH_s l'enthalpie associée au gaz sortant et $H_{cc}(t)$ l'enthalpie contenue dans la chambre de combustion à l'instant t (constante en régime stationnaire), le premier principe pour l'écoulement en régime stationnaire entre les instants t et $t + dt$ s'écrit

$$(\delta H_s + H_{cc}(t + dt)) - (\delta H_e + H_{cc}(t)) = \underbrace{\delta H_s - \delta H_e}_{\text{régime permanent}} = \delta W_u + \delta Q$$

où le travail des forces de pression du fluide amont et aval est intégré à l'enthalpie.

En l'absence de pièces mobiles dans la chambre de combustion, $\delta W_u = 0$. La chambre de combustion est parfaitement calorifugée, donc $\delta Q = 0$. Le bilan d'enthalpie s'écrit alors

$$\delta H_s - \delta H_e = 0$$

En régime stationnaire la variation d'enthalpie $\delta H_s - \delta H_e$ est la variation d'enthalpie des gaz admis pendant dt à la température T_e lorsqu'ils réagissent et qu'il sortent à la température T_s . Comme l'enthalpie est une fonction d'état, cette variation d'enthalpie se calcule en décomposant la transformation en deux étapes :

- réaction isotherme, isobare totale des gaz admis entre t et $t + dt$: δH_1 ;
- échauffement isobare des gaz produits de T_e à T_s : δH_2 .

La réaction est totale, donc les flux molaires en sortie de réacteur s'écrivent en régime stationnaire (pas d'accumulation d'espèces dans la chambre de combustion)

	CH ₄	O ₂	CO ₂	H ₂ O	N ₂
entrée	F_{e,CH_4}	$2F_{e,CH_4}$	0	0	$8F_{e,CH_4}$
sortie	0	0	F_{e,CH_4}	$2F_{e,CH_4}$	$8F_{e,CH_4}$

Ce bilan de matière conduit aux expressions :

- $\delta H_1 = F_{e,CH_4} dt \Delta_r H^\ominus(T_e) = -D_{m,gn} q_{gn} dt$ ($T_e = 298$ K) ;
- $\delta H_2 = F_{e,CH_4} dt (C_{pm}(CO_2) + 2C_{pm}(H_2O) + 8C_{pm}(N_2))(T_s - T_e)$

après simplification par dt et comme $F_{e,CH_4} = D_{m,gn} M(CH_4)$, le bilan enthalpique prend la forme

$$-D_{m,gn} q_{gn} + \frac{D_{m,gn} (C_{pm}(CO_2) + 2C_{pm}(H_2O) + 8C_{pm}(N_2))}{M(CH_4)} (T_s - T_e) = 0$$

Et finalement

$$T_s = T_e + \frac{q_{gn} M(CH_4)}{C_{pm}(CO_2) + 2C_{pm}(H_2O) + 8C_{pm}(N_2)}$$

$$T_e = 298 \text{ K}, \quad q_{gn} M(CH_4) = -\Delta_r H^\ominus = 802,2 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}, \quad C_{pm}(CO_2) = 37,1 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}, \\ C_{pm}(N_2) = 29,1 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}, \quad C_{pm}(H_2O) = 33,6 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$T_s = 298 + \frac{802,2 \times 10^3}{37,1 + 2 \times 33,6 + 8 \times 29,1} = 2,68 \times 10^3 \text{ K} = 2,4 \times 10^3 \text{ }^\circ\text{C}$$

Cette température est largement supérieure à la température supportée par les aubes de la turbine (1600 °C) : il faut donc utiliser un excès d'air pour limiter la température atteinte en sortie du réacteur.

Q4) Si on choisit $D_{m, \text{air}}$ différent de D_{m0} , on s'éloigne des conditions stœchiométriques, donc pour la même quantité de réactif limitant la quantité de chaleur dégagée est identique, mais en fin de réaction la quantité de matière est plus élevée puisqu'il faut ajouter la quantité de réactif en excès qui n'a pas réagi. La capacité thermique du système après réaction pour la même quantité de chaleur dégagée est plus élevée, donc la température finale est moindre.

En pratique on utilise un excès d'air car l'air est disponible gratuitement en quantité illimitée, tandis que le méthane est un réactif onéreux (procédé d'extraction et de purification du gaz naturel, transport et stockage depuis le site de production), polluant (gaz à effet de serre), qu'on ne souhaite donc pas gaspiller.

Q5) On adapte le bilan précédent, en supposant que la température reste inférieure à la limite pour laquelle les oxydes NO_x apparaissent. L'excès massique d'air vaut $\Delta D_m = D_{m, \text{air}} - D_{m0}$. Il correspond à un excès de flux molaire de dioxygène ΔF_{O_2} qui ne participe pas à la réaction donc qui se retrouve en sortie du réacteur.

Comme la masse molaire de l'air vaut $M(\text{air}) = \frac{M(\text{O}_2) + 4M(\text{N}_2)}{5}$, l'expression du flux molaire de O_2 sortant du réacteur a pour expression

$$F_{s, \text{O}_2} = \Delta F_{\text{O}_2} = \frac{1}{5} \frac{\Delta D_m}{M(\text{air})} = \frac{D_{m, \text{air}} - D_{m0}}{M(\text{O}_2) + 4M(\text{N}_2)}$$

Le diazote ne participe pas à la réaction, donc

$$F_{s, \text{N}_2} = \frac{4D_{m, \text{air}}}{M(\text{O}_2) + 4M(\text{N}_2)}$$

Les expressions des quantités de CO_2 et de H_2O en sortie, établies en ?? sont inchangées. Le flux molaire de CH_4 en entrée peut s'exprimer en fonction de D_{m0} d'après le bilan pour les quantités stœchiométriques établi en ?? :

$$F_{s, \text{H}_2\text{O}} = 2F_{s, \text{CO}_2} = 2F_{e, \text{CH}_4} = \frac{2D_{m, \text{gn}}}{M(\text{CH}_4)} = \frac{D_{m0}}{M(\text{O}_2) + 4M(\text{N}_2)}$$

En regroupant les résultats des flux de sortie dans un tableau :

F_{CH_4}	F_{O_2}	F_{CO_2}	$F_{\text{H}_2\text{O}}$	F_{N_2}
0	$\frac{D_{m, \text{air}} - D_{m0}}{M(\text{O}_2) + 4M(\text{N}_2)}$	$\frac{D_{m0}}{2(M(\text{O}_2) + 4M(\text{N}_2))}$	$\frac{D_{m0}}{M(\text{O}_2) + 4M(\text{N}_2)}$	$\frac{4D_{m, \text{air}}}{M(\text{O}_2) + 4M(\text{N}_2)}$

Q6) En présence d'un excès d'air, la formation d'oxyde NO_x est possible puisque le gaz en sortie contient O_2 et N_2 susceptibles de réagir si $T > 1300^\circ\text{C}$. Si on impose $T < T_{\text{max}} = 1300^\circ\text{C}$, il n'y a pas formation d'oxyde d'azote, et la condition de température imposée pour protéger les aubes ($T < 1600^\circ\text{C}$) est également respectée. Il faut donc imposer $T_s < T_{\text{max}} = 1300^\circ\text{C}$.

Remarque : la rédaction de l'énoncé est maladroite, car la turbine ne peut pas fonctionner à sa température maximale.

On peut alors adapter le bilan enthalpique de la question ??, qui s'écrit toujours $\delta H_1 + \delta H_2 = 0$, où

$$— \delta H_1 = -D_{m, \text{gn}} q_{\text{gn}} dt = -\frac{M(\text{CH}_4)}{2(M(\text{O}_2) + 4M(\text{N}_2))} D_{m0} q_{\text{gn}} dt = \frac{D_{m0} \Delta_r H^\ominus}{2(M(\text{O}_2) + 4M(\text{N}_2))} dt$$

— $\delta H_2 = \sum_i F_i C_{pm,i} (T_s - T_e) dt$ où la somme s'effectue sur tous les composés présents en sortie du réacteur. D'après la question précédente :

$$\delta H_2 = \frac{D_{m,air} (C_{pm}(O_2) + 4C_{pm}(N_2)) + D_{m0} (C_{pm}(CO_2)/2 + C_{pm}(H_2O) - C_{pm}(O_2))}{M(O_2) + 4M(N_2)} (T_s - T_e) dt$$

Le bilan s'écrit après simplification

$$\frac{-D_{m0} \Delta_r H^\ominus}{2} = [D_{m,air} (C_{pm}(O_2) + 4C_{pm}(N_2)) + D_{m0} (C_{pm}(CO_2)/2 + C_{pm}(H_2O) - C_{pm}(O_2))] (T_s - T_e)$$

La condition de température s'écrit alors

$$T_{max} - T_e \geq T_s - T_e = \frac{-D_{m0} \Delta_r H^\ominus / 2}{D_{m,air} (C_{pm}(O_2) + 4C_{pm}(N_2)) + D_{m0} (C_{pm}(CO_2)/2 + C_{pm}(H_2O) - C_{pm}(O_2))}$$

La température maximale compatible avec les contraintes est atteinte lorsque l'égalité est atteinte, soit pour un débit d'air D_{m1} tel que

$$D_{m1} (C_{pm}(O_2) + 4C_{pm}(N_2)) + D_{m0} \left(\frac{C_{pm}(CO_2)}{2} + C_{pm}(H_2O) - C_{pm}(O_2) \right) = \frac{-D_{m0} \Delta_r H^\ominus}{2(T_{max} - T_e)}$$

Soit

$$D_{m1} = \frac{D_{m0}}{C_{pm}(O_2) + 4C_{pm}(N_2)} \left(\frac{-\Delta_r H^\ominus}{2(T_{max} - T_e)} - \frac{C_{pm}(CO_2)}{2} - C_{pm}(H_2O) + C_{pm}(O_2) \right)$$

ou, en introduisant le PCI q_{gn} (ce n'est pas nécessaire pour l'application numérique)

$$D_{m1} = \frac{D_{m0}}{C_{pm}(O_2) + 4C_{pm}(N_2)} \left(\frac{M(CH_4) q_{gn}}{2(T_{max} - T_e)} - \frac{C_{pm}(CO_2)}{2} - C_{pm}(H_2O) + C_{pm}(O_2) \right)$$

$D_{m0} = 174 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$, $-\Delta_r H^\ominus = 802,2 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$, $T_{max} - T_e = 1275^\circ \text{C}$, $C_{pm}(CO_2) = 37,1 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$, $C_{pm}(N_2) = 29,1 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$, $C_{pm}(H_2O) = 33,6 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$, $C_{pm}(O_2) = 29,4 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

$$D_{m1} = \frac{174}{29,4 + 4 \times 29,1} \left(\frac{802,2 \times 10^3}{2 \times 1275} - \frac{37,1}{2} - 33,6 + 29,4 \right) = 348 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

Q7) L'expression de la variation d'enthalpie δH_1 associée à la réaction à 298 K est inchangée

$$\delta H_1 = \frac{D_{m0} \Delta_r H^\ominus}{2(M(O_2) + 4M(N_2))} dt$$

tandis que l'expression de la variation d'enthalpie δH_2 devient

$$\delta H_2 = \frac{dt \int_{T_e}^{T_s} [2D_{m,air} (C_{pm}(O_2) + 4C_{pm}(N_2)) + D_{m0} (C_{pm}(CO_2) + 2C_{pm}(H_2O) - 2C_{pm}(O_2))] dT}{2(M(O_2) + 4M(N_2))}$$

On obtient alors en séparant les débits massiques la relation

$$D_{m,air} = D_{m0} \frac{-\Delta_r H^\ominus - \int_{T_e}^{T_s} (C_{pm}(CO_2) + 2C_{pm}(H_2O) - 2C_{pm}(O_2)) dT}{2 \int_{T_e}^{T_s} (C_{pm}(O_2) + 4C_{pm}(N_2)) dT}$$

Q8) Les capacités thermiques molaires s'expriment en $\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$. On en déduit les unités des coefficients de la relation $C_{pm} = A + BT + CT^2 + DT^3 + E/T^2$

A	B	C	D	E
$\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$	$\text{J} \cdot \text{K}^{-2} \cdot \text{mol}^{-1}$	$\text{J} \cdot \text{K}^{-3} \cdot \text{mol}^{-1}$	$\text{J} \cdot \text{K}^{-4} \cdot \text{mol}^{-1}$	$\text{J} \cdot \text{K} \cdot \text{mol}^{-1}$

Remarque : la relation de Shomate est une relation phénoménologique dont l'objectif est de donner une approximation analytique et intégrable de $C_p(T)$ déduit de mesures expérimentales :

$$\int_{T_1}^{T_2} C_p dT = A(T_2 - T_1) + \frac{B}{2}(T_2^2 - T_1^2) + \frac{C}{3}(T_2^3 - T_1^3) + \frac{D}{4}(T_2^4 - T_1^4) - E \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)$$

Il ne semble pas donc pas intéressant d'intégrer numériquement cette relation. Mais comme l'énoncé le demande...

```
def int_Cpm(gaz, T1, T2):
    n = 1000
    delta_T = (T2 - T1)/n
    somme = 0.0
    for i in range(n):
        somme += Cpm(T1 + i * delta_T)
    return delta_T * somme
```

Q9) Le graphe donné présente un maximum ($D_{m,\text{air}} = 175 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$, $T_s = 2,25 \times 10^3 \text{ K}$) qui correspond au fonctionnement en proportions stœchiométriques. La valeur de $D_{m,\text{air}}$ est cohérente avec celle de D_{m0} obtenue ???. Celle de T_s est plus faible que la valeur calculée ($T_s = 2,68 \times 10^3 \text{ K}$), car elle tient compte de la dépendance en température des C_{pm} . Le calcul a été effectué pour les valeurs à 298 K, température d'entrée des gaz dans le réacteur. Comme les C_{pm} augmentent avec T , la même variation d'enthalpie liée à l'échauffement des gaz après réaction de combustion est obtenue avec une augmentation de température moindre.

Pour $D_{m,\text{air}} < D_{m0}$, le réacteur fonctionne avec un excès de gaz naturel, pour $D_{m,\text{air}} > D_{m0}$ avec un excès d'air. Plus l'écart à D_{m0} est important plus la température de sortie des gaz est basse,

Le débit d'air qui permet d'atteindre une température de sortie $T_s = 1300^\circ\text{C} = 1573 \text{ K}$ sans production de NO_x se lit sur le graphique (en considérant le domaine où l'air est en excès) :

$$D_{m,\text{air}} = 300 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1} < D_{m1} = 350 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

l'ordre de grandeur est comparable. Cependant les capacités thermiques augmentant avec la température, un moindre excès d'air conduit à la même température finale, puisque la capacité des gaz à absorber la chaleur dégagée par la réaction pour un même échauffement est plus forte.

La conservation de la masse permet d'écrire

$$D_{m,s} = D_{m,\text{gn}} + D_{m,\text{air}} = 9,66 + 300 = 310 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

Q10) Si on considère l'ensemble formé par la turbine à gaz et le générateur électrique qu'elle entraîne, la puissance coûteuse correspond à $\mathcal{P}_{\text{th}0} = 484 \text{ MW}$ générée par la combustion du gaz naturel, la puissance électrique du générateur vaut 165 MW, soit un rendement

$$\eta = \frac{165}{484} = 0,35$$

ordre de grandeur acceptable pour une machine thermique.

L'énoncé demande le rendement thermodynamique de l'ensemble de la centrale, mais il manque les données sur la puissance thermique dégagée dans la seconde chaudière où les gaz issus de la turbine servent de comburant à la combustion des fumées industrielles. On peut cependant calculer un rendement en considérant que la seule énergie coûteuse est le gaz naturel, les fumées industrielles étant gratuites puisque ce sont des déchets de l'industrie métallurgique. Dans ce cadre la puissance totale produite est la somme des puissances des générateurs électriques égale à $165 + 230 = 395 \text{ W}$. Le rendement vaut dans ce cas

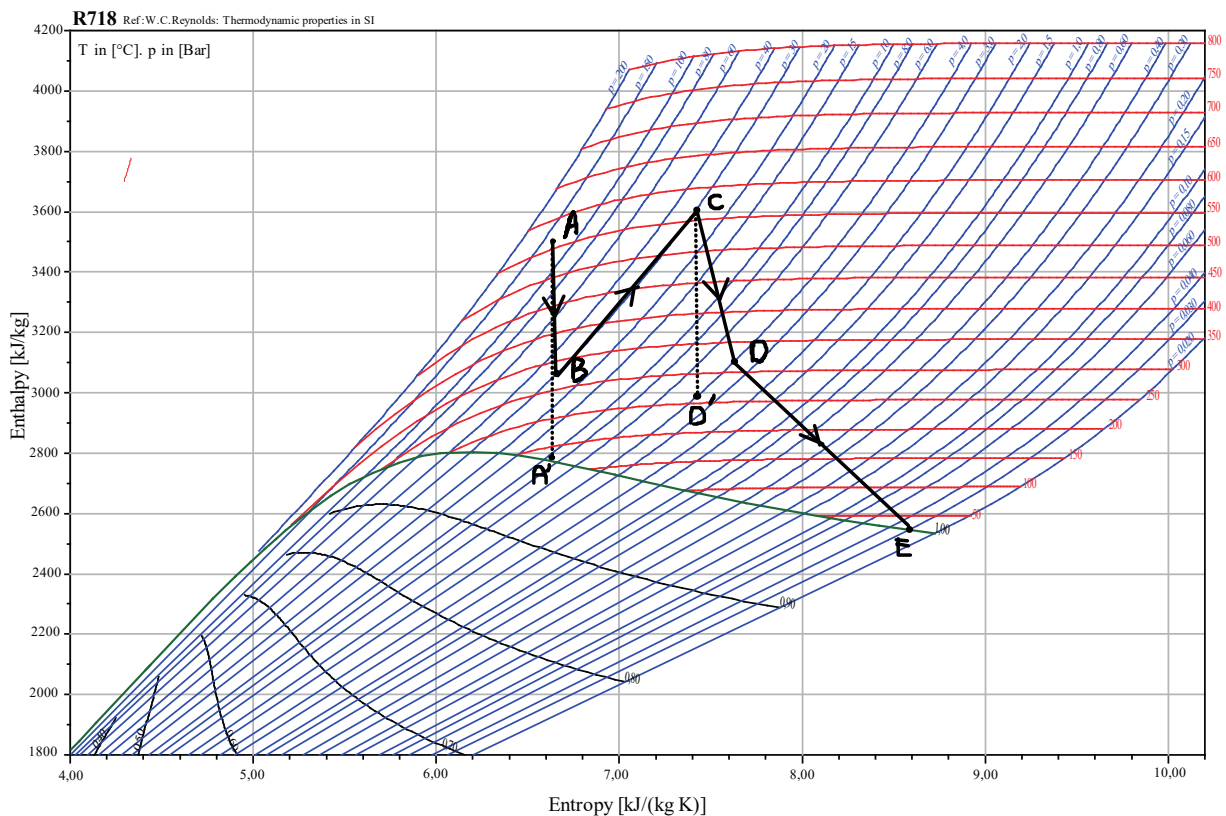
$$\eta = \frac{395}{484} = 0,82$$

Ce n'est pas à proprement parler un rendement thermodynamique puisque le calcul ne prend pas en compte la chaleur qui est libérée par la combustion des fumées industrielles, mais plus un rendement économique, dans le sens où la chaleur libérée par la combustion du méthane est proportionnelle au coût du gaz naturel, de même que l'énergie récupérée à la sortie des générateurs électriques,

Partie B - La turbine à vapeur

I - Étude globale de la turbine

Q11)



Q12) Les points A et B sont situés pratiquement sur la même verticale, ce qui correspond à une transformation AB (détente dans la turbine haute pression) isentropique puisque l'axe des abscisses représente l'entropie massique de la vapeur d'eau.

Pour un gaz parfait une isentropique vérifie la loi de Laplace, qui s'écrit dans sa forme la plus courante $pV^\gamma = cste$. La combinaison avec la loi du gaz parfait $pV/T = cste$ donne la relation entre pression et température pour la transformation AB

$$\frac{P_A^{\gamma-1}}{T_A^\gamma} = \frac{P_B^{\gamma-1}}{T_B^\gamma}$$

En supposant que les pressions sont fixées, la température de sortie dans l'hypothèse d'un gaz parfait a pour expression

$$T_B = \left(\frac{P_B}{P_A}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} T_A$$

$$P_B = 30 \text{ bar}, P_A = 144 \text{ bar}, T_A = 565^\circ\text{C} = 838 \text{ K}, \gamma = 1,3$$

$$T_B = 583 \text{ K} = 310^\circ\text{C}$$

L'ordre de grandeur est comparable avec la valeur réelle (330°C), mais sensiblement différente : l'hypothèse du gaz parfait peut être utilisée en première approximation, mais reste néanmoins insuffisante pour des calculs précis.

Q13) Par définition de la vitesse débitante, $D_m = \rho SV$. La section S de l'écoulement à l'entrée de la turbine est limitée par les cercles de rayon R_0 et $R_0 + a$, donc $S = \pi((R_0 + a)^2 - R_0^2) = \pi a(2R_0 + a)$

$$v_A = \frac{D_m}{\pi \rho_A a(2R_0 + a)}$$

$$D_m = 534 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{h}^{-1} = 148 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}, \rho_A = 33 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}, R_0 = 0,296 \text{ m}, a = 4,1 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$v_A = 55 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

La conservation du débit massique en régime stationnaire impose $D_m = \rho_A S_A v_A = \rho_B S_B v_B$. Si on modifie la géométrie de la turbine de sorte que $S_A = S_B$, tout en conservant la même valeur de ρ_B , la vitesse débitante en sortie a pour expression et pour valeur

$$v_B = \frac{\rho_A}{\rho_B} v_A = \frac{33}{11} 55 = 165 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

L'objectif de la turbine est de transférer de l'énergie du fluide au rotor. Si la vitesse du fluide augmente, celui-ci gagne de l'énergie cinétique, ce qui limite les transferts du fluide vers le rotor. Pas d'autre idée, puisque l'application numérique montre qu'il n'y pas risque de passage en régime supersonique.

Si on veut maintenir un ordre de grandeur constant pour la vitesse débitante, la conservation du débit massique impose la relation entre les sections

$$S_B = \frac{\rho_A}{\rho_B} S_A > S_A$$

La section de la turbine doit augmenter entre l'entrée et la sortie.

Q14) Le premier principe de la thermodynamique pour le système ouvert associé à la turbine haute pression s'écrit, en supposant que la turbine est calorifugée :

$$D_m(h_B - h_A) = \mathcal{P}_u + \mathcal{P}_{th} = \mathcal{P}_u$$

$$\mathcal{P}_u = 148 \times (3050 - 3500) = -67 \times 10^3 \text{ kW} = -67 \text{ MW}$$

Il s'agit de la puissance utile reçue par le fluide. On en déduit la puissance fournie par la vapeur d'eau à l'arbre

$$\mathcal{P} = -67 \text{ MW}$$

Q15) Une détente isentropique est représentée par une verticale dans le diagramme de Mollier. En partant du point A et en restant dans le domaine vapeur (limité par la courbe noire indicée 1,00, correspondant à la courbe de rosée, les courbes noires représentant les courbes iso-titre), on aboutit à un point A' de température comprise entre 150 et 200 °C, de pression comprise entre 8 et 10 bar, d'enthalpie massique $2790 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$: on obtient de manière analogue à la question précédente une puissance cédée à l'arbre

$$-\mathcal{P}_u = D_m(h_A - h'_A) = 148 \times (3500 - 2790) = 105 \text{ MW}$$

On constate cependant que la détente n'est pas complète puisque la pression finale est supérieure à la pression atmosphérique.

Remarque : le diagramme de Mollier n'est pas au programme en PSI, l'énoncé aurait pu donner plus d'indications, en particulier préciser la courbe de rosée, qui n'est pas très visible parmi les courbes iso-titres qui ne sont pas clairement indiquées.

Q16) Le surchauffeur (transformation BC) ne contient pas de pièce mobile, donc la seule puissance en jeu est une puissance thermique, égale, d'après le premier principe en système ouvert appliqué au surchauffeur, à

$$\mathcal{P}_{th, SC} = D_m(h_C - h_B) = 148 \times (3600 - 3050) = 81,4 \text{ MW}$$

Cette puissance représente une puissance à fournir à la vapeur pour la surchauffer.

L'ensemble du circuit vapeur correspond à la transformation AE. Dans l'hypothèse où les turbines sont calorifugées ($\mathcal{P}_{th} = 0$), le premier principe en écoulement stationnaire s'écrit

$$\mathcal{P}_{u, turbines} + \mathcal{P}_{th, SC} = D_m(h_E - h_A) = 148 \times (2550 - 3500) = -141 \text{ MW}$$

comme $\mathcal{P}_{th, SC} = 81,4 \text{ MW}$,

$$\mathcal{P}_{turbines} = -\mathcal{P}_{u, turbines} = 141 + 81,4 = 222 \text{ MW}$$

Par rapport à une unique turbine isentropique, pour laquelle $\mathcal{P} = 105 \text{ MW}$, on gagne 117 MW, en apportant 81,4 MW au surchauffeur : l'utilisation d'un surchauffeur et de plusieurs turbines est plus intéressante que l'utilisation d'une seule turbine du point de vue énergétique.

Q17) Dans la turbine moyenne pression la vapeur se transforme selon CD. Pour obtenir l'évolution adiabatique réversible de même pression finale p_D , on trace l'intersection de la verticale passant par C (on s'intéresse à une évolution adiabatique réversible donc isentropique) et l'isobare $p = p_D = 4 \text{ bar}$, qui correspond au point D', avec $h_{D'} = 2950 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$. Par conséquent pour l'évolution réelle et l'évolution isentropique, on obtient respectivement les puissances cédées à l'arbre

$$\mathcal{P}_{\text{réelle}} = -D_m(h_D - h_c) = -148 \times (3100 - 3600) = 74 \text{ MW}$$

$$\mathcal{P}_{\text{isent.}} = -D_m(h_{D'} - h_c) = -148 \times (2950 - 3600) = 96 \text{ MW}$$

La puissance réelle cédée à l'arbre est inférieure à la puissance dans le cas isentropique. La différence entre ces deux valeurs représente les pertes liées aux irréversibilités :

$$\mathcal{P}_{\text{pertes}} = 22 \text{ MW}$$

Q18) On est en présence d'un système calorifugé ($\mathcal{P}_{\text{th}} = 0$), sans pièce mobile ($\mathcal{P}_u = 0$), à deux entrées et deux sorties, pour lequel le premier principe en écoulement stationnaire s'écrit

$$\frac{dH}{dt} = \underbrace{D_m(h_{\text{liq}, 26^\circ\text{C}} - h_{\text{vap}, 26^\circ\text{C}})}_{\text{vapeur}} + \underbrace{\rho_{\text{eau}} Q c_{\text{eau}}(\theta_s - \theta_e)}_{\text{eau de refroidissement}} = -D_m l_{\text{vap}} + \rho_{\text{eau}} Q c_{\text{eau}}(\theta_s - \theta_e) = 0$$

soit

$$\theta_s = \theta_e + \frac{D_m l_{\text{vap}}}{\rho_{\text{eau}} Q c_{\text{eau}}} = 15 + \frac{534 \times 10^3 \times 2,3 \times 10^3}{1 \times 10^3 \times 33 \times 4,18 \times 10^3} = 24^\circ\text{C} < 30^\circ\text{C}$$

La réglementation est respectée.

II - Étude d'un étage de détente de la turbine haute pression

Q19) Il faut que le temps de passage de la vapeur dans chaque partie du rotor soit court devant le temps caractéristique de transfert thermique. Si V est l'ordre de grandeur de la vitesse de l'écoulement par rapport aux aubes de longueur caractéristique b , et τ_{th} le temps caractéristique de transfert thermique entre la vapeur et les aubes, le critère d'évolution adiabatique s'écrit

$$\frac{b}{V} \ll \tau_{\text{th}}$$

Q20) L'écoulement est assimilé à l'écoulement isentropique d'un gaz parfait, qui vérifie par conséquent la loi de Laplace. La pression et la température sont liées par la relation

$$\frac{p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{T} = \text{Cste}$$

Par différenciation logarithmique

$$\frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{dp}{p} - \frac{dT}{T} = 0$$

En assimilant la différentielle à la variation, ce qui correspond à un calcul au premier ordre, le lien entre les variations $\Delta T = T_1 - T_A$ et $\Delta p = p_1 - p_A$ au voisinage des grandeurs d'entrée T_A et p_A de la turbine haute pression s'écrit

$$\Delta T_1 = \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{T_A}{p_A} \Delta p_1$$

$$\Delta p = -7,3 \text{ bar}, T_A = 565^\circ\text{C} = \text{K}, P_A = 144 \text{ bar}, \gamma = 1,3$$

$$\Delta T_1 = \frac{0,3}{1,3} \frac{838}{144} (-7,3) = -9,8 \text{ K} = -9,8^\circ\text{C}$$

Si on suppose que la variation d'énergie cinétique massique n'est pas négligeable, le premier principe en écoulement stationnaire appliqué entre l'entrée et la sortie du rotor s'écrit, puisque la transformation est adiabatique et sans échange de travail (pas de pièce mobile dans le stator)

$$D_m \left[\left(h_1 + \frac{v_1^2}{2} \right) - \left(h_A + \frac{v_A^2}{2} \right) \right] = 0$$

soit dans le modèle du gaz parfait (seconde loi de Joule)

$$v_1^2 = v_A^2 + 2(h_A - h_1) = v_A^2 - 2c_p(T_1 - T_A)$$

$$v_A = 55 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, c_p = 2,00 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}, \Delta T_1 = -9,8 \text{ K}$$

$$v_1 = \sqrt{55^2 + 2 \times 2 \times 10^{-3} \times 9,8} = 205 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Q21) Chaque aube du rotor supposée de section constante et sans vrillage subit de la part de l'écoulement une force aérodynamique contenue dans son plan de section droite. Dans le référentiel lié au rotor, l'écoulement incident sur les aubes est caractérisé par sa vitesse $\vec{w}_1 = w_1 \vec{e}_z$ colinéaire à l'axe de rotation de la turbine, donc la force de portance $\vec{F}_L$, orthogonale à $\vec{w}_1$ est orthoradiale : $\vec{F}_L = F_L \vec{e}_\theta$ et la force de traînée colinéaire à $\vec{w}_1$ est axiale : $\vec{F}_D = F_D \vec{e}_z$.

Dans le référentiel du stator, la vitesse d'une aube du rotor vaut $\vec{U} = U \vec{e}_\theta$, donc seule la force de portance participe au transfert énergétique de l'écoulement vers le rotor, positif compte tenu de l'orientation de la corde de l'aube : $\mathcal{P} = \vec{F}_L \cdot \vec{U} = F_L U > 0$. Le document 2 montre que pour les paramètres utilisés : $Re = 6 \times 10^6 > 1 \times 10^6$ et $i = 15^\circ$ la coefficient de portance est maximal, ce qui assure une puissance cédée à chaque aube maximale, d'où le choix de cette valeur de l'inclinaison.

D'après le document 2, pour $Re = 6 \times 10^6 > 1 \times 10^6$ et $i = 15^\circ$

$$C_L = 1,2 ; C_D = 0,05$$

En toute rigueur, la vitesse U donc l'inclinaison i , mais aussi le bras de levier dépendent de la distance à l'axe de la turbine, qui varie le long de chaque aube entre R_0 et $R_0 + a$. Cette variation n'est a priori pas négligeable pour $a = 41 \text{ mm}$ et $R_0 = 296 \text{ mm}$. Cependant on va faire cette approximation pour une première estimation de la puissance cédée au rotor, en considérant une force de portance unique appliquée à la distance R_0 de l'axe. L'énoncé suggère cette approximation, puisqu'il donne la relation $U = R_0 \Omega$.

D'après le triangle des vitesses et le théorème de Pythagore, $v_1^2 = w_1^2 + U^2$

$$w_1^2 = v_1^2 - U^2 = v_1^2 - (R_0 \Omega)^2 = 205^2 - (0,296 \times 100 \times \pi)^2 = 33,3 \times 10^3 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} ; w_1 = 183 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

D'après le document la surface alaire de chaque aube vaut $S = ab = 41 \times 32 = 1,3 \times 10^3 \text{ mm}^2 = 1,3 \times 10^{-3} \text{ m}^2$.

La vapeur est assimilé au gaz parfait. Comme $V = m/\rho$, la loi de Laplace $pV^\gamma = \text{cste}$ s'écrit $p/\rho^\gamma = \text{cste}$, soit en prenant la différentielle logarithmique, et en assimilant comme précédemment différentielle et variation

$$\frac{\Delta p_1}{p_A} - \gamma \frac{\Delta \rho_1}{\rho_A} = 0 : \Delta \rho_1 = \frac{\rho_A}{\gamma} \frac{\Delta p_1}{p_A} = \frac{33 \times (-7,3)}{1,3 \times 144} = -1,3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

d'où $\rho_1 = \rho_A + \Delta\rho_1 = 32 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

On en déduit les forces de portance et de traînée sur une aube :

$$F_L = \frac{C_L}{2} \rho_{\text{air}} S w_1^2 = 8,4 \times 10^2 \text{ N} ; F_D = \frac{C_D}{2} \rho_{\text{air}} S w_1^2 = 35 \text{ N}$$

Chaque aube se déplace à la vitesse $U\vec{e}_\theta = R_0\Omega\vec{e}_\theta$ dans le référentiel du stator, soit une puissance reçue

$$\mathcal{P} = F_L R_0 \Omega = 8,4 \times 10^2 \times 0,296 \times 100\pi = 78 \text{ kW}$$

et pour l'ensemble des 80 aubes du premier étage

$$\mathcal{P} = 6,3 \text{ MW}$$

La force axiale vaut

$$F_{\text{ax}} = 80F_D = 2,8 \text{ kN}$$

Q22) On effectue un bilan de quantité de mouvement dans le référentiel lié au stator pour le système fermé décrit dans l'énoncé. Il est constitué à l'instant t du fluide entrant entre deux aubes du rotor entre t et $t + dt$ et du fluide contenu entre les deux aubes. À l'instant $t + dt$ il est constitué du fluide contenu entre les deux aubes et du fluide sortant entre t et $t + dt$. Le débit massique associé vaut D_{m1} : D_{m1}/n où n est le nombre d'aubes du premier étage du rotor.

En régime stationnaire, le moment cinétique du fluide contenu entre les deux aubes L_Σ est constant. La masse de fluide entrant vaut $\delta m = D_{m1}dt$, et sa vitesse vaut $\vec{v}_1 = w_1\vec{e}_z + U\vec{e}_\theta$. Le moment cinétique de cette masse de fluide entrant par rapport à l'axe vaut

$$\delta L(t) = \delta m ((R_0\vec{e}_r) \wedge (w_1\vec{e}_z + U\vec{e}_\theta)) \cdot \vec{e}_z = D_{m1}R_0Udt$$

Le fluide sort du rotor à la vitesse axiale $\vec{v}_2 = v_2\vec{e}_z$, donc son moment cinétique par rapport à l'axe de la turbine. La variation de moment cinétique du système fermé associé au volume entre les deux aubes a pour expression

$$dL = (0 + L_\Sigma(t + dt)) - (\delta L(t) + L_\Sigma(t)) = -D_{m1}R_0Udt$$

Ce système est soumis à l'action des aubes, et aux forces de pression amont et aval. Ces dernières sont axiales car elles sont normales aux sections d'entrée et de sortie, donc leur moment par rapport à l'axe est nul. Le théorème du moment cinétique s'écrit alors

$$\frac{dL}{dt} = -D_{m1}R_0U = \Gamma_{\text{aube} \rightarrow \text{fluide}}$$

soit

$$\Gamma_{\text{fluide} \rightarrow \text{aube}} = D_{m1}R_0U$$

et pour l'ensemble des n filets de fluides circulant entre les n aubes (dont les caractéristiques sont identiques)

$$\Gamma_{\text{fluide} \rightarrow \text{aubes}} = nD_{m1}R_0U = D_mR_0U$$

La puissance transmise au rotor est la puissance de ce couple :

$$\mathcal{P} = \Gamma_{\text{fluide} \rightarrow \text{aubes}}\Omega = D_mR_0U\Omega = D_mU^2$$

car $R_0\Omega = U$.

$$U = R_0\Omega = 0,296 \times 100 \times \pi = 93 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, \text{ et } D_m = 148 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\mathcal{P} = 148 \times 93^2 = 1,3 \text{ MW}$$

Q23) D'après l'énoncé, dans le modèle de turbine à action parfaite, la variation d'enthalpie de l'écoulement à la traversée d'un étage se produit uniquement à la traversée du stator puisque $0 = \epsilon = \Delta h_{\text{rotor}} / (\Delta h_{\text{rotor}} + \Delta h_{\text{stator}})$. On a trouvé pour le stator du premier étage $\Delta T_1 = -9,8 \text{ K}$, soit

$$\Delta h_1 = c_p \Delta T_1 = 2,00 \times 10^3 \times (-9,8) = -19,6 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Sur l'ensemble de la turbine haute pression, $\Delta T = 330 - 565 = -235 \text{ K}$, donc $\Delta h = c_p \Delta T = -470 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ et en supposant cette variation également répartie entre les étages

$$n = \frac{\Delta h}{\Delta h_1} = \frac{\Delta T}{\Delta T_1} = \frac{-235}{-9,8} = 24$$

Q24) Pour une turbine à action la puissance totale fournie à l'arbre a pour expression

$$\mathcal{P} = n D_m (2U^2) = n D_m (2(R_0 \Omega)^2)$$

soit

$$\mathcal{P} = 24 \times 148 \times 2 \times (0,296 \times 100\pi)^2 = 61,4 \text{ MW}$$

Cette puissance est comparable mais inférieure à la puissance calculée ??, à partir du diagramme de Mollier, dans l'hypothèse d'une turbine adiabatique. Chacun des calculs est basé sur des hypothèses simplificatrices donc critiquables : turbine parfaitement adiabatique dans un cas, turbine à action parfaite dans l'autre cas.

Compte tenu de la différence de puissance cédée à l'arbre entre la turbine à réaction et la turbine à action, l'accord des valeurs calculées peut laisser supposer que la turbine haute pression est proche d'une turbine à action, et qu'elle n'est pas parfaitement adiabatique.

Partie C - Le générateur électrique

I - Paramètres de l'alternateur

Q25) Le circuit électrique du rotor est parcouru par un courant continu, qui crée un champ magnétique permanent. La rotation du rotor entraîne une variation du flux du champ créé par le rotor à travers les bobinages statoriques, d'où une force électromotrice sinusoïdale et en circuit fermé des courants statoriques sinusoïdaux.

Le rotor et le stator sont deux cylindres coaxiaux séparés par un entrefer. Le circuit rotorique est bobiné sur le rotor sous forme de spires dont les parties utiles sont des paires de conducteurs (aller-retour) parallèles à l'axe commun au rotor et au stator. Deux circuits (phases) sont bobinés sur le stator, avec chacun une géométrie analogue à celle du bobinage rotorique. Les deux phases sont décalées d'une par rapport à l'autre d'un quart de tour.

Q26) Chacune des phases délivre une puissance moyenne $UI \cos \varphi$ où U , I et φ et $\cos \varphi$ sont la tension et l'intensité efficace traversant la phase, ϕ le déphasage entre courant et tension et $\cos \varphi$ le facteur de puissance.. Comme l'alternateur possède deux phases identiques, si celles-ci sont connectées à des charges identiques la puissance totale vaut

$$P = 2UI \cos \varphi$$

En fonctionnement nominal, $P_n = 240 \text{ MW}$, $I_n = 11,1 \text{ kA}$, $\cos \varphi_n = 0,85$, d'où

$$U_n = \frac{P_n}{2I_n \cos \varphi_n} = \frac{240 \times 10^6}{2 \times 11,1 \times 10^3 \times 0,85} = 12,7 \text{ kV}$$

Q27) Un matériau ferromagnétique idéal est caractérisé par une perméabilité magnétique infinie, de sorte que l'excitation magnétique est nulle en tout point du matériau. Un circuit magnétique réalisé dans un ferromagnétique idéal canalise parfaitement les lignes de champ magnétique. À l'interface entre le matériau et un milieu non magnétique (air par exemple, dans le cas d'un entrefer) les lignes de champ côté matériau non magnétique sont orthogonales à l'interface.

La densité d'énergie magnétique dans un matériau ferromagnétique idéal est nulle, de même que l'énergie magnétique qu'il contient. Dans un circuit magnétique avec entrefer, l'énergie magnétique est localisée dans les entrefers.

L'entrefer de l'alternateur est un cylindre délimité par le rotor et le stator, donc les lignes de champ dans l'entrefer sont radiales : $\vec{B}(M) = B(M)\vec{e}_r$ si M est un point de l'entrefer.

Dans une machine synchrone dipolaire, le champ magnétique rotorique, de période spatiale 2π tourne à la vitesse angulaire Ω , ce qui génère un flux de pulsation Ω , donc d'après la loi de Faraday une force électromotrice de même pulsation, dans chacun des bobinages du stator, d'où la condition de synchronisme $\Omega = \omega$ pour l'alternateur dipolaire diphasé.

$$\Omega_n = 2\pi f_n = 3,1 \times 10^2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} = 50 \text{ tr} \cdot \text{s}^{-1} = 3000 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$$

Q28) En tenant compte des orientations données par le schéma ($\underline{E}$ en convention générateur, $\underline{U}$ en convention alternateur, associées au fonctionnement alternateur) la loi des mailles appliquée à une phase s'écrit

$$\underline{E} = (R + jX)\underline{I} + \underline{U} = \underline{U} + R\underline{I} + jX\underline{I}$$

Q29) L'équation électrique lors de l'essai à vide (circuit ouvert, $\underline{I} = 0$) se réduit à $\underline{E} = \underline{U}$. La courbe établie lors de l'essai à vide indique une relation linéaire : $\frac{\underline{U}}{U_n} = A \frac{I_e}{I_{en}}$ où $A = 1,0$, soit la relation

$$E = U_{\text{vide}} = \frac{U_n}{I_{en}} I_e = k I_e$$

L'énoncé donne $I_{en} = 498 \text{ A}$, et $U_n = 12,7 \text{ kV}$ d'après ??, d'où

$$E = k I_e ; k = \frac{U_n}{I_{en}} = \frac{12,7 \times 10^3}{498} = 25,5 \Omega$$

En court-circuit, $\underline{U} = 0$, et l'équation électrique devient $(R + jX)\underline{I}_{cc} = \underline{E}$. On passe aux valeurs efficaces en écrivant la relation en termes de modules (les valeurs efficaces sont égales aux modules au facteur $\sqrt{2}$ près) :

$$\sqrt{R^2 + X^2} I_{cc} = E = k I_e$$

puis on exprime les rapports aux grandeurs nominales

$$\frac{I_{cc}}{I_n} = \frac{k}{\sqrt{R^2 + X^2}} \frac{I_{en}}{I_n} \frac{I_e}{I_{en}}$$

La courbe résultant de l'essai en court-circuit confirme une dépendance linéaire avec un facteur de proportionnalité déduit de la courbe égal à 0,5. Par conséquent

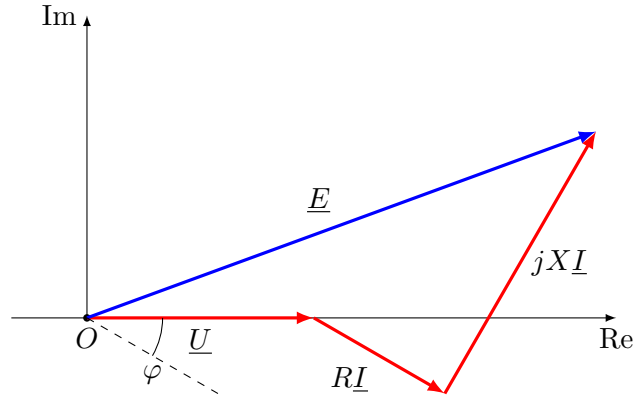
$$\frac{k}{\sqrt{R^2 + X^2}} \frac{I_{en}}{I_n} = \frac{1}{2,0} ; X = \sqrt{\left(2,0k \frac{I_{en}}{I_n}\right)^2 - R^2}$$

$k = 25,5 \Omega$, $I_{en} = 498 \text{ A}$, $I_n = 11,1 \text{ kA}$, $R = 0,9 \Omega$, d'où

$$X = \sqrt{\left(\frac{2 \times 25,5 \times 498}{11,1 \times 10^4}\right)^2 - 0,9^2} = 2,1 \Omega$$

Les valeurs de X et R sont comparables : il n'est a priori pas possible de négliger l'une devant l'autre.

Q30) On reprend la loi des mailles $\underline{E} = R\underline{I} + jX\underline{I} + \underline{U}$, qui conduit au diagramme de Fresnel suivant si le courant est en retard sur $\underline{U}$



Par projection sur les axes réel et imaginaire ($-\pi/2 < \varphi < 0$) :

$$Re(\underline{E}) = U + RI \cos \varphi - XI \sin \varphi ; Im(\underline{E}) = RI \sin \varphi + XI \cos \varphi$$

d'où

$$E^2 = (U_n + RI_n \cos \varphi - XI_n \sin \varphi)^2 + (RI_n \sin \varphi + XI_n \cos \varphi)^2$$

et

$$E = \sqrt{(U_n + RI_n \cos \varphi_n - XI_n \sin \varphi_n)^2 + (RI_n \sin \varphi_n + XI_n \cos \varphi_n)^2}$$

Pour le facteur de puissance nominal $\cos \varphi_n = 0,85$, avec $-\pi < \varphi_n < 0$ (courant en retard), $\sin \varphi_n = -\sqrt{1 - \cos^2 \varphi_n} = -0,53$. $U_n = 12,7 \text{ kV}$, $I_n = 11,1 \text{ kA}$, $R = 0,9 \Omega$, $X = 2,1 \Omega$, d'où

$$E = 36,6 \text{ kV} ; I_e = \frac{E}{k} = 1,43 \text{ kA}$$

En fonctionnement nominal, l'alternateur débite une intensité I_n non nulle, donc il existe une chute de tension associée à la résistance et à l'inductance propre du bobinage statorique : $E > U_n$.

II - Raccordement au réseau - compensateur synchrone

Q31) La tension U_n et la fréquence f sont imposées par le réseau. La puissance mécanique $\Gamma \Omega$ est constante car $\Omega = 2\pi f$ imposé par la condition de synchronisme est constant en fonctionnement stationnaire et le couple fourni par les turbine est supposé constant, donc en négligeant les pertes, la puissance électrique est imposée par la puissance mécanique et reste constante.

La puissance mécanique vaut $U_n I \cos \varphi$. La longueur du segment $O'A$ du diagramme de Fresnel vaut

$$O'A = X|I| \cos \varphi = \sqrt{2}XI \cos \varphi = \frac{\sqrt{2}X}{U_n} U_n I \cos \varphi = \frac{\sqrt{2}X}{U_n} \frac{P}{2} = \frac{X}{\sqrt{2}U_n} P$$

Comme U_n est imposé par le réseau et X est fixé, $O'A$ est proportionnel à P , avec une constante de proportionnalité égale à

$$\frac{X}{\sqrt{2}U_n}$$

Puisque la puissance électrique est constante, le segment $O'A$ est fixé indépendamment de la charge. Comme A est la projection orthogonale de M sur l'axe vertical passant par O' , les points de fonctionnement M sont situés sur la droite horizontale passant par A .

Le déplacement du point de fonctionnement correspond à une modification de la force électromotrice $E = kI_e$, donc on peut déplacer le point de fonctionnement en modifiant le courant d'excitation I_e .

Q32) Le point M' symétrique de M par rapport à la verticale passant par O' est caractérisé par une même puissance et une même intensité statorique.

Par construction $\varphi' = -\varphi$

La relation de la question ?? reste valide avec $R = 0$, et en tenant compte du changement d'orientation de ϕ qui désigne le retard du courant sur la tension :

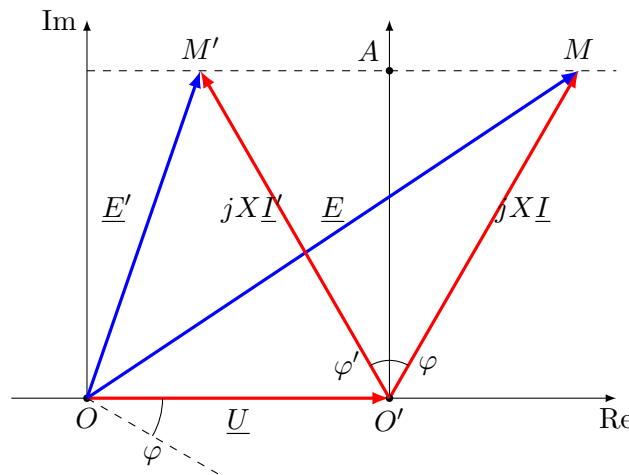
$$E^2 = (U_n + XI \sin \varphi)^2 + (XI \cos \varphi)^2 = U_n^2 + 2XI \sin \varphi + (XI)^2$$

L'énoncé ne précise pas quel point M doit être considéré pour le calcul. On suppose dans la suite que le point M correspond au fonctionnement nominal, et que la résistance R est négligeable, bien que ce ne soit pas le cas (je ne vois pas ce qu'il est possible de calculer sinon)

Comme R n'est pas négligeable, on ne peut pas utiliser la valeur de E calculée précédemment en fonctionnement nominal. On reprend les valeurs données $I_n = 11,1$ kA, $\cos \varphi_n = 0,85$ et calculées $U_n = 12,7$ kV, $X = 2,1 \Omega$ et $\sin \varphi = 0,53$, pour calculer

$$E = 32 \text{ kV}, I_e = 1,25 \text{ kA} \quad ; \quad E' = 20 \text{ kV}, I'_e = 0,78 \text{ kA}$$

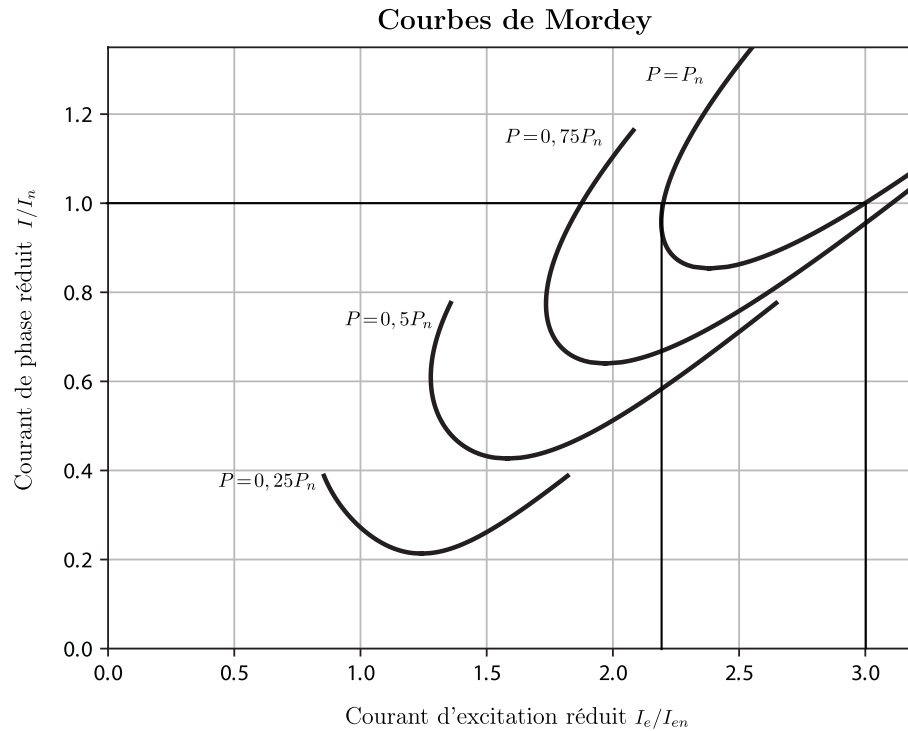
On constate que la valeur de E ne correspond pas exactement à la valeur calculée précédemment, ce qui confirme l'influence non négligeable de R .



Remarque : On peut écrire en sommant les expressions de E et E' , avec $\varphi' = -\varphi$

$$E^2 + E'^2 = 2(U_n^2 + (XI)^2)$$

Q33)



On trace les intersections de l'horizontale associée au courant de phase nominal : $I/I_n = 1$ avec la courbe de Mordey associée à la puissance nominale $P = P_n$. On lit les courants d'excitation réduits correspondants : $I_e/I_{en} = 2,2$ et $I_e/I_{en} = 3,0$, d'où, comme $I_{en} = 498$ A les valeurs des courants d'excitation et des forces électromotrices

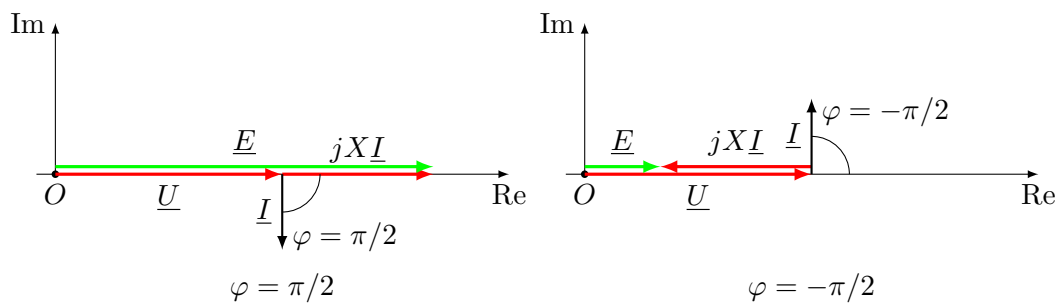
$$I_e = 1,1 \text{ kA}, E = 28 \text{ kV} \quad ; \quad I_e = 1,5 \text{ kA}, E = 38 \text{ kV}$$

On ne retrouve pas les valeurs précédentes (voir ci-dessous). Comme indiqué précédemment $\varphi' = -\varphi$ (ou j'ai raté un point ?)

Remarque : En traçant les courbes de Mordey grâce à un script Python, on constate que les courbes de l'énoncé tiennent compte de la valeur de R , contrairement au calcul effectué à la question précédente. Ces deux questions sont à mon sens très mal posées.

Q34) Si l'alternateur tourne à vide, la puissance mécanique échangée est nulle : $P = 0$, donc $A = O'$. On en déduit $\varphi = \pi/2$ et $\varphi' = -\pi/2$. Dans ce cas

$$E = U_n + XI = U_n + XI = U_n + \frac{XI_n}{10} = 15,2 \text{ kV} \quad ; \quad E' = U_n - XI = U_n - \frac{XI_n}{10} = 10,1 \text{ kV}$$



Le moteur se comporte comme un condensateur ($\underline{Z}_C = 1/(jC\omega)$, soit un courant en avance de phase de $\pi/2$ sur la tension) si $\varphi = -\pi/2$ (φ correspond au retard de phase du courant), donc si $E = 10,1 \text{ kV}$.

L'intérêt de ce fonctionnement en condensateur est de permettre de relever le facteur de puissance d'un réseau électrique, la plupart des consommations électriques étant de type inductif (moteurs électriques).