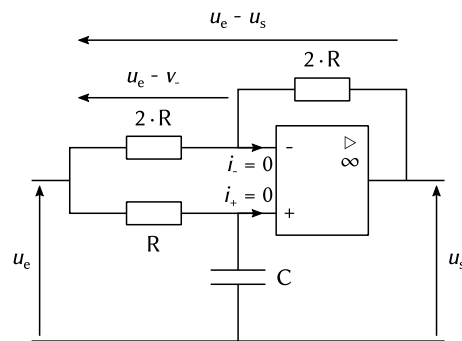


Corrigé
Physique Appliquée
Concours I.E.S.S.A. – Session 2025

Corrigé proposé par Emmanuel Guillaud, PSI*, Lycée Dumont d'Urville, Toulon. N'hésitez pas à me signaler les coquilles éventuelles par les canaux habituels. Merci d'avance.

Première partie.

On commence par établir la fonction de transfert du filtre (cf. Fig. C1 pour les notations), qui va servir pour répondre à toutes les questions qui suivent.



▲ FIGURE C1. Schéma électrique.

Ayant $i_+ = 0$ (modèle idéal de l'A.L.I.), la relation du diviseur de tension s'applique et :

$$u_e - v_- = (u_e - u_s) \cdot \frac{2 \cdot R}{4 \cdot R} = \frac{u_e - u_s}{2}, \quad \blacksquare \quad (1)$$

soit :

$$v_- = \frac{2 \cdot u_e}{2} - \frac{u_e - u_s}{2} = \frac{u_e + u_s}{2}. \quad \blacksquare \quad (2)$$

De même, puisque $i_+ = 0$, il vient :

$$v_+ = u_e \cdot \frac{\frac{1}{j \cdot C \cdot \omega}}{R + \frac{1}{j \cdot C \cdot \omega}} = u_e \cdot \frac{1}{1 + j \cdot R \cdot C \cdot \omega}. \quad \blacksquare \quad (3)$$

L'A.L.I. fonctionne en régime linéaire, donc $v_+ = v_-$, d'où :

$$\frac{u_e + u_s}{2} = u_e \cdot \frac{1}{1 + j \cdot R \cdot C \cdot \omega}, \quad \blacksquare \quad (4)$$

$$u_s = u_e \cdot \left(\frac{2}{1 + j \cdot R \cdot C \cdot \omega} - 1 \right) = u_e \cdot \frac{2 - 1 - j \cdot R \cdot C \cdot \omega}{1 + j \cdot R \cdot C \cdot \omega} = u_e \cdot \frac{1 - j \cdot R \cdot C \cdot \omega}{1 + j \cdot R \cdot C \cdot \omega}, \quad \blacksquare \quad (5)$$

soit finalement :

$$\underline{H}(j \cdot \omega) = \frac{u_s}{u_e} = \frac{1 - j \cdot R \cdot C \cdot \omega}{1 + j \cdot R \cdot C \cdot \omega}. \quad \blacksquare \quad (6)$$

1. Quelle que soit la fréquence, on remarque que $|\underline{H}| = 1$ tandis que l'argument varie, donc il s'agit d'un **montage déphaseur**.

⇒ **Réponse E.**

2. ⇒ **Réponse D** (cf. ci-dessus).

3. À basse fréquence, $\underline{H} \sim 1$ donc le montage a un **comportement suiveur**.

⇒ **Réponse B.**

4. S'agissant d'un comportement suiveur, le diagramme de Bode présente une asymptote horizontale à basse fréquence.

⇒ **Réponse A.**

5. À haute fréquence, $\underline{H} \sim -1$ donc le montage a un **comportement inverseur**.

⇒ **Réponse E.**

6. S'agissant d'un comportement inverseur, le diagramme de Bode présente une asymptote horizontale à haute fréquence.

Remarque. Plus généralement, puisque le gain vaut 1 quelle que soit la fréquence, le diagramme de Bode en gain se résume à une droite à 0 dB/déc.

⇒ **Réponse A.**

7. Le déphasage entre la sortie et l'entrée en régime sinusoïdal forcé est donné par :

$$\varphi(\omega) = \arg(\underline{H}(j \cdot \omega)) = \arg(1 - j \cdot R \cdot C \cdot \omega) - \arg(1 + j \cdot R \cdot C \cdot \omega). \quad \blacksquare \quad (7)$$

Les parties réelles étant positives,

$$\varphi(\omega) = \arctan(-R \cdot C \cdot \omega) - \arctan(R \cdot C \cdot \omega) = \underline{-2 \cdot \arctan(R \cdot C \cdot \omega)}. \quad \blacksquare \quad (8)$$

⇒ **Réponse D.**

8. Le montage a un comportement suiveur à basse fréquence donc **n'affecte pas la phase**.

⇒ **Réponse C.**

9. Le montage a un comportement inverseur à haute fréquence donc le signal de sortie est **en opposition de phase** par rapport au signal d'entrée.

⇒ **Réponse D.**

10. À la pulsation $\omega_0 = 1/(R \cdot C)$,

$$\varphi(\omega_0) = -2 \cdot \arctan(1) = -2 \cdot \frac{\pi}{4} = \underline{-\frac{\pi}{2} \text{ rad.}} \quad \blacksquare \quad (9)$$

Les signaux sont en **quadrature de phase**, le signal de sortie étant **en retard** sur le signal d'entrée.

⇒ **Réponse C.**

11. On a déjà vu que le gain vaut 1 quelle que soit la fréquence, donc le filtre n'affecte pas l'amplitude du signal; les réponses (a), (c) et (d) ne conviennent pas. Sur la Fig. (b), le signal de sortie est en retard d'un quart de période (un peu plus d'une division) par rapport au signal d'entrée, ce qui est en accord avec la réponse précédente.

⇒ **Réponse B.**

12. On revient en notation réelle à partir de la fonction de transfert :

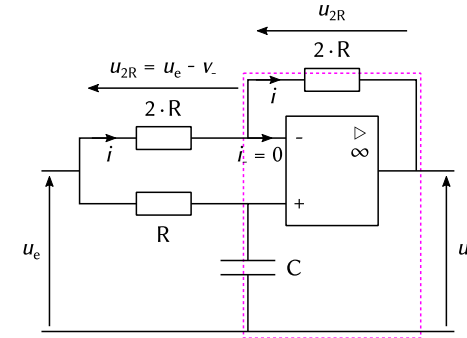
$$(1 + j \cdot R \cdot C \cdot \omega) \cdot \underline{u_s} = (1 - j \cdot R \cdot C \cdot \omega) \cdot \underline{u_e}, \quad \blacksquare \quad (10)$$

soit :

$$R \cdot C \cdot \frac{du_s}{dt} + u_s = -R \cdot C \cdot \frac{du_e}{dt} + u_e. \quad \blacksquare \quad (11)$$

⇒ **Réponse A.**

13. Le condensateur est initialement déchargé et la tension à ses bornes est une fonction continue du temps donc $v_+(0^+) = v_+(0^-) = 0$. L'A.L.I. fonctionnant en outre en régime linéaire, on en déduit que $v_-(0^+) = 0$.



▲ **FIGURE C2.** Schéma électrique.

Comme les deux résistances de la branche supérieure sont parcourues par le même courant et ont la même valeur, la tension à leurs bornes est la même. On en déduit, en appliquant la loi des mailles dans la maille repérée en pointillés, que :

$$v_- = u_{2R} + u_s = u_e - v_- + u_s, \quad \blacksquare \quad (12)$$

soit :

$$\boxed{u_s = -u_e = -E.} \quad \blacksquare \quad (13)$$

⇒ **Réponse B.**

14. Pour $t > 0$, l'équation différentielle régissant le comportement du filtre s'écrit :

$$\frac{du_s}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot u_s = \frac{E}{R \cdot C}, \quad \blacksquare \quad (14)$$

d'où :

$$u_s(t) = E + A \cdot \exp\left(-\frac{t}{R \cdot C}\right), \quad \blacksquare \quad (15)$$

avec $u_s(0^+) = E + A = -E$, soit $A = -2 \cdot E$, d'où finalement :

$$\boxed{u_s(t) = E - 2 \cdot E \cdot \exp\left(-\frac{t}{R \cdot C}\right).} \quad \blacksquare \quad (16)$$

⇒ **Réponse C.**

Deuxième partie.

15. L'affirmation (a) est vraie. Soient deux points M et M' voisins sur une même surface équipotentielle. On note $\overrightarrow{dOM} = \overrightarrow{MM'}$. La différence de potentiel entre M et M' s'écrit :

$$dV = V(M') - V(M) = \overrightarrow{\text{grad}}(V) \cdot \overrightarrow{dOM} = -\vec{E} \cdot \overrightarrow{dOM}, \quad \blacksquare \quad (17)$$

avec $dV = 0$ puisque M et M' appartiennent à la même équipotentielle, donc $\vec{E}$ est orthogonal à $\overrightarrow{dOM}$ i.e. les lignes de champ sont orthogonales aux surfaces équipotentielles.

L'affirmation (b) est fausse. Les plans de symétrie des charges sont des plans de symétrie pour $\vec{E}$, et $\vec{E}$ est tangent à ses plans de symétrie.

L'affirmation (c) est fausse. Ce sont les lignes de champ magnétique qui sont fermées.

L'affirmation (d) est vraie. Dans un milieu vide de charges, l'équation de Maxwell-Gauss s'écrit $\text{div}(\vec{E}) = 0$ donc $\vec{E}$ est à flux conservatif. Par conséquent, la norme du champ augmente là où les lignes de champ se resserrent.

⇒ **Réponses B et C.**

Les questions suivantes sortent dans un ordre peu naturel. On va donc déterminer les expressions du champ électrique et du potentiel en tout point de l'espace en aparté. Commençons par étudier les invariances et symétries du problème. Les plans $(M, \vec{e}_x, \vec{e}_y)$ et $(M, \vec{e}_x, \vec{e}_z)$ sont des plans de symétrie de la distribution de charge donc $\vec{E}$ est orienté suivant $\vec{e}_x$. Par ailleurs, la distribution de charge est invariante par translation suivant les directions y et z donc $\vec{E}$ et V ne dépendent que de x. On en déduit ainsi que :

$$\vec{E}(M) = E(x) \cdot \vec{e}_x \quad \text{et} \quad V(M) = V(x). \quad \blacksquare \quad (18)$$

En outre, le plan $x = 0$ est un plan de symétrie de la distribution de charges donc $\forall x \geq 0$,

$$E(x) = -E(-x) \quad \text{et} \quad V(x) = V(-x). \quad \blacksquare \quad (19)$$

Pour calculer le champ, on va utiliser l'équation de Maxwell-Gauss. On pourrait aussi utiliser le théorème de Gauss en prenant comme surface un cylindre d'axe x dont les extrémités sont situées en $-x$ et x , mais c'est un peu plus long.

1^{er} cas : $-a \leq x \leq a$. L'équation de Maxwell-Gauss s'écrit :

$$\frac{dE}{dx}(x) = \frac{\rho_0}{\epsilon_0}, \quad \blacksquare \quad (20)$$

soit $E(x) = \rho \cdot x / \epsilon_0 + A$, avec $A = 0$ pour respecter l'impairité de E. Ainsi :

$$\vec{E}(M) = \frac{\rho_0 \cdot x}{\epsilon_0} \cdot \vec{e}_x. \quad \blacksquare \quad (21)$$

Par ailleurs, $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}(V)$ donc $dV = -E(x) \cdot dx$. Sachant que $V(0) = 0$, on intègre la relation précédente entre 0 et x :

$$V(x) - 0 = -\frac{\rho_0}{\epsilon_0} \cdot \int_0^x x \cdot dx = -\frac{\rho_0}{\epsilon_0} \cdot \frac{x^2}{2}, \quad \blacksquare \quad (22)$$

$$V(x) = -\frac{\rho_0 \cdot x^2}{2 \cdot \epsilon_0}. \quad \blacksquare \quad (23)$$

2^{ème} cas : $x \geq a$. L'équation de Maxwell-Gauss s'écrit :

$$\frac{dE}{dx}(x) = 0, \quad \blacksquare \quad (24)$$

soit $E(x) = B$, avec, par continuité de E (on ne traverse aucune surface chargée), $E(a) = \rho \cdot a / \epsilon_0 = B$, soit :

$$\vec{E}(M) = \frac{\rho_0 \cdot a}{\epsilon_0} \cdot \vec{e}_x. \quad \blacksquare \quad (25)$$

V est également continu et on connaît sa valeur en $x = a$ donc en reprenant le calcul de l'intégrale précédente, cette fois-ci entre a et x, il vient :

$$V(x) - V(a) = -\frac{\rho_0}{\epsilon_0} \cdot \int_a^x a \cdot dx = -\frac{\rho_0 \cdot a}{\epsilon_0} \cdot (x - a), \quad \blacksquare \quad (26)$$

soit :

$$V(x) = -\frac{\rho_0 \cdot a^2}{2 \cdot \epsilon_0} - \frac{\rho_0}{\epsilon_0} \cdot (a \cdot x - a^2), \quad \blacksquare \quad (27)$$

$$V(x) = \frac{\rho_0 \cdot a^2}{2 \cdot \epsilon_0} - \frac{\rho_0 \cdot a \cdot x}{\epsilon_0}. \quad \blacksquare \quad (28)$$

3^{ème} cas : $x \leq -a$. La fonction E est impaire et V est paire, donc on obtient directement :

$$\vec{E}(M) = -\frac{\rho_0 \cdot a}{\epsilon_0} \cdot \vec{e}_x \quad \text{et} \quad V(x) = \frac{\rho_0 \cdot a^2}{2 \cdot \epsilon_0} + \frac{\rho_0 \cdot a \cdot x}{\epsilon_0}. \quad \blacksquare \quad (29)$$

16. ⇒ **Réponse B.**

17. ⇒ **Réponse C.**

18. ⇒ **Réponse C.**

19. ⇒ **Réponse D.**

20. ⇒ **Réponse D.**

21. ⇒ **Réponse E.**

22. On se place dans le référentiel du laboratoire, supposé galiléen. La particule subit la force de Lorentz, initialement égale à :

$$\vec{F}_0 = -e \cdot \vec{E}(-a) = \frac{\rho_0 \cdot e \cdot a}{\epsilon_0} \cdot \vec{e}_x. \quad \blacksquare \quad (30)$$

La particule, initialement au repos, est donc mise en mouvement dans le sens des x croissants.

La force de Lorentz est motrice pour $x < 0$, puis freine la particule pour $x > 0$. Pour savoir si la particule reste bloquée dans la zone $-a \leq x \leq a$ ou si elle va au-delà, on va déterminer la vitesse atteinte en $x = a$ (si cette position est atteinte). Pour cela, on applique le théorème de l'énergie cinétique à la particule entre $x = -a$ et $x = a$:

$$E_c(a) - E_c(-a) = E_c(a) = W(\vec{F}) = \int_{-a}^a -\frac{\rho_0 \cdot e \cdot x}{\epsilon_0} \cdot dx = -\frac{\rho_0 \cdot e}{2 \cdot \epsilon_0} \cdot (a^2 - (-a)^2) = 0, \quad \blacksquare \quad (31)$$

La particule atteint donc la position $x = a$, mais avec une vitesse nulle, donc va repartir dans l'autre sens sous l'effet de la force de Lorentz (jusqu'à $x = -a$, où la vitesse s'inversera à nouveau). Elle est donc piégée dans la zone chargée.

⇒ **Réponse B.**

23. Le problème est le même, mais on part avec une énergie cinétique non nulle, donc la vitesse ne sera pas nulle en $x = a$, permettant ainsi à la particule de pénétrer dans la zone $x > a$ (on peut reprendre le calcul précédent pour s'en convaincre au besoin).

⇒ **Réponse C.**

24. En changeant le signe de la charge, on change le sens de la force de Lorentz, donc la particule, initialement au repos, est mise en mouvement dans le sens des x décroissants (et le reste).

⇒ **Réponses A et C.**

25. La particule, dont le mouvement est initialement dirigé dans le sens des x croissants, va nécessairement entrer dans la zone $-a \leq x \leq a$. Elle est freinée par la force de Lorentz pour $x < 0$ et accélérée pour $x > 0$. La question est donc de savoir si l'énergie cinétique initiale est suffisante pour dépasser $x = 0$ – dans quel cas la particule sera entraînée de façon non bornée dans le sens des x croissants – ou bien si le sens du mouvement va s'inverser avant d'atteindre $x = 0$. On applique donc le théorème de l'énergie cinétique à la particule entre $x = -a$ et $x = 0$:

$$E_c(0) - E_c(-a) = E_c(0) - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = \int_{-a}^0 \frac{\rho_0 \cdot e \cdot x}{\epsilon_0} \cdot dx = \frac{\rho_0 \cdot e}{2 \cdot \epsilon_0} \cdot (0 - (-a)^2) = -\frac{\rho_0 \cdot e \cdot a^2}{2 \cdot \epsilon_0}. \quad \blacksquare \quad (32)$$

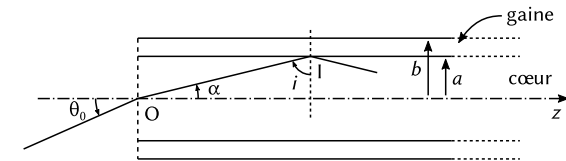
La particule dépasse $x = 0$ si, et seulement si, $E_c(0) > 0$, c'est-à-dire si, et seulement si :

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 - \frac{\rho_0 \cdot e \cdot a^2}{2 \cdot \epsilon_0} > 0, \quad \blacksquare \quad (33)$$

$$v_0 > \sqrt{\frac{\rho_0 \cdot e \cdot a^2}{m \cdot \epsilon_0}}. \quad \blacksquare \quad (34)$$

⇒ **Réponse D.**

Troisième partie.



▲ **FIGURE C3.** Trajet d'un rayon lumineux dans la fibre optique.

26. On écrit la loi de Snell-Descartes en I :

$$n_1 \cdot \sin(i) = n_2 \cdot \sin(r). \quad \blacksquare \quad (35)$$

À la limite d'existence du rayon réfracté, $r = \pi/2$, donc il y a réflexion totale si :

$$n_1 \cdot \sin(i) > n_2. \quad \blacksquare \quad (36)$$

Or, $0 < i < \pi/2$ donc $0 < \sin(i) < 1$ et $0 < n_1 \cdot \sin(i) < n_1$, soit finalement :

$$0 < n_2 < n_1. \quad \blacksquare \quad (37)$$

Le cœur est **plus réfringent** que la gaine.

⇒ **Réponses A et C.**

27. Nous venons de voir qu'il y a réflexion totale si $n_1 \cdot \sin(i) > n_2$, avec, d'après le schéma de la Fig. C3, $\pi/2 + \alpha = i$, soit :

$$n_1 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) > n_2, \quad \blacksquare \quad (38)$$

$$n_1 \cdot \cos(\alpha) > n_2. \quad \blacksquare \quad (39)$$

On écrit la loi de Snell-Descartes en O :

$$\sin(\theta_0) = n_1 \cdot \sin(\alpha), \quad \blacksquare \quad (40)$$

soit :

$$\sin^2(\theta_0) = n_1^2 \cdot \sin^2(\alpha) = n_1^2 \cdot (1 - \cos^2(\alpha)) = n_1^2 - n_1^2 \cdot \cos^2(\alpha). \quad \blacksquare \quad (41)$$

On en déduit, d'après l'inégalité (39), que :

$$\sin^2(\theta_0) < n_1^2 - n_2^2, \quad \blacksquare \quad (42)$$

soit :

$$\sin(\theta_0) < \sqrt{n_1^2 - n_2^2}. \quad \blacksquare \quad (43)$$

⇒ **Réponse C.**

28. La lumière se propage en ligne droite à la vitesse $v = c/n_1$ donc :

$$\Delta t = \frac{L}{v} = \frac{n_1 \cdot L}{c}. \quad \blacksquare \quad (44)$$

⇒ **Réponse D.**

29. Les lois de Snell-Descartes pour la réflexion conservant l'angle d'inclinaison (en valeur absolue) du rayon lumineux par rapport à l'axe de la fibre, tout se passe comme si la lumière se propageait en ligne droite dans une fibre infiniment large en faisant un angle α avec l'axe de la fibre (Fig. C4).

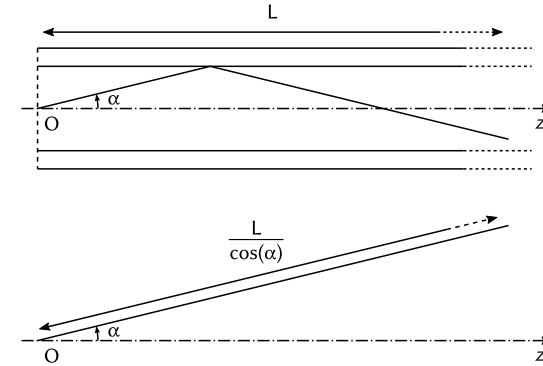
La distance parcourue par la lumière s'écrit donc $d = L/\cos(\alpha)$, soit un temps de parcours :

$$\Delta t' = \frac{n_1 \cdot L}{c \cdot \cos(\alpha)} = \frac{n_1 \cdot L}{c \cdot \sqrt{1 - \sin^2(\alpha)}}. \quad \blacksquare \quad (45)$$

L'angle α étant donné par $\sin(\alpha) = \sin(\theta_0)/n_1$, la relation précédente se réécrit :

$$\Delta t' = \frac{n_1 \cdot L}{c \cdot \sqrt{1 - \frac{\sin^2(\theta_0)}{n_1^2}}} = \frac{n_1 \cdot L}{c} \cdot \sqrt{\frac{n_1^2}{n_1^2 - \sin^2(\theta_0)}} = \Delta t'. \quad \blacksquare \quad (46)$$

⇒ **Réponse A.**



▲ **FIGURE C4.** Cheminement d'un rayon optique au gré des réflexions successives à l'interface cœur/gaine.

30. Supposons l'impulsion infiniment brève, émise à l'instant $t = 0$. Sa réception commence à $t_0 = n_1 \cdot L/c$ pour la partie du faisceau qui se propage en ligne droite, et s'achève à $t_1 = (n_1 \cdot L/c) \cdot \sqrt{n_1^2/(n_1^2 - \sin^2(\theta_0))}$ pour les rayons les plus inclinés. La durée de réception s'écrit par conséquent :

$$\tau = t_1 - t_0 = \frac{n_1 \cdot L}{c} \cdot \left(\sqrt{\frac{n_1^2}{n_1^2 - \sin^2(\theta_0)}} - 1 \right). \quad \blacksquare \quad (47)$$

⇒ **Réponse C.**

31. Le débit maximal est donné par $D_{\max} = 1/\tau$.

⇒ **Réponse D.**

Quatrième partie.

32. K s'exprime en $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$.

⇒ **Réponse D.**

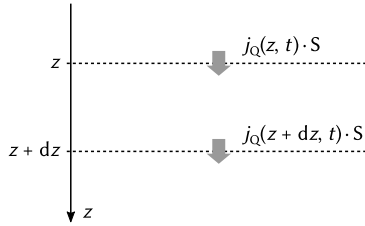
33. j_Q s'exprime en $W \cdot m^{-2} = J \cdot s^{-1} \cdot m^{-2}$.

⇒ **Réponses A et D.**

34. On considère une tranche de sol de surface S comprise entre z et $z + dz$.

D'après le premier principe de la thermodynamique appliqué à cette tranche,

$$\mu \cdot c \cdot S dx \cdot \frac{\partial T}{\partial t}(z, t) \cdot dt = \delta Q = (j_Q(z, t) - j_Q(z + dz, t)) \cdot S \cdot dt, \quad \blacksquare \quad (48)$$



▲ **FIGURE C5.** Trajet d'un rayon lumineux dans la fibre optique.

soit au premier ordre en dz et en dt :

$$\mu \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t}(z, t) = -\frac{\partial j_Q}{\partial z}(z, t). \quad \blacksquare \quad (49)$$

⇒ **Réponse D.**

35. D'après la loi de Fourier,

$$j_Q(z, t) = -K \cdot \frac{\partial T}{\partial z}(z, t). \quad \blacksquare \quad (50)$$

On réinjecte cette expression dans la relation de continuité obtenue à la question précédente :

$$\mu \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t}(z, t) = K \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}(z, t). \quad \blacksquare \quad (51)$$

⇒ **Réponse B.**

36. On cherche des solutions de l'équation précédente sous la forme :

$$T(z, t) = T_0 + \theta_0 \cdot \exp(-A \cdot z) \cdot \cos(\omega \cdot t + B \cdot z). \quad \blacksquare \quad (52)$$

On calcule les différentes dérivées qui apparaissent dans l'équation de la chaleur :

$$\frac{\partial T}{\partial t}(z, t) = \theta_0 \cdot \exp(-A \cdot z) \cdot (-\omega) \cdot \sin(\omega \cdot t + B \cdot z), \quad \blacksquare \quad (53)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z}(z, t) = -A \cdot \theta_0 \cdot \exp(-A \cdot z) \cdot \cos(\omega \cdot t + B \cdot z) + \theta_0 \cdot \exp(-A \cdot z) \cdot (-B) \cdot \sin(\omega \cdot t + B \cdot z), \quad \blacksquare \quad (54)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}(z, t) &= A^2 \cdot \theta_0 \cdot \exp(-A \cdot z) \cdot \cos(\omega \cdot t + B \cdot z) \\ &\quad - 2 \cdot A \cdot \theta_0 \cdot \exp(-A \cdot z) \cdot (-B) \cdot \sin(\omega \cdot t + B \cdot z) \\ &\quad + \theta_0 \cdot \exp(-A \cdot z) \cdot (-B^2) \cdot \cos(\omega \cdot t + B \cdot z). \end{aligned} \quad \blacksquare \quad (55)$$

On réunit tous les éléments. T est solution de l'équation de la chaleur si, et seulement si :

$$-\mu \cdot c \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t + B \cdot z) = K \cdot \left((A^2 - B^2) \cdot \cos(\omega \cdot t + B \cdot z) + 2 \cdot A \cdot B \cdot \sin(\omega \cdot t + B \cdot z) \right). \quad \blacksquare \quad (56)$$

On identifie les termes en sin et en cos :

$$\begin{cases} -\mu \cdot c \cdot \omega = 2 \cdot K \cdot A \cdot B \\ K \cdot (A^2 - B^2) = 0. \end{cases} \quad \blacksquare \quad (57)$$

On en déduit que $A^2 = B^2$ et $A \cdot B = -\mu \cdot c \cdot \omega / (2 \cdot K) < 0$, donc A et B sont de signes opposés. Ainsi,

$$A = -B \quad \text{et} \quad A = \pm \sqrt{\frac{\mu \cdot c \cdot \omega}{2 \cdot K}}. \quad \blacksquare \quad (58)$$

Comme l'amplitude des variations de température ne peut pas diverger dans le sol (quand $z \rightarrow \infty$), on a nécessairement A positif, d'où :

$$A = \sqrt{\frac{\mu \cdot c \cdot \omega}{2 \cdot K}} \quad \text{et} \quad B = -\sqrt{\frac{\mu \cdot c \cdot \omega}{2 \cdot K}}. \quad \blacksquare \quad (59)$$

⇒ **Réponse E.**

37. ⇒ **Réponse C.**

38. Si l'amplitude des variations de température est divisée par deux à une profondeur L , alors :

$$\theta_0 \cdot \exp(-A \cdot L) = \frac{\theta_0}{2}, \quad \blacksquare \quad (60)$$

soit $\exp(A \cdot L) = 2$ et :

$$L = \frac{\ln(2)}{A} = \sqrt{\frac{2 \cdot K}{\mu \cdot c \cdot \omega}} \cdot \ln(2). \quad \blacksquare \quad (61)$$

⇒ **Réponse B.**

39. La pseudo-période spatiale de l'ondulation de température s'écrit :

$$\lambda = -\frac{2 \cdot \pi}{B} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot K}{\mu \cdot c \cdot \omega}}. \quad \blacksquare \quad (62)$$

La température est max pour $L' = \lambda/2$, soit :

$$L' = \sqrt{\frac{2 \cdot K \cdot \pi^2}{\mu \cdot c \cdot \omega}}. \quad \blacksquare \quad (63)$$

⇒ **Réponse A.**

40. Dans entre conduction électrique et transfert thermique, la température est l'analogie du potentiel électrique et le flux thermique (ou puissance thermique) est l'analogie du courant électrique.

⇒ **Réponses B et C.**