E th00. Conduction.

1) La loi de Fourier est $\vec{j}_Q = -\lambda.\overrightarrow{grad}(T)$

2)La puissance thermique émise par le mammifère est $P = \frac{4\pi R^3}{3} p_v$

On se place ici en coordonnées sphériques centrées sur le mammifère, dans l'eau soit donc $r \geq R$.
Le système est à symétrie sphérique et la puissance surfacique s'écrit donc : $\vec{j}_Q = j(r,t)\ \vec{e}_r$
En régime stationnaire, $j(r,t) = \text{j(r)}$, $T(r,t) = \text{T(r)}$ et la puissance traversant une sphère de rayon r s'écrit donc :

$$P(r) = 4\pi r^2 j(r) = Cte\ en\ régime\ permanent\ donc\ P(r) = P$$

La loi de Fourier $\vec{j}_Q = -\lambda.\overrightarrow{grad}(T)$ donne : $\vec{j}_Q.d\overrightarrow{OM} = -\lambda.\overrightarrow{grad}(T).d\overrightarrow{OM} = -\lambda.dT$
On prend maintenant un déplacement radial : $d\overrightarrow{OM} = dr\vec{e}_r$
On obtient alors :

$$j(r)dr = -\lambda.dT \quad soit\ \ j(r) = -\lambda.\frac{dT}{dr} = \frac{P}{4\pi r^2}$$

On intègre par rapport à r et on obtient :

$$T(r) = \frac{P}{4\pi\lambda r} + Cte$$

On a $T(\infty) = T_o$ donc :

$$T(r) = \frac{P}{4\pi\lambda r} + T_o$$

On obtient alors la température du mamifère en faisant r=R.

$$T_M = T(r = R) = \frac{P}{4\pi\lambda R} + T_o$$

3)

$$P = 4\pi\lambda R(T_M - T_o)$$

Soit encore :

$$p_v = \frac{3\lambda}{R^2}(T_M - T_o)$$

4)A différence de température donnée, la puissance volumique augmente et diverge si le rayon diminue vers 0. Les animaux à sang chaud ne pourront pas maintenir le déséquilibre qi ils sont trop petits.

th03.

Le problème est à symétrie sphérique, donc les flux thermiques sont radiaux, et le grandeurs ne dépendent que de la distance r au centre de la Terre.

Bilan thermique entre les spères de rayons r et r+dr en régime permanent , la puissance thermique reçue est nulle :

$$j(r)4\pi r^2 - j(r+dr)4\pi(r+dr)^2 + p\frac{4\pi}{3}((r+dr)^3 - r^3) = 0$$

On simplifie, on divise par dr et on fait apparaître les dérivées :

$$\frac{j(r)r^2 - j(r+dr)(r+dr)^2}{dr} + p\frac{1}{3}\left(\frac{(r+dr)^3 - r^3}{dr}\right) = 0$$

$$-\frac{d}{dr}(j(r)r^2) + pr^2 = 0$$

La loi de Fourier va donner : $j(r) = -\lambda\frac{dT}{dr}$ *soit finalement :*

$$\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dT}{dr}\right) = -\frac{p}{\lambda}r^2$$

qui s'intègre en :

$$r^2\frac{dT}{dr} = cte - \frac{p}{3\lambda}r^3$$

Si on prende cte non nulle , on aura une divergente de T en 0. Donc on obtient :

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{p}{3\lambda}r$$

qui s'intègre en :

$$T(r) = cte2 - \frac{p}{6\lambda}r^2 = T(0) - \frac{p}{6\lambda}r^2$$

La CL fournie permet de sortir $p \approx 2.10^{-8} W.m^{-3}$

Ce qui permet d'évaluer $T(0) \approx 10^5 K$

Valeur évidemment totalement inacceptable. Mais on peut envisager des températures suffisamment importantes pour obtenir un noyau liquide (ce qui semble le cas) donc des mouvement de convection plus efficaces pour le transfert thermique (donc T moins élevée au centre).

D'autre part, le noyau liquide ne semble pas radioactif.

(a) Equation de la chaleur unidimensionnelle (cf cours)

$$\mu C\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right) = \lambda\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right) \quad \text{soit ici} \quad \boxed{\frac{\partial T}{\partial t} = K\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}} \quad (EQ)$$

(b) Du fait de la linéarité de l'équation différentielle, et de la CL en $x=0$, on cherche une solution sinusoïdale associée à $\theta_0 \cos(\omega t)$. Pour cela on adopte la notation complexe.

EQ devient $j\omega\,\underline{\theta}(x) = K\,\ddot{\underline{\theta}}(x)$

soit $\ddot{\underline{\theta}} - j\frac{\omega}{K}\underline{\theta} = 0$

on cherche $\underline{\theta}(x) = e^{rx}\cdot$ cte

$$r^2 = j\frac{\omega}{K} = e^{j\frac{\pi}{2}}\cdot\frac{\omega}{K} = \left(\pm e^{j\frac{\pi}{4}}\sqrt{\frac{\omega}{K}}\right)^2$$

on trouve donc 2 solutions pour r : $r = \pm(1+j)\underbrace{\sqrt{\frac{\omega}{2K}}}_{\frac{1}{\delta}}$

Le milieu n'étant pas délimité pour $x>0$, il faut éliminer la solution + pour éviter la DV à l'∞.

AVEC CES CL, on obtient $\underline{\theta}(x,t) = \theta_0 e^{-\frac{x}{\delta}} e^{j(\omega t - \frac{x}{\delta})}$

$$\theta(x,t) = \underbrace{\theta_0 e^{-\frac{x}{\delta}}}_{\text{ATTENUATION}} \underbrace{\cos\left(\omega t - \frac{x}{\delta}\right)}_{\text{PROPAGATION}}$$

(c)

(AN) $T = 86400$ s $\quad \delta \simeq 14$ cm.

Pour éliminer l'influence de l'alternance jour-nuit, il faut une épaisseur de quelques δ.

(d) Epaisseur $= \delta\,Ln(10) \simeq 32$ cm.

Petit Pb : pour résoudre, on a supposé l'épaisseur du mur infinie (élimination de la solution +)

On va avoir un flux thermique de l'eau (zone "chaude") vers l'air (zone "froide")

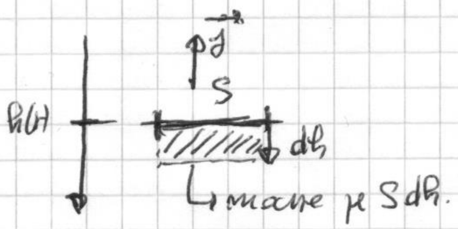
Entre $z=0$, $T(0)=T_a$ et $z=h(t)$ $T(h)=T_F$

on a $j = -\lambda \dfrac{\partial T}{\partial z}$ et $\dfrac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \dfrac{\mu c}{\lambda} \dfrac{\partial T}{\partial t}$

La phrase "La capacité thermique de la glace ... négligeable" semble signifier $c \to 0^+$ soit donc $\dfrac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0$. LOI LINEAIRE

Donc pour $z \in [0 \; h(t)]$, on a $\underbrace{T(z) = T_a + \dfrac{z}{h(t)}(T_F - T_a)}$

et donc $j = -\dfrac{\lambda}{h(t)}(T_F - T_a)$



Isolons une section S de l'interface glace - eau liquide

si pendant dt, h varie de dh, la masse $\mu S dh$ d'eau devient glace et libère une energie calorifique $\mu L S dh$ qui va partir vers les z ... froids donc vers le haut et qui est donc aussi $-j \cdot S dt$.

$\hookrightarrow$ $j = \mu L \dfrac{dh}{dt}$

On égalise les 2 expression $\Rightarrow$ $h \cdot \left(\dfrac{dh}{dt}\right) = \dfrac{\lambda (T_F - T_a)}{\mu L}$

on intègre entre $(t=0, h=0)$ et le point courant $(t, h(t))$

$\hookrightarrow$ $\underline{\underline{h(t) = \sqrt{\dfrac{2\lambda (T_F - T_a)}{\mu L} \cdot t}}}$ Rem : $T_F > T_A$

REACTION DE CONSOMMATION DU GLUCOSE $\Delta_r H^\circ = -2543 \text{ kJ.mol}^{-1}$

LA MODELISATION EST "SOMMAIRE", DONC ON PEUT FAIRE DES CALCULS APPROXIMATIFS.

LE VOLUME DE LA CHOUETTE EST D'ENVIRON 4L, CE QUI CORRESPOND À UNE MASSE D'ENVIRON 4 kg. (C'EST DE L'EAU !!!)

AVEC LA DONNEE FOURNIE, LA CHOUETTE CONSOMME 1,2 L de O_2 PAR HEURE.
COMBIEN DE MOL ?
JE PRENDS UN VOLUME MOLAIRE MOYEN DE 24 $L.mol^{-1}$ (20°C sous 1 bar)

$\longrightarrow$ 14 μmol de O_2 par seconde.

NE PAS OUBLIER LE FACTEUR 6 $\longrightarrow \simeq 6 \text{ J.s}^{-1}$ 6W

ON CONNAIT LA PUISSANCE THERMIQUE ET LA DIFFERENCE DE TEMPERATURE
$\Rightarrow$ ON CALCULE LA RESISTANCE THERMIQUE $\boxed{R_{th} \simeq 6 \text{ SI}}$

IL FAUDRAIT MAINTENANT CONNAITRE L'EXPRESSION DE R_{th} EN SYMETRIE SPHERIQUES (cf COURS)

FORMULE QUE VOUS NE CONNAISSEZ PAS, LONGUE À RÉOBTENIR (MAIS FAISABLE).

COMME L'EPAISSEUR DU PLUMAGE NE REPRESENTE QUE 1/10 DU RAYON, JE PRENDS LE CAS DU COURS :

$$R_{th} = \frac{\text{epaisseur}}{\lambda \cdot \text{section}} \qquad \text{epaisseur} \to 1 \text{ cm} \qquad \text{section} \to 4\pi R^2 \quad R = 10 \text{ cm}$$

$\Rightarrow \boxed{\lambda \simeq 0{,}02 \text{ SI}}$ ORDRE DE GRANDEUR
$\longrightarrow$ DE L'AIR - TB ISOLANT