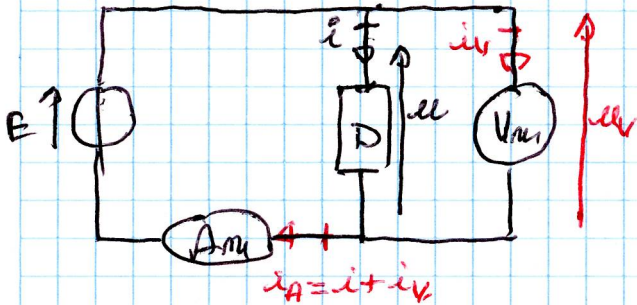


TRON 00

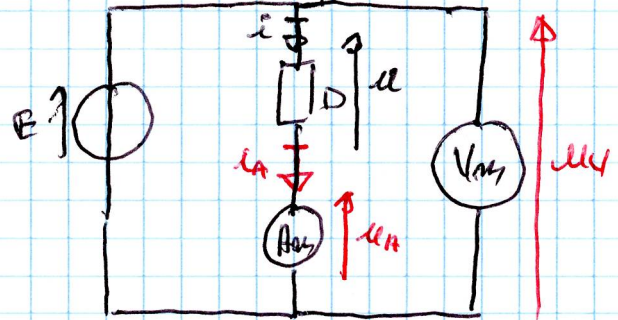
② ON A DEUX SOLUTIONS

ⓈD COURTE DERIVATION



$u_v = u$ OK
 $i_A = i + i_v$ ERREUR

ⓁD LONGUE DERIVATION



$i_A = i$ OK.
 $u_v = u + u_A$ ERREUR

VOUS POUVIEZ CHERCHER UNE 3^{ème} SOLUTION. D'UNE MANIÈRE GÉNÉRALE, ⓈD EST MEILLEUR

② | PIECES ÉVIDEMMENT, LE MEILLEUR MONTAGE DÉPEND DU POINT DE FONCTIONNEMENT CHOISI & D'AUTRE PART, L'ERREUR N'EST PAS DÉFINIE... L'APPROCHE LA PLUS SIMPLE EST DE PRENDRE DES EXEMPLES.

PREMIER POINT $u = u_0 = 0,6V$ $i = 0$

ⓈD $u_v = u = u_0$ OK
 $i_A = 60 \mu A$
 AU LIEU DE 0,
 MAIS NON MESURABLE.

ⓁD $i = 0$
 $u_v = u + u_A = u$
 ⓈB

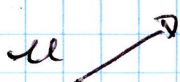
⇒ LES DEUX MONTAGES SONT EN FAIT CORRECTS.

SECOND POINT $u = 1,6V$ $i = 100 \mu A$

ⓈD $u_v = u = 1,6V$ OK
 $i_A = i + \frac{u}{R} \approx 100 \mu A$ OK

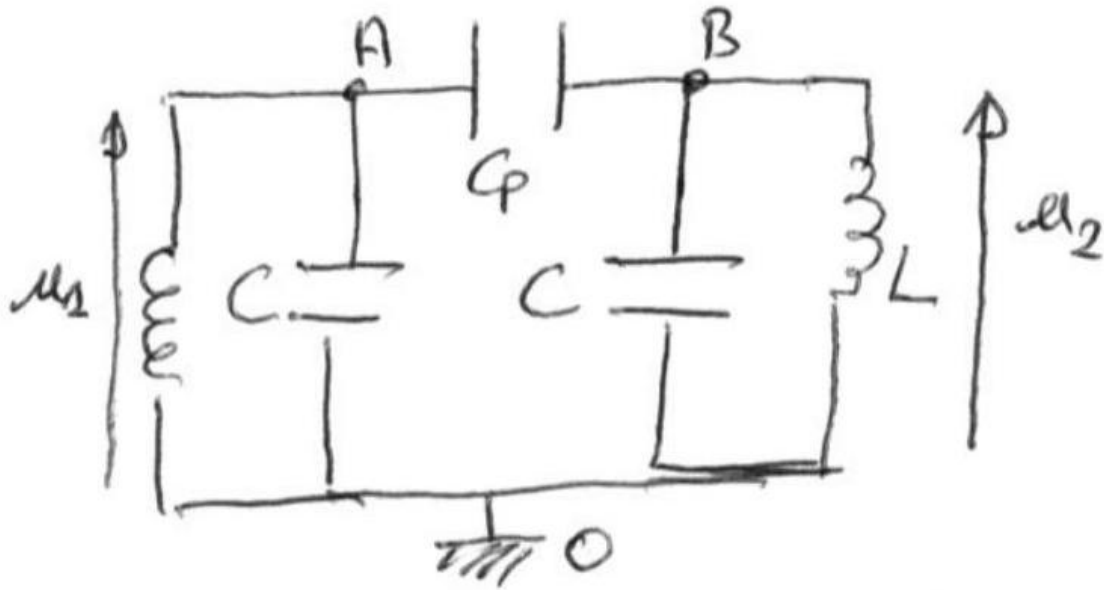
ⓁD $u_v = u + u_A = 2,6V$
TRÈS MAUVAIS.
 $i_A = i = 100 \mu A$

CONCLUSION, À VÉRIFIER ÉVENTUELLEMENT



CD DE MEUX EN MEUX

LD OK AU DÉBUT, PUIS DEVIENT TRÈS MAUVAIS



On suppose l'existence d'un RSP de pulsation ω . On adopte la notation complexe et on applique 2 fois la LDN aux points A et B :

$$\frac{1}{jL\omega}(0 - \underline{u}_1) + jC\omega(0 - \underline{u}_1) + jC_p\omega(\underline{u}_2 - \underline{u}_1) = 0 \quad \text{en A}$$

$$\frac{1}{jL\omega}(0 - \underline{u}_2) + jC\omega(0 - \underline{u}_2) + jC_p\omega(\underline{u}_1 - \underline{u}_2) = 0 \quad \text{en B}$$

On met en forme pour obtenir :

$$\begin{cases} [1 - L(C + C_p)\omega^2]\underline{u}_1 + LC_p\omega^2\underline{u}_2 = 0 \\ LC_p\omega^2\underline{u}_1 + [1 - L(C + C_p)\omega^2]\underline{u}_2 = 0. \end{cases}$$

Ds le cas general ($\Delta \neq 0$), système de Cramer \rightarrow 1 seule solution $\underline{u}_1 = \underline{u}_2 = 0$, Pour avoir une solution non nulle, il faut $\Delta = 0$ soit :

$$[1 - L(C + C_p)\omega^2]^2 - [LC_p\omega^2]^2 = 0$$

Identité remarquable

$$[1 - L(C + C_p)\omega^2 - LC_p\omega^2][1 - L(C + C_p)\omega^2 + LC_p\omega^2] = 0$$

$$[1 - L(C + 2C_p)\omega^2][1 - LC\omega^2] = 0$$

D'où les deux solutions positives ordonnées :

$$\omega_1 = 2\pi f_1 = \frac{1}{\sqrt{L(C + 2C_p)}} \quad \text{et} \quad \omega_2 = 2\pi f_2 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

On sort alors:
$$\begin{cases} L = \frac{1}{4\pi^2 f_2^2 C} \approx 44mH \\ C_p = \frac{1}{8\pi^2 L} \left(\frac{1}{f_1^2} - \frac{1}{f_2^2} \right) \approx 400nF. \end{cases}$$

tron05.

LDN à l'entrée + donne

$$v_+ = \frac{V_e + V_s}{2}$$

PDT à l'entrée -

$$v_- = \frac{V_e}{1 + jRC\omega}$$

AO idéal en ZONE LINEAIRE

$$v_+ = v_-$$

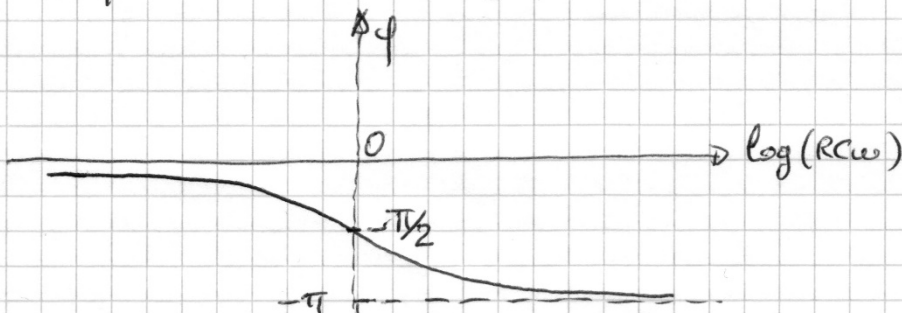
$$\underline{H} = \frac{1 - jRC\omega}{1 + jRC\omega} = H e^{j\varphi}$$

Prop : $H = 1$

$$\begin{aligned} \varphi &= \text{Arg } \underline{H} = \text{Arg}(1 - jRC\omega) - \text{Arg}(1 + jRC\omega) \\ &= 2 \text{Arg}(1 - jRC\omega) \end{aligned}$$

$$\text{Donc } \left| \tan\left(\frac{\varphi}{2}\right) = -RC\omega \right|$$

C'EST UN FILTRE PASSE-TOUT DEPHASEUR, on peut aussi considérer qu'il retarde un signal sinusoïdal



Pour la suite à partir de \underline{H} , on obtient l'équa. diff. pour $t > 0$

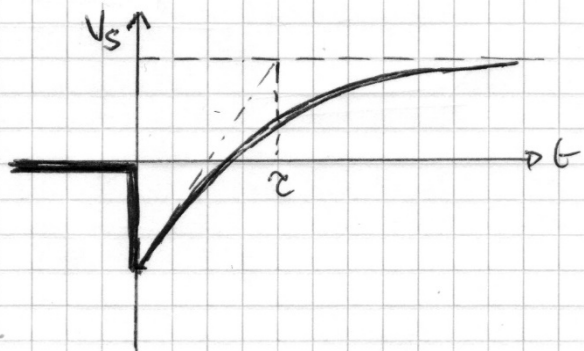
$$\left(y' \equiv \frac{d}{dt} \right) \text{ soit ici } V_s + RC \frac{dV_s}{dt} = E \quad t > 0.$$

solution $V_s(t) = E + A e^{-\frac{t}{RC}}$

Pour CT : continuité de v^- à l'axe du condensateur
 $v^-(0^+) = v^-(0^-) = 0 \Rightarrow v^+(0^+) = 0$

$$\Downarrow \\ V_s = -E$$

$$\hookrightarrow V_s(t) = E(1 - 2e^{-t/RC})$$



A noter : inversion des bornes d'entrées de l'ALI, forcément instable ici.

Est-ce une coquille ? volontaire ?

tron06.

Calculs très lourds. Il convient de faire attention. Je le donne dans le cas général mais on peut au début simplifier le problème comme indiqué.

On suppose l'ALI idéal en zone linéaire . On repère alors 3 nœuds utilisables :

a) entre C_1 et C_2 , potentiel u .

b) entrée +, potentiel $v = v_+$. Ici, on peut aussi prendre un PDT.

c) entrée -, potentiel $v_- = v_+ = v$. Ici, on peut aussi prendre un PDT.

Cela donne en RSP de pulsation ω , en simplifiant la notation :

$$(a) \quad jC_1\omega(V_e - u) + jC_2\omega(v - u) + \frac{1}{R_2}(V_s - u) = 0$$

$$\text{Ou encore : } (a) \quad jC_1\omega V_e + jC_2\omega v + \frac{1}{R_2} V_s = \left(jC_1\omega + jC_2\omega + \frac{1}{R_2} \right) u$$

$$(b) \quad jC_2\omega(u - v) + \frac{1}{R_1}(0 - v) = 0 \quad \text{ou} \quad u = \frac{1+jR_1C_2\omega}{jR_1C_2\omega} v$$

$$(c) \quad v = \frac{V_s}{k} \quad \text{soit donc : } u = \frac{1+jR_1C_2\omega}{jR_1C_2\omega} \frac{V_s}{k}$$

On réécrit (a) à l'aide de (b) et (c) :

$$jC_1\omega V_e + jC_2\omega \frac{V_s}{k} + \frac{1}{R_2} V_s = \left(\frac{1 + jR_2(C_1 + C_2)\omega}{R_2} \right) \left(\frac{1 + jR_1C_2\omega}{jR_1C_2\omega} \right) \frac{V_s}{k}$$

Il ne reste plus qu'à remettre en forme correctement, le plus facile est de supprimer le dénominateur et il faut faire très attention :

$$(R_1R_2C_1C_2)(j\omega)^2V_s + [R_2(C_1 + C_2) + R_1C_2(1 - k)](j\omega)V_s + V_s = k(R_1R_2C_1C_2)(j\omega)^2V_e$$

On repasse en réel avec les conventions usuelles et cela donne :

$$\ddot{V}_s + \left\{ \frac{[R_2(C_1 + C_2) + R_1C_2(1 - k)]}{R_1R_2C_1C_2} \right\} \dot{V}_s + \frac{1}{R_1R_2C_1C_2} V_s = k\ddot{V}_e$$

Soit

$$\alpha = \left\{ \frac{[R_2(C_1 + C_2) + R_1C_2(1 - k)]}{R_1R_2C_1C_2} \right\} \quad \omega_o = \frac{1}{\sqrt{R_1R_2C_1C_2}} \quad \beta = k$$

Vérifier homogène ?

Si $\alpha > 0$, le système est stable. Mais on remarque que α peut être négatif si k est suffisamment grand et cela est possible . dans ce cas, le système devient instable et l'ALI glisse en saturation.

tron07.

1) Juste avant la fermeture, toutes les grandeurs électriques sont nulles.

Juste après la fermeture :

continuité de la tension aux bornes d'un condensateur, donc $u=0$ donc $i_R=0$.

continuité du courant traversant une inductance donc $i_L=0$.

LDM : $E= Ri+u=Ri$ donc $i=E/R$

LDN : $i=i_C+i_L+i_R=i_C$ donc $i_C=i=E/R$.

Pour le régime permanent continu, obtenu théoriquement au bout d'un temps infini :

L est un court-circuit donc $u=0$ donc $i_R=0$.

C est un coupe-circuit donc $i_C=0$

LDM $i=E/R$

LDN $i_L=i=E/R$.

C'est un circuit d'ordre 2 donc on peut faire apparaître plusieurs constantes de temps par exemple RC ou L/R . On peut attendre quelques fois la plus grande de toutes.

2) Plusieurs méthodes. On se place en RSP de pulsation ω , on adopte la notation complexe.

On assemble les trois dipôles en parallèle pour créer une impédance $\underline{Z} = \frac{1}{\underline{Y}}$

avec : $\underline{Y} = \frac{1}{R} + jC\omega + \frac{1}{jL\omega}$

On obtient alors :

$$\underline{I} = \frac{\underline{E}}{R + \underline{Z}} = \frac{\underline{Y}}{R\underline{Y} + \underline{YZ}} \underline{E} = \frac{\underline{Y}}{R\underline{Y} + 1} \underline{E}$$

Soit :

$$(R\underline{Y} + 1)\underline{I} = \underline{Y} \underline{E}$$

En multipliant par $jL\omega$, on obtient :

$$R\underline{I} + 2L(j\omega)\underline{I} + RLC(j\omega)^2\underline{I} = \underline{E} + \frac{L}{R}(j\omega)\underline{E} + LC(j\omega)^2\underline{E}$$

On peut alors repasser en réel pour $t > 0$:

$$Ri + 2L \frac{di}{dt} + RLC \frac{d^2i}{dt^2} = E + \frac{L}{R} \frac{dE}{dt} + LC \frac{d^2E}{dt^2} = E$$

On peut la remettre en forme :

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \left(\frac{2}{RC}\right) \frac{di}{dt} + \left(\frac{1}{LC}\right) i = \frac{E}{RLC}$$

Pour le régime libre ($E=0$), le polynôme associé quand on cherche des solutions en $\exp(rt)$ est :

$$r^2 + \left(\frac{2}{RC}\right) r + \left(\frac{1}{LC}\right) = 0$$

Pour obtenir le régime pseudo-périodique, il faut $\Delta < 0$, soit ici :

$$L < R^2C \quad \text{ou} \quad Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} < 1$$

monop

POUR OBTENIR L'EQUATION DIFFERENTIELLE VERIFIEE PAR $s(t)$, ON PART D'ABORD EN RSP(ω)

[PDT] $\underline{e^-} = \underline{e^+} = \underline{e} = \frac{R + \frac{1}{j\omega C}}{2R + \frac{1}{j\omega C}} \underline{s}$

ALI IDEAL EN ZONE LINEAIRE

CAR LES TROIS DIPÔLES SONT EN SERIE (PAS DE COURANT ENTRANT DS L'ENTRÉE -)

$\Rightarrow \frac{s}{e} = \frac{1 + 2jRC\omega}{1 + jRC\omega}$

$\hookrightarrow s(t) + RC \frac{ds}{dt} = e(t) + 2RC \frac{de}{dt}$

POUR LA REPONSE INDICIELLE

Pour $t > 0$ $e(t) = E$ $s(t) + RC \frac{ds}{dt} = E$

D'où solution $s(t) = E + A e^{-t/RC}$

OBTENTION DE LA CI

ON SUPPOSE LE CONDENSATEUR INITIALEMENT DECHARGE

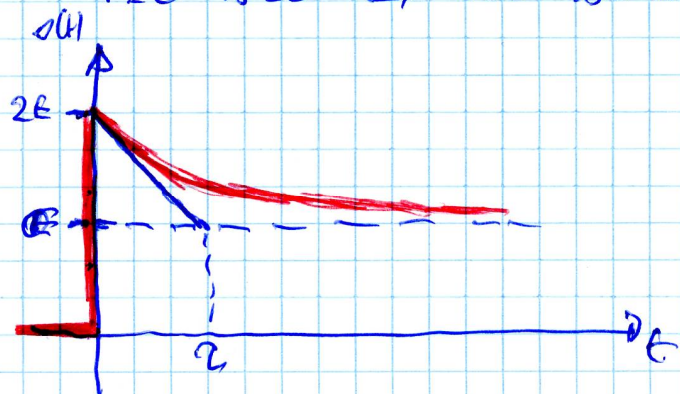
\Rightarrow LA CONTINUITÉ DE LA TENSION AUX BORDS DU

CONDENSATEUR A $t=0 \Rightarrow$ DISCONTINUITÉ DE $s(t)$

$t=0^- s=0 \Rightarrow t=0^+ s=+2E$

$\Rightarrow A = E$

$s(t) = E \left(2 + e^{-\frac{t}{RC}} \right)$



tron13 Corrigé.

1) A la limite du régime permanent continu, la bobine parfaite L devient un court-circuit ou interrupteur fermé. On obtient donc $i(t \gg t) \approx E/R = 125\text{mA}$. L'énergie magnétique emmagasinée dans la bobine est alors : $E_o = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{LE^2}{2R^2} = 0,78\text{mJ}$

2) L'ouverture de K provoque une discontinuité de courant, incompatible avec le modèle de la bobine.

3) Quand on ouvre l'interrupteur, on se retrouve avec deux conducteurs proches portés à des potentiels électriques différents et en interaction électromagnétique. On a donc un effet condensateur. On sait que la tension aux bornes d'un condensateur est une fonction continue du temps donc, si on assimile l'interrupteur ouvert à un condensateur, la tension à ses bornes est une fonction continue du temps, or elle était nulle avant l'ouverture de K .

4) A l'ouverture, i et U_C sont continues et donc aucune des valeurs électriques n'est discontinue, et on obtient : $i = E/R = 125\text{mA}$ $U_R = E = 10\text{V}$ $U_C = U_L = 0\text{V}$
Au bout d'un temps infini, on atteint le régime permanent continu pour lequel le condensateur est un interrupteur ouvert et la bobine un interrupteur fermé.

$i=0$; $U_R=U_L=0$ et $U_C=E$.

5) L'énergie initialement dans la bobine va effectuer des oscillations entre la bobine (sous forme $Li^2/2$) et le condensateur (sous forme $q^2/(2C)$) en étant lentement consommée dans la résistance R . Au cours de la première oscillation, quand le courant s'annule, l'énergie magnétique de la bobine s'annule aussi et se retrouve sous forme électrostatique dans le condensateur. Du fait du faible amortissement, cette énergie vaut encore pratiquement E_o . La tension U_{\max} aux bornes de C vérifie alors :

$$E_o = C \cdot U_{\max}^2 / 2 \text{ soit donc}$$

Ionisation possible de l'air, arc électrique.

On peut vérifier ces affirmations par le calcul. Pour obtenir l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$, on passe en RSP de pulsation ω et un PDT donne :

$$\underline{U}_C = \frac{\frac{1}{jC\omega}}{R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}} \underline{E} = \frac{1}{1 + jRC\omega + (j\omega)^2 LC} \underline{E}$$

Produit en croix et on repasse en réel :

$$LC\ddot{u}_C + RC\dot{u}_C + u_C = E$$

ou

$$\ddot{u}_C + \frac{\omega_o}{Q} \dot{u}_C + \omega_o^2 u_C = \omega_o^2 E \text{ avec } \omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ et } Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = 1250 \gg 1$$

On a effectivement un système pseudo-périodique très peu amorti.

LDN ENTREE - DE L'ALI $\Rightarrow \frac{e}{R_0} + \frac{j}{Z} = 0 \Rightarrow j = -\frac{Z}{R_0} e$

$$j = -\left(\frac{R+jS}{R_0}\right) e \quad (1)$$

$e(t) = E \cos \omega t$ soit $e = E e^{j\omega t}$

(1) $\Rightarrow j = -\frac{RE}{R_0} e^{j\omega t} - \frac{X}{R_0} E j e^{j\omega t}$

$\rightarrow s(t) = -\frac{RE}{R_0} \cos(\omega t) + \frac{XE}{R_0} \sin(\omega t)$

PREMIER MONTAGE s_n à la sortie du multiplicateur

$$s_n = K e(H \cdot s(t)) = \frac{KE_0^2}{R_0} [\cos(\omega t)] [-R \cos(\omega t) + X \sin(\omega t)]$$

$$= \frac{KE_0^2}{R_0} \left[\underbrace{-R \cos^2 \omega t}_{\frac{1+\cos(2\omega t)}{2}} + X \underbrace{\cos(\omega t) \sin(\omega t)}_{\frac{\sin(2\omega t)}{2}} \right]$$

\hookrightarrow COMPOSANTE CONTINUE $-\frac{RKE_0^2}{2R_0}$ + SINUSOÏDE (2ω)

RECUPERÉ PAR PASSE-BAS BIEN CALCULÉ ($\omega_c \ll \omega$)

LA TENSION DE SORTIE FINALE EST UNE CTE IMAGE DE $R = \operatorname{Re}(Z)$

SECOND MONTAGE $\cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) = \sin(\omega t)$

MÊME METHODE $s_n(t) = \frac{KE_0^2}{R_0} (\sin \omega t) [-R \cos(\omega t) + X \sin(\omega t)]$

$$s_n(t) = -\frac{KE_0^2}{2R_0} [X - X \cos(2\omega t) + R \sin(2\omega t)]$$

\hookrightarrow COMPOSANTE CONTINUE $-\frac{KE_0^2}{2R_0} X$ + SINUSOÏDE (2ω)

RECUPERÉ PAR PASSE-BAS BIEN CALCULÉ ($\omega_c \ll \omega$)

LA TENSION DE SORTIE FINALE EST UNE CTE IMAGE DE $X = \operatorname{Im}(Z)$

CES DEUX MONTAGES PERMETTENT DE SUIVRE EXPERIMENTALEMENT L'EVOLUTION DES PARTIES REELLES ET IMAGINAIRE D'UNE IMPEDANCE EN FONCTION DE LA FREQUENCE.

Proposition de solution. Oscillateurs à portes NAND.**Début :**

$V_{s1}(t)$ et $V_{s2}(t)$ sont des fonctions constantes par morceaux.

La LDM donne : $V_{e2} = u_c + V_{s1}$ avec u_c fonction continue du temps.

Donc toute discontinuité de V_{s1} se reporte sur V_{e2} . Regardons de plus près :

Supposons la porte 2 passant de l'état 1 à l'état 0. Juste avant, $V_{e2}=V_b$ et $V_{s1}=0$. A ce moment V_{s1} passe brutalement de 0 à V_{DD} . Donc V_{e2} passe de V_b à V_b+V_{DD} .

Supposons la porte 2 passant de l'état 0 à l'état 1. Juste avant, $V_{e2}=V_b$ et $V_{s1}=+V_{DD}$. A ce moment V_{s1} passe brutalement de V_{DD} à 0. Donc V_{e2} passe de V_b à V_b-V_{DD} .

Equation différentielle :

Pour obtenir une équation différentielle, on commence par se placer en RSP(ω) et on applique la LDN entre R et C (en fait le seul endroit possible). On obtient :

$$jC\omega \left(\frac{V_{s1}}{R} - \frac{V_{e2}}{R} \right) + \frac{1}{R} (V_{s2} - V_{e2}) = 0$$

On multiplie par R et on repasse en réel. Comme ici, V_{s1} est constante par morceaux, sa dérivée est nulle sauf aux commutations. On obtient la formule suivante, valable entre deux commutations :

$$RC \frac{dV_{e2}(t)}{dt} + V_{e2}(t) = V_{s2}$$

Pas d'état stable :

Porte 2 dans l'état 1, donc porte 1 dans l'état 0 et $V_{s2} = V_{DD}$ qui n'est autre que le régime permanent de $V_{e2}(t)$. Et donc V_{e2} va tendre vers $V_{DD} > V_b$ donc provoque la bascule de la porte 2 et donc de la porte 1 quand il atteint V_b .

V_{e2} passe brutalement de V_b à V_b+V_{DD}

Porte 2 dans l'état 0, donc porte 1 dans l'état 1 et $V_{s2}=0$ qui n'est autre que le régime permanent de $V_{e2}(t)$.

Et donc V_{e2} va tendre vers $0 < V_b$ donc provoque la bascule de la porte 2 et donc de la porte 1 quand il atteint V_b . V_{e2} passe brutalement de V_b à V_b-V_{DD} .

Donc il n'y a pas d'état stable permanent et on obtient des oscillations.

Première demi-oscillation :

$V_{e2}(t)$ part de V_b-V_{DD} à l'instant $t=0$ et va atteindre V_b à l'instant t_1 . L'équa diff est :

$$RC \frac{dV_{e2}(t)}{dt} + V_{e2}(t) = V_{s2} = V_{DD}$$

La solution est $V_{e2}(t) = V_{DD} + A \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$

La CI donne : $A = V_b - 2V_{DD}$. Et t_1 est défini par : $V_{DD} + (V_b - 2V_{DD}) \exp\left(-\frac{t_1}{RC}\right) = V_b$.

On sort:

$$t_1 = RC \left\{ \ln \left(\frac{2V_{DD} - V_b}{V_{DD} - V_b} \right) \right\}$$

Seconde demi-oscillation :

$V_{e2}(t)$ part de V_b+V_{DD} à l'instant $t=0$ et va atteindre V_b à l'instant t_2 . L'équa diff est :

$$RC \frac{dV_{e2}(t)}{dt} + V_{e2}(t) = V_{s2} = 0$$

La solution est $V_{e2}(t) = B \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$

La CI donne : $A = V_b + V_{DD}$. Et t_2 est défini par : $(V_b + V_{DD}) \exp\left(-\frac{t_2}{RC}\right) = V_b$.

On sort:

$$t_2 = RC \left\{ \ln \left(\frac{V_{DD} + V_b}{V_b} \right) \right\}$$

La période est la somme des deux intervalles de temps soit $t=(t_1-0)+(t_2-0)$.

On sort finalement : $T = RC \left\{ \ln \left(\frac{V_{DD}+V_b}{V_b} \right) + \ln \left(\frac{2V_{DD}-V_b}{V_{DD}-V_b} \right) \right\}$