

PSI2. Rappels d'optique géométrique. Exercices.

Exercice 1. Rappeler les propriétés de la réfraction lumineuse. Décrire le phénomène de réflexion totale. Application à la fibre optique à saut d'indice.

Figure 1. Quel doit être l'indice minimale d'un prisme à 45° pour qu'il puisse fonctionner en réflexion totale ? On utilise souvent des prismes à réflexion totale dans les jumelles. A quoi servent-ils ? On fera un schéma en indiquant le nombre de prismes utilisés. Quel est l'avantage par rapport à un miroir ?

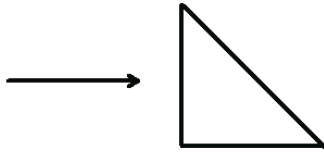


figure 1.

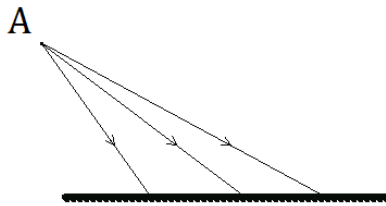


Figure 2.

Exercice 2. Figure 2 : comment dessiner de façon simple les trois rayons réfléchis. Application : Vous voulez vous regarder entier dans un miroir plan. Montrer que sa hauteur minimale est la moitié de la vôtre.

Exercice 3.

Soit une lentille mince de centre optique O, de distance focale image f'. Dans les conditions de Gauss, la relation de conjugaison sur l'axe est : $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'} = V$. V est appelée vergence et s'exprime en m⁻¹ ou dioptries δ.

On rappelle que le rayon passant par O n'est pas dévié.

1) Où sont les foyers objets et image ?

2) On suppose un faisceau de rayons incidents parallèles à l'axe optique. Dessiner le faisceau émergent dans les deux cas possibles f' > 0 et f' < 0. Justifier alors les qualificatifs associés à ces deux types de lentilles.

3) Quels sont les pictogrammes utilisés pour différencier les deux types de lentilles ? Ont-ils une signification physique ?

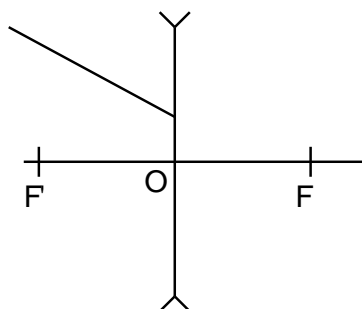
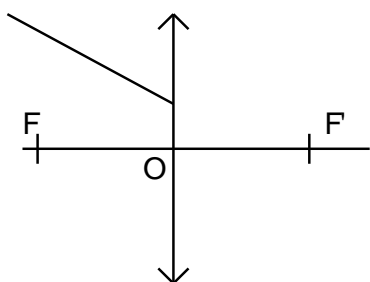
4) Vous regardez un objet lointain à travers une lentille. Est-elle convergente ou divergente ? Ou pourra éventuellement vérifier cette affirmation : l'image d'un objet réel à travers une lentille divergente est forcément virtuelle.

5) Un œil myope a un PR qui n'est pas à l'infini, par exemple à 50cm. Comment va-t-on corriger ce défaut ?

6) Quelle est le système optique équivalent à deux lentilles accolées ? En déduire comment un ophtalmologue détermine expérimentalement la correction à apporter à vos yeux ?

7) Quels sont les rayons lumineux utilisables pour le tracé d'une image avec une lentille ? Application avec un objet réel et une lentille DV. Retrouver alors les relations de conjugaison au sommet et aux foyers.

8) Compléter le tracé des rayons :



Exercice 4 .Conjugaison infini-plan focal.

Un Laser émet un faisceau parallèle, de diamètre $d=1\text{mm}$, de lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda=632,8\text{nm}$. On souhaite augmenter la largeur de ce faisceau; pour cela, on dispose de trois lentilles :

- L_1 convergente de distance focale image $f'_1=5\text{ mm}$
- L_2 convergente de distance focale image $f'_2= 100\text{ mm}$
- L_3 divergente de distance focale image $f'_3=-5\text{mm}$

Montrer que l'on peut obtenir le résultat cherché en prenant au choix deux couples de lentilles. Calculer le diamètre du faisceau obtenu.

Exercice 5. La loupe. Conjugaison infini plan focal

On rappelle qu'un oeil humain en bonne santé accommode d'une distance $d \approx 0,25\text{m}$ jusqu'à l'infini et qu'il fatigue d'autant moins que l'objet qu'il regarde est plus loin.

On considère un oeil humain regardant une tige AB de longueur 1cm.

a) Il regarde directement la tige. Sous quel angle maximal peut-il la voir correctement ? Quel va être alors le problème en cas d'observation prolongée ?

b) Il regarde l'objet AB à travers une lentille convergente $f=5\text{cm}$ avec $A=F$. Sous quel angle voit-il maintenant l'objet ? Et en cas d'observation prolongée ?

Exercice 6. Téléobjectif. Conjugaison infini-plan focal.

On désire photographier une tour AB, de hauteur $h=60\text{m}$, située à $d=3\text{km}$. On remarquera que d est très grand devant les caractéristiques géométriques des lentilles utilisées.

1) Dans un premier temps, l'objectif est modélisé par une lentille L_1 , de centre O_1 , de distance focale image $f'=75\text{ mm}$.

a) Où doit-on placer la pellicule ?

b) Quelle est la taille de l'image A'B' de AB ?

c) L'opérateur change d'objectif pour obtenir une image deux fois plus grande. Que cela implique-t-il sur l'encombrement de l'appareil photo ?

2) Dans un second temps, on ajoute à la lentille L_1 deux autres lentilles :

L_2 divergente, de centre O_2 , de distance focale image $f'_2=-25\text{ mm}$

L_3 convergente, de centre O_3 , de distance focale image $f'_3=100\text{ mm}$

L_3, L_2, L_1 sont placées dans le sens de la lumière, L_2 étant accolée à L_1 ($O_2=O_1$). La pellicule est placée en F'_1 et on photographie la tour précédente dans les mêmes conditions.

a) Où doit-on placer L_3 ? Calculer l'encombrement de l'appareil ?

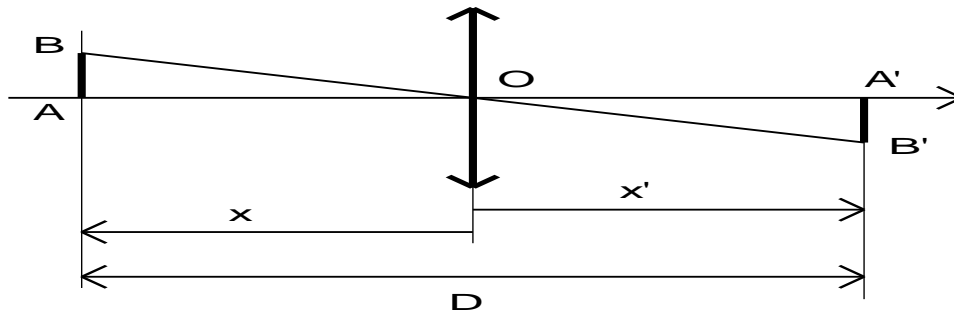
b) Exprimer littéralement puis numériquement la taille de l'image A'B' sur la pellicule. Conclusion ?

Exercice 7. Focométrie 1.

Rappeler la méthode d'autocollimation pour une lentille convergente ? Comment fera-t-on pour une lentille DV ?

Exercice 8. Focométrie 2. Méthode de Bessel.

Soit une lentille convergente, de distance focale image f' , de centre optique O , d'axe optique Ox orienté. On considère un objet réel AB et on s'intéresse au cas où l'image $A'B'$ de AB à travers la lentille est réelle. L'image est observée grâce à un écran. On a le schéma suivant :



On a ici : $x' > 0$; $x < 0$; $D = x' - x > 0$.

On fixe D en imposant les positions de l'objet et de l'écran. On bouge alors la lentille et on essaie d'obtenir une image nette sur l'écran.

1) Quelle est l'équation reliant x' et x ? Éliminer x pour obtenir une équation entre x' , D , f' , grandeurs toutes trois positives.

2) Réorganiser l'équation pour la mettre sous la forme d'un polynôme du second degré en x' .

3) Montrer que, si D est plus petit qu'une valeur D_{\min} à déterminer en fonction de f' , il n'existe pas de solution réelle pour x' .

4) Pour $D \geq D_{\min}$, exprimer les deux solutions x'_1 et x'_2 ainsi que $d = |x'_1 - x'_2|$. Vérifier que les deux grossissements γ_1 et γ_2 sont inverses l'un de l'autre. Cas particulier $D = D_{\min}$.

5) Montrer que $f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}$. Décrire alors un processus expérimental permettant de mesurer la distance focale image d'une lentille CV. Comment faire pour une lentille DV ?

Exercice 9.

Un microscope est sommairement schématisé par deux lentilles minces convergentes : l'objectif L_1 de distance focale $f'_1 = 5\text{mm}$ et l'oculaire L_2 de distance focale $f'_2 = 25\text{mm}$. Le foyer image de l'objectif et le foyer objet de l'oculaire sont écartés de $\Delta = 25\text{cm}$.

0) Rappeler les caractéristiques typiques d'un œil emmétrope.

1) Un observateur, l'œil placé au foyer image de l'oculaire, étudie un petit objet AB disposé dans un plan de front, le point A étant situé sur l'axe optique. Où doit être A pour que l'œil effectue l'observation sans accommoder ?

2) On note α l'angle maximal sous lequel l'œil peut voir l'objet AB et α' l'angle sous lequel il observe l'objet à travers le microscope sans accommoder. Calculer $G = |\alpha'/\alpha|$.

3) En accommodant, l'œil peut aussi observer des points A' proches de A . Calculer la valeur maximale de $|AA'|$ appelée latitude de mise au point.

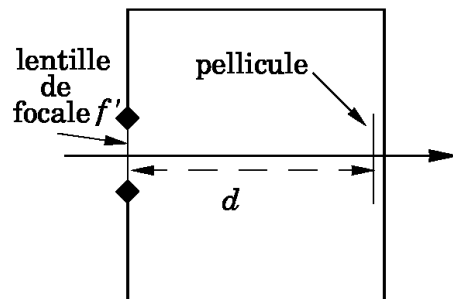
Exercice 10 . Extrait Centrale TSI 06 TSI. Partie I.***Étude sommaire d'un appareil photo jetable***

Les appareils photos jetables sont conçus pour ne servir qu'une seule fois. Ils sont donc de conception très simple afin que le prix de revient soit le plus bas possible. Nous étudierons tour à tour l'optique, puis l'électronique de tels appareils. Nous nous intéresserons enfin à un cas de prise de vue d'un sujet en mouvement et à la dépense énergétique de ce sujet.

Chaque partie est indépendante des autres (I, II, III et IV).

Partie I - Étude de la partie optique

L'objectif n'est composé que d'une seule lentille mince (L), de diamètre utile D_L , et la pellicule se situe à une distance d fixe de la lentille. Aucune mise au point n'est possible, c'est-à-dire que la distance d est fixée lors de la fabrication et n'est pas modifiable par l'utilisateur. Nous travaillerons dans les conditions de Gauss.

**I.A -**

I.A.1) Rappeler en quoi consistent les conditions de Gauss ainsi que leurs avantages et leurs inconvénients.

I.A.2) Comment fait-on en pratique pour travailler dans les conditions de Gauss ?

I.B -

I.B.1) En fonctionnement usuel, les objets et les images données par L sur la pellicule sont réels.

En s'intéressant à la nature convergente ou divergente du faisceau incident et du faisceau émergent, déterminer la nature convergente ou divergente de la lentille L servant d'objectif.

Par la suite sa distance focale image sera notée f' .

I.B.2) Présenter en quelques lignes la méthode dite d'auto-collimation mise en œuvre en travaux pratiques pour placer précisément une source lumineuse au foyer d'une lentille convergente.

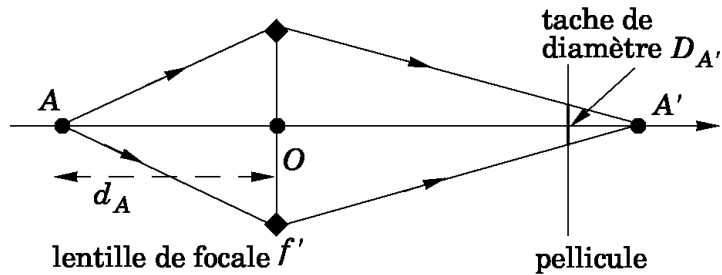
I.C - L'objet à photographier étant situé à l'infini, déterminer la valeur de la distance d qu'il faut prévoir lors de la fabrication pour que son image soit nette sur la pellicule.

I.D -

I.D.1) Quelle est alors la dimension X , sur la pellicule, de l'image de la Lune qui a un diamètre apparent α (on pourra s'aider d'une construction pour répondre).

I.D.2) Faire l'application numérique avec $f' = 3,0$ cm et $\alpha = 0,5^\circ$.

I.E - Un objet ponctuel A , qui n'est pas situé à l'infini, a son image en dehors du plan de la pellicule et donne sur la pellicule une tache de diamètre $D_{A'}$. Soit d_A la distance entre le point A et la lentille (d_A est une distance et donc positive).



I.E.1) Exprimer OA' en fonction de f' et d_A .

I.E.2) Montrer que l'expression de $D_{A'}$ en fonction de D_L (diamètre utile de la lentille), f' et d_A est :

$$D_{A'} = D_L \frac{f'}{d_A}.$$

I.F - La pellicule est formée de grains que l'on supposera circulaires et de même diamètre ε . Une image, après développement de la pellicule, paraît nette si un point objet n'a éclairé qu'un seul grain et a donc donné, sur la pellicule, une tache de diamètre inférieur ou égal à ε .

Sachant que $f' = 3,0$ cm, que $D_L = 2$ mm (partie utile de la lentille) et que $\varepsilon = 20\mu\text{m}$, calculer numériquement la position du point A (d_A) le plus proche qui est encore net après développement.

Exercice 11 : spectroscope à prisme

Un spectroscope est un appareil destiné à étudier le spectre d'une source lumineuse. Un collimateur permet de réaliser un faisceau de rayons parallèles qui va éclairer un prisme. Un viseur permet ensuite d'étudier la lumière ayant traversé le prisme.

Le prisme utilisé est caractérisé par un indice n qui dépend de la longueur d'onde. Sa section droite est un triangle d'angle A . Le prisme est placé dans l'air dont l'indice sera pris égal à 1. Un rayon incident rencontre la face d'entrée au point I sous l'angle d'incidence i et l'émergent associé ressort par l'autre face au point J sous l'angle i' . On utilisera les angles orientés définis sur la figure suivante :

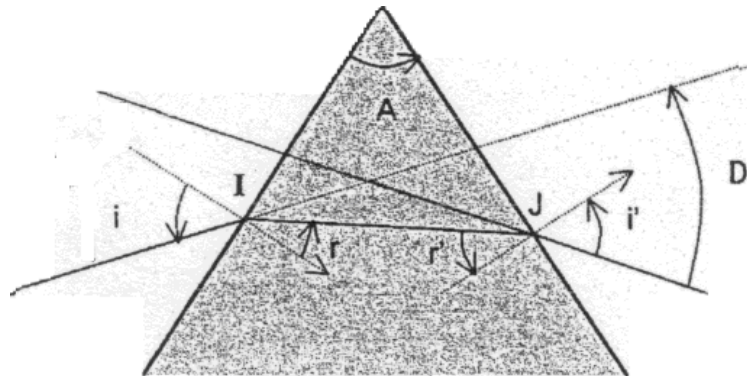


Figure 1

La convention de signe pour les angles est trigonométrique.

On suppose d'abord la lumière monochromatique et l'indice du prisme égal à n .

1.1. Rappeler les lois de DESCARTES pour la réflexion et la réfraction. En déduire des relations sur les angles i et r en I, puis sur les angles r' et i' en J. On suppose que le prisme permet l'existence du rayon émergent et on néglige, dans la suite, toute réflexion. Trouver une relation simple entre r , r' et A .

1.2. Etablir la relation : $D = i + i' - A$.

En appliquant le principe du retour inverse de la lumière, montrer que, pour une valeur de D possible donnée, il existe deux couples de solutions (i, i') . En déduire l'égalité de i et de i' lorsque D passe par un minimum (supposé unique).

1.3. Déterminer la valeur i_0 de i correspondant au minimum de déviation en fonction de n et de A . Etablir une relation entre n , l'angle A et la déviation minimale D_m .

1.1.4. En déduire que l'indice n , les angles A et D_m vérifient une relation du type : $n = \frac{f\left(\frac{A + D_m}{2}\right)}{f\left(\frac{A}{2}\right)}$, où f est

une fonction trigonométrique simple que l'on précisera.

2.1. On éclaire le prisme avec une lampe à vapeur de mercure, pour laquelle on a mesuré D_m pour différentes longueurs d'onde et obtenu les valeurs de n correspondantes :

λ (μm)	0,4047	0,4358	0,4916	0,5461	0,5771
n	1,803	1,791	1,774	1,762	1,757
$1/\lambda^2$ (μm) ⁻²	6,11	5,27	4,14	3,35	3,00

Montrer que n peut se mettre sous la forme $n = a + \frac{b}{\lambda^2}$, où a et b sont des constantes. Est-ce que le prisme est dispersif et pourquoi ?

2.2. Pour une lampe à vapeur de cadmium, on mesure un indice égal à $n = 1,777$. En déduire la longueur d'onde et donner la couleur correspondante.

Exercice 12. Généralisation des relations de conjugaison.

Il peut sembler compliqué d'obtenir graphiquement l'image d'un objet à travers un système optique constitué de plusieurs lentilles. Pas tant que ça... Prenons un exemple.

Soit un système centré constitué de deux lentilles :

-une lentille L_1 , convergente de centre O_1 , de distance focale $f'_1 = \overline{O_1F'_1} = a > 0$

-une lentille L_2 , divergente de centre O_2 , de distance focale $f'_2 = \overline{O_2F'_2} = -a < 0$

L'intervalle entre les deux lentilles est $e = \overline{O_1O_2} > 0$.

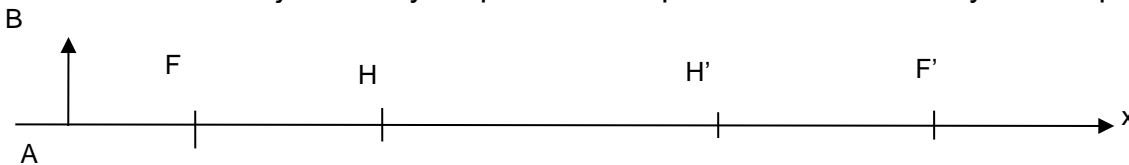
0) Faire un schéma du système centré.

1) Rappeler la formule de conjugaison des lentilles et la construction graphique de l'image d'un objet.

2) On note F et F' les points focaux objet et image de l'ensemble des deux lentilles. Rappeler la définition de F et F' . En utilisant les résultats précédents, déterminer les grandeurs $\overline{O_1F}$ et $\overline{O_2F'}$ en fonction de a et de e .

3) On considère un objet HD situé dans le plan de front de F_1 , $H=F_1$. Déterminer alors simplement la position de H' , et montrer que le grandissement vaut $+1$. Ce n'est pas très compliqué si on réfléchit... Les plans de front passant par H et H' sont appelés *plans principaux*. Exprimer alors \overline{HF} et $\overline{H'F'}$ en fonction de a et de e .

4) On modélise le système optique sous la forme suivante (échelle non respectée), où on ne s'intéressera au trajet des rayons qu'avant ou après la traversée du système optique :



a) On prend un rayon incident parallèle à l'axe et passant par B . Par quels points repasse-t-il à la sortie ? Tracer alors le rayon transmis par le système optique. On ne fera évidemment pas le trajet à l'intérieur du système optique.

b) Reprendre le même processus Avec un rayon incident passant par B et F . En déduire la position de $A'B'$.

c) Pourrait-on par exemple en déduire une relation entre \overline{FA} et $\overline{F'A'}$? Comment seraient alors définies les distances focales objet et image de ce système optique ?

d) Bilan de cette étude : qu'avez-vous démontré ici ?

Exercice 13. Photocopieuse.

Les procédés actuels de reprographie nécessitent la formation de l'image du document sur une surface photosensible par l'intermédiaire d'un objectif de reproduction. On désire reproduire un document de format A4 soit en A4, en A3 (format double en surface), ou en A5 (format moitié en surface). On peut réaliser ces différents tirages à l'aide d'un objectif en modifiant la position respective des lentilles à l'intérieur du système.

1) La distance entre le document et le récepteur photosensible est $d=384$ mm et l'on positionne une première lentille mince divergente L_1 de distance focale image $f'_1=-90$ mm à 180 mm du récepteur.

La lentille L_1 peut-elle donner une image du document sur le récepteur ? Justifier la réponse.

2) On ajoute alors une lentille mince L' devant la lentille L_1 à 180 mm du document.

a) Calculer la distance focale image f' de cette lentille pour obtenir une image réelle du document sur le récepteur .

b) En déduire le grandissement γ_1 de l'association des deux lentilles et indiquer quel type de tirage permettra cet objectif.

3) En fait, la lentille L' est constituée de deux lentilles accolées L_2 et L_3 , L_2 étant identique à L_1 .

a) Montrer que, pour des lentilles minces accolées, les vergences s'ajoutent.

b) En déduire la distance focale image f'_3 de L_3 . Quelle est la nature de cette lentille mince ?

4) On glisse alors L_3 afin de l'accoler à L_1 . Montrer que l'image du document reste sur le récepteur et calculer le grandissement γ_2 correspondant à l'association de ces trois lentilles. En déduire le type de tirage obtenu.