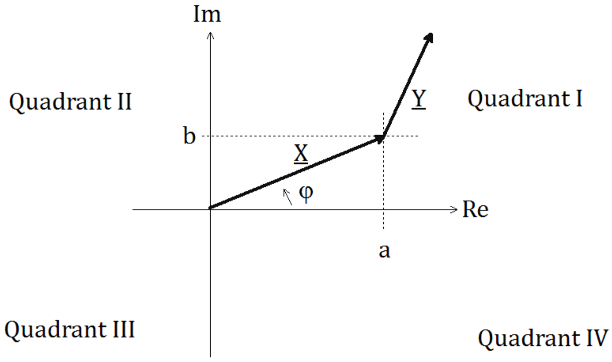
M03. Les complexes.

En physique, le nombre complexe de module 1 et d'argument π/2 est noté j et vérifie $j^2=-1$. D'une manière générale, un nombre complexe est souligné, sauf pour j. Son conjugué est noté avec * en exposant.

Ecritures et représentation d'un nombre complexe.



Sur le dessin ci-dessus, on peut considérer un complexe comme un vecteur du plan. Dessiner le complexe $\underline{X}+\underline{Y}$ sur le dessin ci-dessus.
Un nombre complexe $\underline{X}$ peut s'écrire :

a)sous la forme polaire $\underline{X} = X \cdot exp(j\varphi)$ où $X \geq 0$ est le module ou norme, et φ défini modulo 2π est l'argument ou la phase. Notation adaptée à la multiplication et la division.
Un nombre complexe et son inverse ont des normes inverses et des arguments opposés.

b)sous la forme algébrique $\underline{X} = a + jb$ où a et b réels sont repectivement la partie réelle et partie imaginaire de $\underline{X}$. Notation adaptée à l'addition et la soustraction.

$$X = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{\underline{X}.\underline{X}^*} \qquad tan(\varphi) = \frac{b}{a} \qquad a = Re(\underline{X}) = X \cdot cos(\varphi) \qquad b = Im(\underline{X}) = X \cdot sin(\varphi)$$

Rem : la fonction Arctan ne peut être utilisée directement que dans les quadrants I et IV. Vérifiez avec $\underline{X}=-1+j$: $arg(\underline{X})=3\pi/4$ alors que $arctan(b/a)=-\pi/4$.

Rem : je répète, les nombres complexes à partie réelle négative sont DANGEREUX.

Rem : dans les calculs, le dénominateur reste complexe. On ne l'utilisera que dans le but explicite de calculer un argument (une phase en physique).

Rem : un argument n'apparaît jamais dans les calculs. Si on veut l'argument de $\underline{H} = \frac{1}{1-x^2+2jx}$:

$$\varphi = arg(\underline{H}) = arg\left(\frac{1}{1-x^2+2jx}\right) = -arg(1 - x^2 + 2jx) = -arg\ (a + jb)$$

$$Si \quad x^2 < 1 \quad alors \qquad \varphi = -arctan\left(\frac{b}{a}\right) = -arctan\left(\frac{2x}{1-x^2}\right)$$

$$Si \quad x^2 > 1 \quad alors \qquad \varphi = -arctan\left(\frac{b}{a}\right) \pm \pi = arctan\left(\frac{2x}{x^2-1}\right) \pm \pi$$