

Vagues solitaires : tsunamis en laboratoire

par Samuel BOURY, Lucas MENOY, Raphaël MENU, Hélène PIOT-DURAND et Jérôme THIBAUT

Laboratoire junior Géophysique et fluides planétaires

École normale supérieure de Lyon - 69007 Lyon

samuel.boury@ens-lyon.fr

LONGTEMPS INEXPLIQUÉS, LES TSUNAMIS sont aujourd'hui des phénomènes océaniques relativement bien compris, notamment depuis la découverte des solitons hydrodynamiques par John Scott Russel au milieu du XIX^e siècle. Cet article présente un dispositif expérimental simple permettant de reproduire qualitativement le phénomène de tsunami et d'en étudier quantitativement différents aspects comme la vitesse de propagation ou le déferlement. Un modèle théorique, basé sur l'équation non linéaire de Korteweg-de Vries, est également proposé.

INTRODUCTION

Occasionnellement, des vagues géantes se forment et déferlent sur les côtes : ce sont des tsunamis, terme japonais désignant des « vagues du port », fréquemment observées dans l'archipel. Il s'agit d'une grande vague, arrivant seule et pouvant être suivie de répliques plus petites, que la hauteur de plusieurs mètres voire dizaines de mètres et la vitesse d'arrivée rendent extrêmement dangereuse et destructrice. En physique, ce type de vague appartient à la catégorie des ondes solitaires. En l'occurrence, ces vagues sont créées par des événements très énergétiques correspondant à un brusque déplacement d'eau : par exemple un séisme, créant un déplacement d'eau sous-marin, ou la chute d'objets très massifs dans l'eau comme une météorite ou des blocs de glace dans les fjords.

L'étude et la compréhension des tsunamis revêt une importance toute particulière aujourd'hui, du fait de la densification de l'habitat sur les côtes et de l'installation d'équipements et d'infrastructures dont l'endommagement aurait des effets néfastes pour l'homme et l'environnement : industries chimiques et les centrales nucléaires par exemple (on peut citer notamment l'accident nucléaire de Fukushima, conséquence du tsunami de 2011 au large du Japon). À terme, une meilleure connaissance des tsunamis permettrait d'en améliorer la prévention, la détection et d'en limiter les dégâts.

Pour modéliser ces phénomènes géophysiques, nous distinguons différentes étapes : une phase de génération plutôt localisée en haute mer, une phase de propaga-

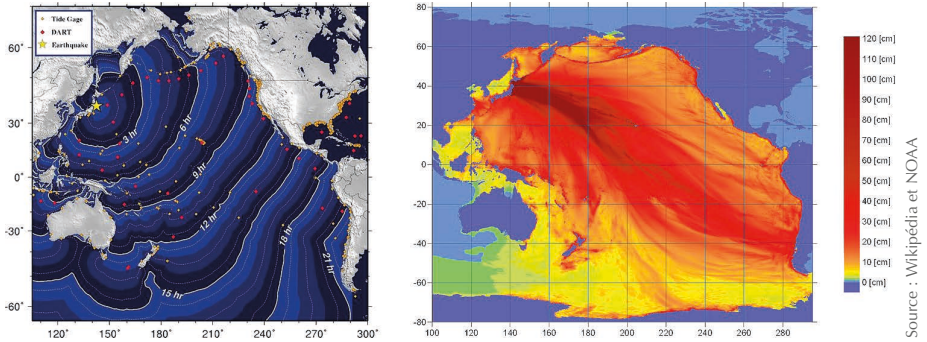


Figure 1 - Temps de propagation (gauche) et amplitude (droite) de la vague du tsunami généré lors du séisme de Sendai (Japon), le 11 mars 2011. Ce tsunami est notamment à l'origine de la catastrophe nucléaire de Fukushima.

tion, et une phase de déferlement proche des côtes. Nous proposons une étude expérimentale appuyée par des considérations théoriques pour décrire ces différents aspects.

1. ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

Nous proposons une étude expérimentale du phénomène de soliton hydrodynamique et d'un modèle qualitatif de tsunami illustrant la génération de l'onde, sa propagation et le déferlement ayant lieu sur les côtes. Le dispositif utilisé a fait l'objet d'une étude présentée en [1].

1.1. Dispositif expérimental et protocole

Nos expériences ont été réalisées à l'aide d'une cuve en plexiglas de 2 m de longueur, 0,4 m de hauteur et 0,2 m de profondeur (cf. figure 2). Cette cuve, beaucoup plus petite en largeur qu'en longueur, permet de se placer dans l'approximation d'un océan à deux dimensions (hauteur et longueur), et d'une onde de surface ne se propageant que selon une direction. La cuve est remplie d'eau douce jusqu'à une hauteur h . Cette eau a été colorée à l'aide d'un colorant alimentaire bleu hautement miscible dans l'eau pour permettre des mesures précises des déplacements de la surface libre.

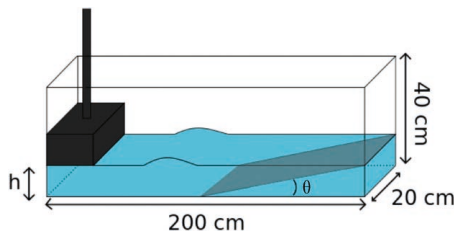


Figure 2 - Schéma du dispositif expérimental.

La génération de la vague solitaire est réalisée grâce à un déplacement brusque d'une quantité d'eau non négligeable. Pour cela, nous utilisons un « marteau » (bloc de plexiglas) d'une largeur proche de celle de la cuve à une extrémité du dispositif. Le marteau est tenu à la surface de l'eau et lâché sans vitesse initiale de sorte que l'énergie injectée soit la même dans chaque réalisation d'une même expérience. Comme la dispersion des mesures le montre dans les parties suivantes, ces conditions ne sont pas parfaitement reproductibles et introduisent un biais dans les résultats obtenus. Ce mécanisme de génération est similaire à celui proposé notamment dans [2] où un volume d'eau est retenu à une extrémité de la cuve puis relâché grâce à une paroi amovible. Une unique vague est alors créée et se propage vers l'autre extrémité de la cuve.

Afin de modéliser le littoral, qui consiste en une diminution progressive de la profondeur d'eau, nous ajoutons une pente partiellement immergée à l'extrémité opposée au marteau. Elle crée ainsi un littoral modèle d'inclinaison constante, et il est facile d'en changer l'angle avec l'horizontale.

Une caméra est placée parallèlement à la face principale de la cuve transparente pour visualiser le phénomène. Chaque vague réalisée est ainsi enregistrée et peut être traitée grâce au logiciel de traitement d'images *ImageJ*.

Au cours de nos expériences, nous avons cherché à étudier l'impact de la hauteur d'eau h sur les caractéristiques de la vague ainsi créée, que ce soit au niveau de sa propagation ou de son déferlement lors de son arrivée sur les côtes.

1.2. Propagation de l'onde

La propagation d'une onde s'effectue sans déplacement de matière et dans le cas d'une surface vibrante chaque point de la surface oscille verticalement [3]. Pour une onde hydrodynamique se propageant à l'interface eau-air, le passage de l'onde impose un mouvement local au fluide qui prend la forme d'une boucle fermée en ellipse, d'autant plus petite que la particule fluide considérée est située en profondeur. Si la profondeur est très grande devant la longueur d'onde, ces ellipses deviennent des cercles [4–5].

Dans le cas d'un milieu peu profond devant l'amplitude de l'onde, le mouvement de la surface n'est pas de nature parfaitement ondulatoire et les particules fluides décrivent, loin des bords de la cuve, des cycloïdes et non des ellipses fermées [5]. Dans le cas de notre expérience, un aller-retour de l'onde grâce aux rebonds de la vague aux extrémités de la cuve est nécessaire afin que les particules de fluide retrouvent leur emplacement initial. Le déplacement de la surface libre est présenté figure 3 (cf. page ci-après) avec une chronophotographie montrant le mouvement d'une balle de ping-pong à la surface de l'eau lors du passage de la vague (gauche), ainsi que le suivi du mouvement du sommet de la vague et du centre de la balle sur ces différentes images (droite). Ce type d'onde particulier, où l'influence de la faible profondeur se fait sentir sur le mouvement latéral de la surface, s'appelle onde cnoidale.

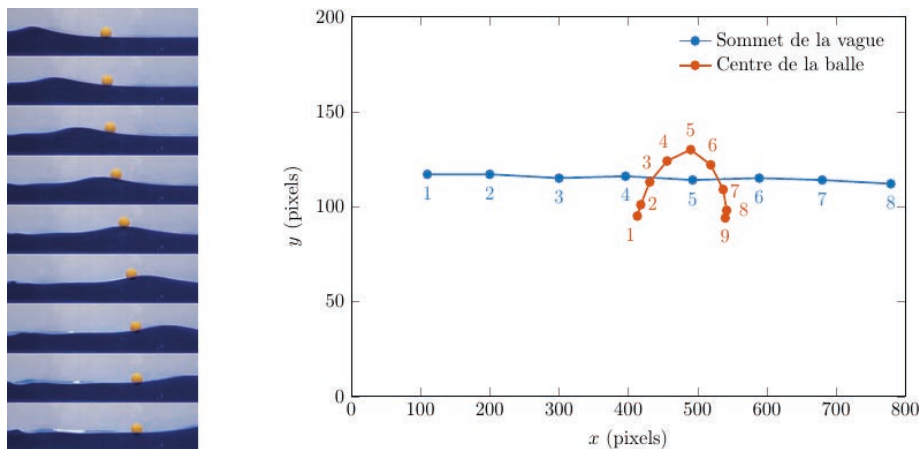


Figure 3 - Chronophotographie du passage de la vague à 0,08 s d'intervalle (gauche) et déplacements mesurés du sommet de la vague et du centre de la balle de ping-pong (droite).

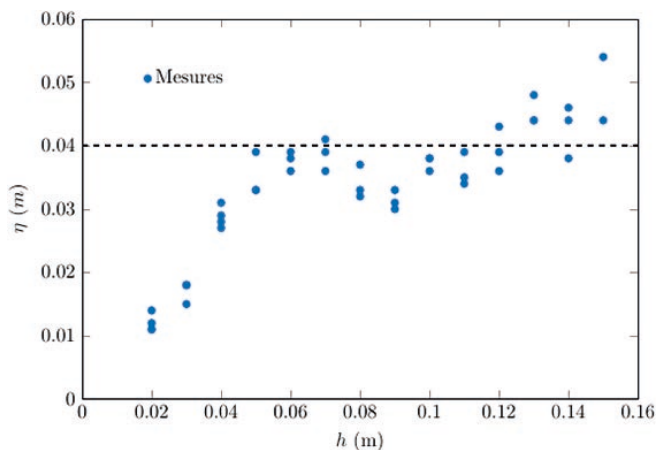


Figure 4 - Évolution de la hauteur de la vague η en fonction de la hauteur d'eau h .

1.3. Caractérisation de la vague

Nous présentons figure 4 (cf. page ci-contre) l'évolution de la hauteur de la vague η en fonction de la hauteur d'eau au repos h , pour l'intervalle $h \in [0,02 \text{ m} ; 0,15 \text{ m}]$. Trois (voire quatre) solitons indépendants ont été étudiés pour chaque hauteur d'eau h . On observe tout d'abord que ces mesures sont très reproductibles : pour une même hauteur h , la vague obtenue est toujours d'une taille similaire. Cependant, une certaine dispersion apparaît selon les réalisations expérimentales, probablement due à une génération imparfaite de l'onde (le marteau injectant plus d'énergie dans la vague s'il est un peu poussé au lieu d'être simplement lâché). Pour des petites hauteurs h , l'amplitude de la vague augmente, passant de $\eta = 1 \text{ cm}$ pour $h = 2 \text{ cm}$ à $\eta = 4 \text{ cm}$ pour $h = 6 \text{ cm}$. Pour des valeurs de h supérieures à 6 cm , on remarque une stabilisation de la hauteur de la vague autour de 4 cm (ligne en pointillés).

De façon conjointe à ce phénomène, on observe qualitativement un étalement longitudinal de la vague, et donc son aplatissement, pour des hauteurs au repos h supérieures à 6 cm .

L'amplitude de la vague formée est non négligeable devant la hauteur d'eau (à titre d'exemple, le rapport η/h varie de 50% à $h = 2 \text{ cm}$, à de 25% à $h = 15 \text{ cm}$), la hauteur judicieuse pour notre étude sera l'altitude totale de l'eau $h + \eta$, ce qui sera justifié dans la modélisation proposée ci-après.

Nous avons mesuré la vitesse de propagation de l'onde pour les différentes expériences en utilisant des diagrammes spatio-temporels réalisés dans le logiciel libre *ImageJ*, indiquant le déplacement de la crête de la vague. Pour chaque vidéo enregis-

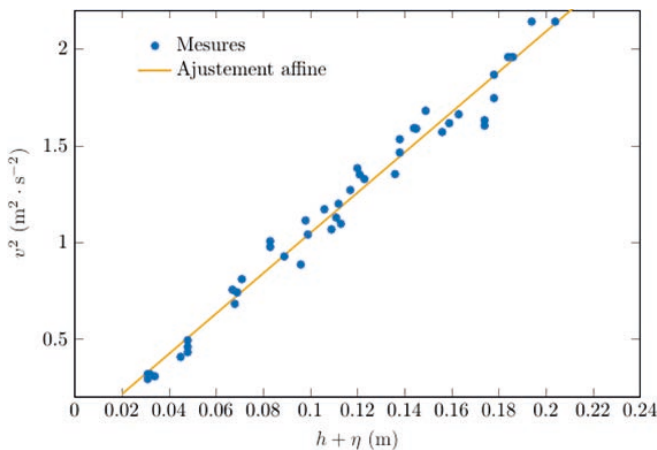


Figure 5 - Mesures de la vitesse de la vague en fonction de la longueur $h + \eta$, où h est la hauteur d'eau au repos et η la hauteur de la vague (voir mesures figure 4, page ci-contre).

trée, la vitesse mesurée est représentée en fonction de $h + \eta$, η ayant été préalablement mesuré (cf. figure 4, pages précédentes). On remarque alors que le carré de la vitesse suit une tendance linéaire en fonction de $h + \eta$, ce que nous justifierons avec le modèle proposé.

1.4. Arrivée sur la côte et déferlement

Comme l'indiquent les relevés océanographiques de la figure 1 (droite), la vague de tsunami peut grandir lors de son arrivée sur le littoral. Cet accroissement peut être la source d'un déferlement particulièrement dévastateur lorsque la vague se brise. Pour explorer qualitativement ce phénomène, nous utilisons la pente inclinée et regardons l'influence de l'angle entre la pente et l'horizontale.

Deux situations peuvent être identifiées, comme montrées sur la figure 6 :

- ◆ la présence d'un déferlement, avec formation d'un rouleau, quand la vague s'effondre sur elle-même (figure 6, gauche) ; et
- ◆ l'absence de déferlement, lorsque la vague s'aplatit et monte sur le plan incliné (figure 6, droite).

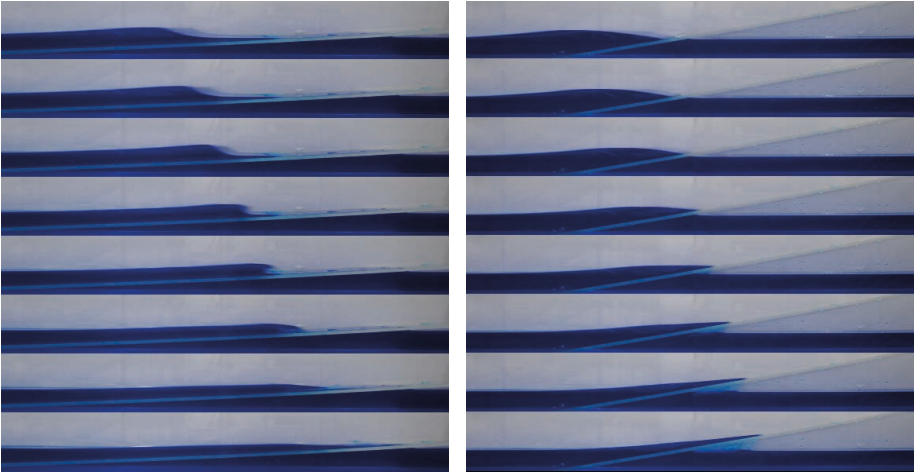


Figure 6 - Chronophotographies de l'arrivée de la vague sur une pente inclinée : dans un cas avec déferlement (gauche) et dans un cas sans déferlement (droite). Temps entre deux images de 0,04 s.

En faisant varier l'angle entre la pente et l'horizontale, il est possible de repérer cette transition d'une situation « propice au déferlement » à une situation « sans déferlement ». Les données figure 7 montrent la probabilité qu'à la vague de déferler en fonction de l'angle de la pente, pour des angles entre 4° et 18° , dans le cas où la hauteur

d'eau au repos est de 6 cm. Les déferlements, observés à petits angles, disparaissent au-delà d'une inclinaison de 8° . Un ajustement par une tangente hyperbolique (courbe figure 7) permet de visualiser cette tendance. Le comportement à très petit angle n'a cependant pas été étudié et il est probable qu'à de très petits angles la probabilité de déferler retombe à zéro, puisqu'un déferlement ne peut pas, semble-t-il, être observé à angle nul.

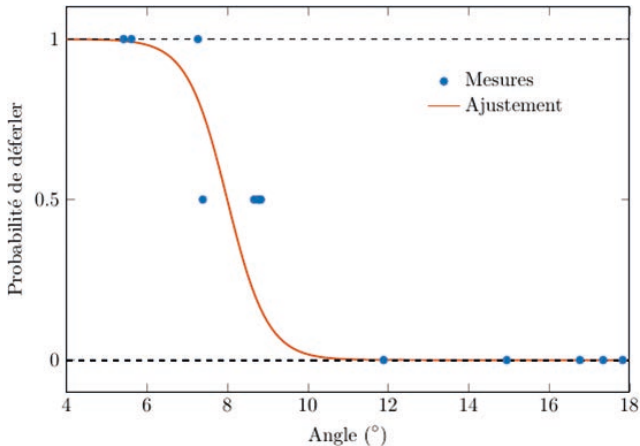


Figure 7 - Présence d'un déferlement en fonction de l'angle, pour une hauteur d'eau de 6 cm.

Cette étude pourrait être affinée en changeant la hauteur d'eau au repos h et en répétant les mesures, mais notre dispositif expérimental ne permet pas d'étudier de façon précise les déferlements à trop petite ou trop grande hauteur d'eau (la pente se mettant à flotter). Néanmoins, il est possible d'observer qualitativement qu'il existe des angles propices au déferlement quand d'autres ne le sont pas, ce qui explique que certains littoraux soient plus facilement sujets aux tsunamis que d'autres.

2. MODÉLISATION

Pour comprendre plus en détail les phénomènes observés, nous proposons une modélisation simple basée sur la théorie des solitons, présentée notamment dans [2, 4] et [6].

2.1. Ondes gravito-capillaires et solitons

On considère un fluide parfait, incompressible, de masse volumique ρ , de tension de surface γ et soumis au champ de pesanteur supposé uniforme g . La surface libre,

prise à une dimension pour simplifier le problème, peut être déformée verticalement et on note alors η l'élévation d'un point de la surface.

Sous l'effet d'une déformation de la surface libre, deux forces différentes agissent de façon à restaurer l'interface horizontale [2, 4] :

- ◆ la force liée à la gravité, à grande échelle, qui tend à restaurer l'équilibre hydrostatique ;
- ◆ la force liée à la tension de surface, à petite échelle, qui tend à privilégier des interfaces ayant la plus petite superficie possible correspondant, ici, à une interface horizontale plane.

La dynamique des ondes ainsi créées, appelées *ondes gravito-capillaires*, est régie par la relation de dispersion suivante, qui découle des équations de Navier-Stokes, reliant la pulsation de l'onde ω au vecteur d'onde k [2, 4] :

$$\omega = \sqrt{\left(gk + \frac{\gamma}{\rho} k^3\right) \tan h(kh)} .$$

Dans nos réalisations expérimentales, les longueurs d'ondes considérées sont toujours supérieures au centimètre et, de fait, la partie *capillaire* peut être négligée devant la partie *gravité* des ondes. La relation de dispersion se réécrit donc :

$$\omega = \sqrt{gk \tan h(kh)} .$$

La vitesse de phase v de l'onde, qui est également la vitesse de l'onde dans ce cas, se calcule simplement en utilisant que $v = \omega/k$. On a alors :

$$v = \sqrt{\frac{g}{k} \tan h(kh)} .$$

On considère le régime d'eau peu profonde, quand $kh \ll 1$, ce qui signifie que la longueur d'onde est grande comparée à la profondeur d'eau au repos h . La tangente hyperbolique peut alors être approximée comme :

$$\tan h(kh) \simeq kh - \frac{(kh)^3}{3} ,$$

d'où l'on déduit :

$$\omega \simeq \sqrt{ghk} \left(1 - \frac{(kh)^2}{6}\right) .$$

Ainsi, à l'ordre zéro en kh , on a l'approximation $\omega \simeq \sqrt{ghk}$, d'où découle une expression approchée de la vitesse de l'onde en régime d'eau peu profonde [2, 4] :

$$v \simeq \sqrt{gh} .$$

Par la suite, on notera $c = \sqrt{gh}$ la vitesse des ondes linéaires en eau peu profondes dans le cas d'un milieu non dispersif.

Dans le cas du soliton, présenté ici, le modèle de l'onde de surface proposé ne peut être directement appliqué. En effet, la hauteur de la vague ne peut pas être négligée devant la hauteur d'eau au repos du fait de la longueur d'onde très grande comparée à

la hauteur d'eau au repos. Pour tenir compte de cet effet, le modèle peut être adapté en considérant non plus la hauteur au repos h seule, mais la hauteur totale donnée par la hauteur au repos h et la hauteur de la vague η [2]. La vitesse du soliton est donnée par :

$$v = \sqrt{g(h + \eta)} \simeq c \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\eta}{h} \right).$$

La figure 5 (cf. pages précédentes) montre les mesures effectuées pour différentes hauteurs $h + \eta$ ainsi qu'un ajustement affine, d'équation : $v^2 = a(h + \eta) + b$, avec $a = 10,0 \pm 0,5 \text{ kg} \cdot \text{ms}^{-2}$ et $b = 0,007 \pm 0,005 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$. Le modèle est donc vérifié et la valeur obtenue pour le coefficient directeur, a , est cohérente avec la valeur prédite $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. L'ordonnée à l'origine est, quant à elle, due à l'incertitude de mesure et ne traduit pas d'écart systématique.

En réalité, un tsunami dans l'océan a une vitesse plus grande que celle mesurée dans nos expériences de plusieurs ordres de grandeur.

2.2. Soliton : équation de Korteweg-de Vries

La relation de dispersion totale, prenant en compte la propagation linéaire ainsi que les effets non linéaires et la dispersivité du milieu, s'écrit [2] :

$$\omega \simeq ck \left(1 - \frac{(kh)^2}{6} + \frac{3}{2} \frac{\eta}{h} \right).$$

Cette relation est associée à l'équation différentielle suivante :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + c \left(1 + \frac{3}{2} \frac{\eta}{h} \right) \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{1}{6} ch^2 \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} = 0.$$

que l'on peut redémontrer à partir des équations de Navier Stokes décrivant la dynamique du fluide [6].

Si l'on note η_0 l'amplitude de la vague, la contribution des termes dispersifs et non linéaires peut être quantifiée par le rapport :

$$\left[\frac{3}{2} \frac{\eta}{h} \right] / \left[\frac{h^2 k^2}{6} \right] \sim \frac{\eta_0}{h^3 k^2},$$

définissant un nombre sans dimension appelé *nombre d'Ursell*. Ainsi, lorsque le nombre d'Ursell est petit devant 1 les effets dispersifs dominent et, au contraire, s'il est grand devant 1 les effets non linéaires dominent la dynamique.

Un changement de variables $s = x - ct$ permet de se placer dans le référentiel de la vague linéaire, et on obtient dans ce cas l'équation de Korteweg-de Vries décrivant l'évolution des solitons hydrodynamiques :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{3}{2} c \frac{\eta}{h} \frac{\partial \eta}{\partial s} + \frac{ch^2}{6} \frac{\partial^3 \eta}{\partial s^3} = 0.$$

Afin de simplifier l'interprétation de cette équation, on pose $\phi = \eta/h$, $\xi = s/h$ $\tau = t\sqrt{g/h}$ et $\xi = s/h$, variables sans dimension de l'amplitude de la vague, de temps et

de distance. L'équation de Korteweg-de Vries se réécrit alors :

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + \frac{3}{2} \phi \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 \phi}{\partial \xi^3} = 0.$$

Cette expression fait intervenir différents termes régissant le comportement de l'onde. Le terme d'évolution temporelle de l'amplitude, tout d'abord :

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau},$$

est relié à un terme caractérisant une propagation dispersive :

$$\frac{1}{6} \frac{\partial^3 \phi}{\partial \xi^3},$$

et à un terme non linéaire :

$$\frac{3}{2} \phi \frac{\partial \phi}{\partial \xi}.$$

La propagation dispersive, d'une part, a tendance à aplatir la vague et à l'étaler, donc à limiter la croissance de l'amplitude. Au contraire, le terme non linéaire tend à resserrer la vague et la faire croître verticalement d'autant plus que l'amplitude est grande. Des raisonnements en ordre de grandeur sur les différents termes permettent de voir quel comportement domine selon la situation, par l'intermédiaire du nombre d'Ursell défini précédemment.

Remarquons également que l'équation est intégrable et admet une solution exacte de la forme :

$$\phi(\xi, \tau) = \phi_0 \operatorname{sech}^2 \left(\sqrt{\frac{3\phi_0}{4}} (\xi - \tau) \right).$$

qui, comme le montre la figure 8, décrit de manière qualitativement satisfaisante le phénomène observé en laboratoire. Cette solution décrit une onde solitaire se type soliton se propageant selon les abscisses positives. Une seconde solution, périodique, existe également, décrivant des ondes cnoïdales [5] qui pourraient être un meilleur modèle de la vague observée dans nos expériences du fait des paramètres utilisés, notamment la très faible profondeur d'eau. Son expression est néanmoins plus complexe et nous ne l'aborderons pas dans cet article.

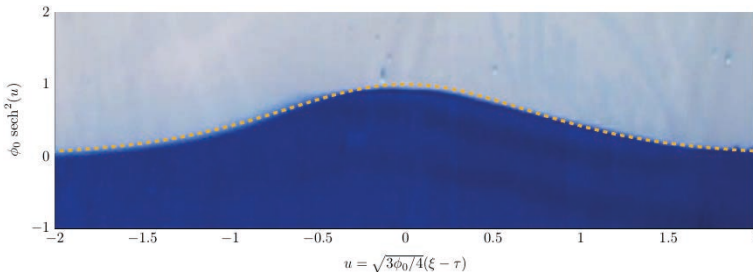


Figure 8 - Modèle théorique (solution des équations de Korteweg-de Vries) superposé à une vague solitaire créée expérimentalement (hauteur d'eau au repos 8 cm).

2.3. Une explication simple du déferlement

En eau très peu profonde, la contribution du terme non linéaire dans l'équation de Korteweg-de Vries peut devenir très importante du fait de la divergence en $1/h$. Ainsi, même pour une vague de faible amplitude, les non-linéarités peuvent devenir un phénomène majeur lorsque la vague créée dans l'expérience se rapproche de la pente ou, dans l'océan, lorsque le tsunami arrive sur le littoral.

Dans l'équation décrivant la dynamique de l'interface, le terme non linéaire agit comme un amplificateur : sa contribution tend à resserrer l'étendue longitudinale de la vague tout en la faisant croître verticalement, et cet effet devient d'autant plus important que l'amplitude de la vague est grande. Lorsque la vague commence à monter sur la pente, h diminue et la contribution des termes non linéaires augmente, conduisant à l'augmentation de l'amplitude η de la vague.

D'autre part, la vitesse de la vague est donnée par la relation :

$$v = \sqrt{g(h + \eta)} \simeq c \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\eta}{h} \right),$$

qui indique une variation de la vitesse avec la hauteur de la vague. On remarque notamment que le sommet de la vague, pour lequel η est maximale, a la vitesse de propagation la plus élevée. Le haut de la vague avançant plus vite en hauteur qu'à sa base, elle devient asymétrique et tend à basculer vers l'avant. À terme, si la vague croît suffisamment, elle peut se casser et déferler [2, 7].

CONCLUSION

À partir d'un modèle simple de génération, propagation et déferlement d'une vague solitaire, nous avons pu mettre en évidence différentes caractéristiques des tsunamis en lien avec la physique des ondes : déplacement d'énergie et non de matière, longueur d'onde et célérité notamment. Nous avons vu que, près des côtes, la hauteur de la vague augmente et mène à un phénomène de déferlement très dangereux. Le dispositif expérimental proposé dans cet article permet d'illustrer de façon qualitative ces différentes étapes, et de vérifier quantitativement certaines lois comme celle donnant la vitesse de propagation de l'onde.

Aujourd'hui, des modèles analogues permettent de mieux comprendre et d'anticiper les tsunamis. Si le phénomène de génération en lui-même (un séisme) ne peut être prédit, la détection de ces vagues a pu être améliorée grâce à des systèmes de balises et de bouées, permettant d'alerter les populations sur les côtes. L'évacuation, permettant d'alerter à temps les populations sur les côtes, ou la présence d'abris en hauteur, peuvent alors sauver des milliers de vies.

BIBLIOGRAPHIE ET NETOGRAPHIE

- [1] C. Brouzet, P. Maurer, et V. de Zotti, « Fabriquons des tsunamis ! », *Culture sciences physiques*, mars 2016. Consultable à l'adresse : <http://culturesciencesphysique.ens-lyon.fr/ressource/tsunami.xml>
- [2] M. Remoissenet, *Waves Called Solitons*, Springer, 1999.
- [3] A. P. French, *Vibrations and Waves*, CBS Publishers and Editors, 2003.
- [4] E. Guyon, J.-P. Hulin et L. Petit, *Hydrodynamique physique*, 3^e éd., EDP Sciences, 2012.
- [5] A. Leroux, *Mise en évidence de nouveaux types de vagues de très grandes amplitudes* (thèse), 2013.
- [6] T. Dauxois, M. Peyrard, *Physics of Solitons*, Cambridge University Press, 2006.
- [7] G. B. Airy, *Tides and Waves*, Fellowes, 1845.

Paru dans Le Bup

- ◆ G. Bouyrie, « L'arpenteur du web : Physique des vagues », *Bull. Un. Prof. Phys. Chim.*, vol. 109, n° 977, p. 1265-1296, octobre 2015.



Samuel BOURY

Doctorant au Laboratoire de physique
École normale supérieure de Lyon (ENS)
Lyon (Rhône)



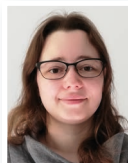
Lucas MENOUE

Doctorant au Laboratoire de physique
École normale supérieure de Lyon (ENS)
Lyon (Rhône)



Raphaël MENU

Doctorant au Laboratoire de physique
École normale supérieure de Lyon (ENS)
Lyon (Rhône)



Hélène PIOT-DURAND

Doctorante au Laboratoire de physique
École normale supérieure de Lyon (ENS)
Lyon (Rhône)



Jérôme THIBAUT

Doctorant au Laboratoire de physique
École normale supérieure de Lyon (ENS)
Lyon (Rhône)