

DEVOIR SIA 2004
4H
Calculatrice autorisée

Documents remis au candidat

- Le texte du sujet (16 pages numérotées de 1 à 16).
- 1 document réponse.

Structure de l'épreuve

L'épreuve comporte trois parties indépendantes :

- A-Automatique ;
- B-Cinématique;
- C-Statique;

Les réponses finales doivent être encadrées.

Les candidats sont invités à formuler toutes les hypothèses qu'ils jugeront nécessaires pour répondre aux questions posées.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale dans sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons de son initiative.

Protection

Ce sujet utilise comme support d'étude un équipement de la société MTS Systems Corporation.

Les informations sont utilisées avec la permission de MTS Systems Corporation.

Chaque photographie et élément de texte extrait de documents MTS dans le présent sujet reste propriété de la société MTS Systems Corporation. L'autorisation d'utilisation de ces informations n'est valable que pour ce sujet de concours.

Notations

- La transformée de LAPLACE d'une fonction f de la variable temporelle continue du temps t est notée F de la variable complexe p associée à la transformée.
- Pour un système de fonction de transfert F , la réponse harmonique est notée $F(j\omega)$. Le module de $F(j\omega)$ est noté $|F(j\omega)|$ et son argument $arg(F(j\omega))$.
- Le torseur cinématique du mouvement d'un solide i par rapport à un solide j sera noté C_{ij} .

Les éléments de réduction au point A de ce torseur s'écriront $C_{ij} \equiv \begin{cases} \vec{\Omega}_{i/j} \\ \vec{V}_{A \in i/j} \end{cases}$.

- Le torseur des actions mécaniques transmissibles par une liaison quelconque q entre deux solides i et j sera noté $T_{j \rightarrow i}^q$.

Les éléments de réduction au point A de ce torseur s'écriront $T_{j \rightarrow i}^q \equiv \begin{cases} \vec{F}_{j \rightarrow i}^q \\ \vec{M}_{A, j \rightarrow i}^q \end{cases}$.

- Le torseur dynamique d'un ensemble matériel S en mouvement par rapport à un référentiel R sera noté $\Delta_{S/R}$

Les éléments de réduction au point A de ce torseur s'écriront $\Delta_{S/R} \equiv \begin{cases} \vec{D}_{S/R} \\ \vec{\delta}_{A, S/R} \end{cases}$.

PRESENTATION



La société MTS Systems Corporation :

Depuis 1966, MTS Systems Corporation développe et fournit des équipements de test et simulation de systèmes mécaniques en réponse à des excitations vibratoires.

Ces équipements s'appliquent à l'étude du comportement aux vibrations mécaniques d'un équipement électronique, à la reproduction de la force d'un séisme sur un ouvrage génie civil ou la caractérisation comportementale de trains roulants de systèmes de transport.

Les domaines d'applications sont:

Test de véhicules & Simulation

Ces tests s'appliquent aux voitures, camions, motocyclettes.

Bancs d'essais moteurs, trains roulants (vieillessement, réponses à l'impact...).

Facteurs humains (bruits, vibrations, sécurité)

Les solutions avancées d'ingénierie

Simulateurs de vague d'océan, équipement pour parcs d'attractions...

Test de matériaux

Essais sur les matériaux tels que matériaux métalliques, composites, textiles afin de caractériser leurs propriétés.

Test aérospatial & Simulation

Evaluation de la durabilité de trains d'atterrissages, de l'intégrité structurale d'ailes et autres infrastructures, de la performance de systèmes de propulsion et autres composants de véhicules de vol.

Test génie civil & Simulation

Conception des ponts, barrages, routes, et autres infrastructures. Prise en compte des effets sismiques.

Le système:

Ce sujet se propose d'étudier un simulateur de route (MTS Model 329 Multi-Axial Road Simulator).(Cf figure N°1).



Figure N°1 : quatre simulateurs de route MTS Model 329

-reproduction avec la permission de MTS Systems Corporation-

Ce système, à intégrer sur chacune des roues d'un véhicule, est un simulateur de route quatre axes permettant l'application dynamique d'efforts et de couples sur les axes verticaux, latéraux, longitudinaux, de freinage.

Il reproduit les conditions d'excitation d'une route sur les trains roulants.

Grâce à la fidélité de l'excitation auquel est soumis le train roulant, celui-ci peut-être complètement identifié et caractérisé sans avoir à recourir à des essais in-situ (mise en place de capteurs facilitée, excitation adaptée -durée, format...-, flexibilité, environnement climatique...).

La modularité du système permet de tester un ensemble roue-suspension (un équipement MTS Model 329 Cf figure N°2, figure N°3), un train roulant (train roulant avant ou arrière avec deux équipements Cf figure N°4) ou un véhicule complet (trains roulants avant et arrière avec quatre équipements Cf figure N°5).

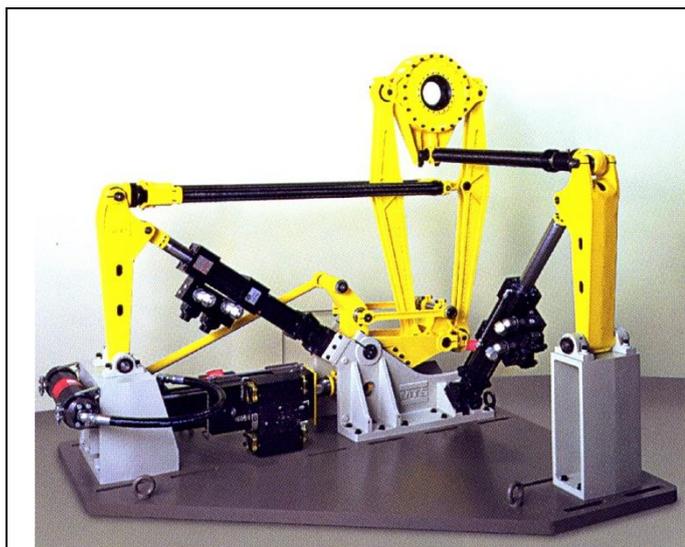


Figure N°2 : MTS Model 329
-reproduction avec la permission de MTS Systems Corporation-



Figure N°3 : Ensemble roue-suspension + MTS Model 329
-reproduction avec la permission de MTS Systems Corporation-



Figure N° 4 : Test d'un train roulant
-reproduction avec la permission de MTS Systems Corporation-



Figure N°5 : Test d'un véhicule complet
-reproduction avec la permission de MTS Systems Corporation-

Les actionneurs utilisés sont des vérins double effet hydrauliques pilotés par des servovalves électrohydrauliques trois étages. Les commandes des servovalves sont assurées par un contrôleur multi-axe (MTS FlexTest II) en dialogue avec un outil d'analyse de données (MTS Model 498 + outil logiciel RPC III) (Cf figure N°6).

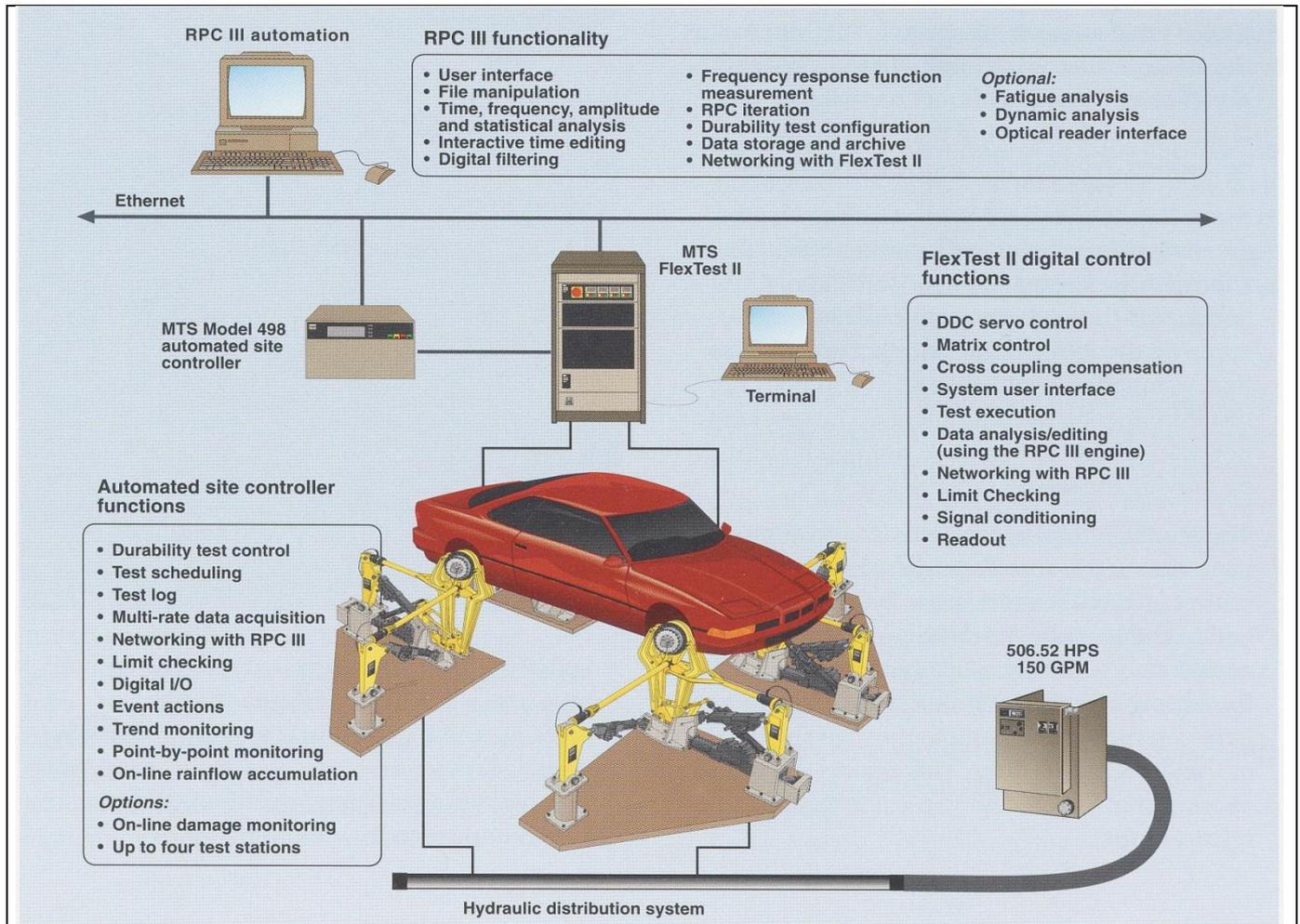


Figure N°6 : simulateur pour véhicule à 4 roues, architecture d'un banc d'essai complet
-reproduction avec la permission de MTS Systems Corporation-

A - AUTOMATIQUE (ENVIRON 2H)

Le simulateur de route MTS (Cf figure N°1 page 2/19 et figure N°2 page 3/19) repose sur une architecture quatre axes permettant des déplacements verticaux, latéraux, longitudinaux et de simulation de freinage sur chaque roue d'un véhicule.

Cette architecture sera dédoublée dans l'étude d'un train roulant d'un véhicule ou quadruplée dans l'étude des trains roulants d'un véhicule complet à quatre roues.

Les déplacements et applications d'efforts dynamiques sur les axes sont assurés par trois vérins linéaires hydrauliques (axe vertical, latéral et longitudinal) et un vérin rotatif hydraulique pour simuler le freinage.

Dans cette partie on s'intéresse à l'étude de l'asservissement en position de l'axe vertical sur une roue afin d'étudier les caractéristiques du système de suspension d'une roue.

Pour ce type d'essai le châssis du véhicule est fixé sur le sol.

Le véhicule étudié est un véhicule de tourisme :

L'ensemble ressort-amortisseur sur une roue du train avant possède les caractéristiques suivantes ramenées sur l'axe du piston du vérin hydraulique :

- Raideur $rr = 53\text{N/mm}$.
- Frottement visqueux $fv = 0,0091\text{ N.s/mm}$.
- Masse $M = 65\text{kg}$.

L'ensemble vérin hydraulique + servovalve + capteur de position du piston possède les caractéristiques suivantes :

- Effort maximal : 40 kN (8800 lbf).
- Servovalve : débit maximum 684 lpm (litre par minute) (180 gpm).
- Course du piston du vérin : 381 mm (15 inches).
- Section utile du piston du vérin : $S=17,95\text{ cm}^2$ (par hypothèse cette section est identique sur les deux faces du piston du vérin).
- Gain de la servovalve : $Kd=0,0114\text{ m}^3/\text{s/v}$.
- Le capteur de position est modélisé par un gain pur $kcap$. La course de 381 mm du piston du vérin est convertie en un signal compris entre 0v. et 10v.

Cahier des charges désirée :

- Bande Passante à -3dB désirée $> 50\text{Hz}$.
- Erreur de position en réponse à une rampe nulle.

Toutes les variables utilisées avec le formalisme de LAPLACE seront considérées aux variations.

A.1 Modélisation du vérin avec servovalve

Un schéma simplifié du système asservi du vérin de l'axe vertical est le suivant (cf figure A.1) :

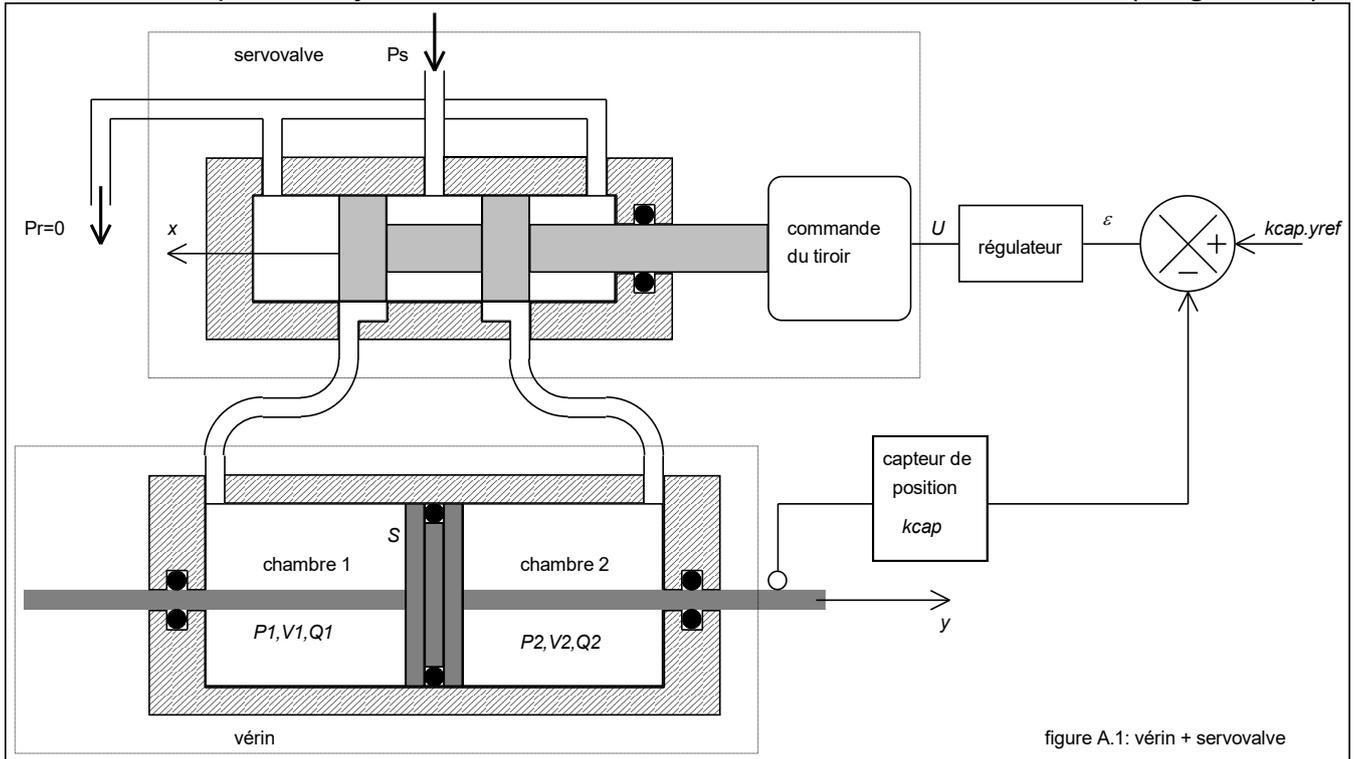


figure A.1: vérin + servovalve

Notation :

P_s : pression de service.

P_r : pression au refoulement (supposée nulle).

P_1, P_2 : pressions dans les chambres 1 et 2 du vérin.

V_1, V_2 : volumes des chambres 1 et 2 du vérin.

Q_1, Q_2 : débits des fluides alimentant les chambres 1 et 2.

S : section utile du piston du vérin ($17,95 \text{ cm}^2$).

Hypothèses simplificatrices de travail :

Le distributeur de la servovalve est parfaitement symétrique pour qu'au repos (pour une commande $U = 0$) et en l'absence de charges extérieures, les pressions dans les chambres du vérin soient quasi identiques et valent $\frac{P_s}{2}$.

Pas de pertes en charge.

Le vérin est symétrique.

Les charges seront faibles pour que les pressions dans les chambres s'éloignent peu de $\frac{P_s}{2}$.

Les déplacements seront faibles afin d'éviter l'apparition de non-linéarités, mais pas trop faibles pour limiter l'influence des seuils.

Explication qualitative du fonctionnement :

Par une commande positive U on déplace le tiroir d'une distance x positive.

La pression P_1 dans la chambre 1 va augmenter et la pression P_2 dans la chambre 2 va diminuer (mise au refoulement).

La différence de pression $P_1 - P_2$ va générer un déplacement positif y du piston du vérin vers la droite.

Le déplacement sera stoppé si on repositionne le tiroir de la servovalve en position médiane.

A.1.1 Approche simplifiée

Le débit entrant dans une chambre du vérin est égale au débit sortant de l'autre chambre.

Hypothèse supplémentaire:

Le fluide est incompressible.

A.1.1.1 – Déterminer l'équation différentielle littérale donnant le déplacement du piston $y(t)$ en fonction du débit $Q1(t)$ fourni à la chambre 1 et de la section utile du vérin S .

A.1.1.2 – Déterminer l'équation différentielle littérale donnant le déplacement du piston $y(t)$ en fonction du débit $Q2(t)$ fourni à la chambre 2 et de la section utile du vérin S .

A.1.1.3 – Déterminer la valeur numérique de la vitesse de sortie maximale du vérin.

A.1.1.4 – Déterminer sous forme littérale la fonction de transfert du vérin $Fv(p) = \frac{Y(p)}{Q(p)}$

Nota : pour simplifier l'écriture, dans la suite de la partie A.1.1, on pose $Q1 = Q$.

A.1.1.5 – Régulateur proportionnel de position

Le régulateur utilisé est proportionnel : $\frac{U(p)}{\varepsilon(p)} = Kcor$

A.1.1.5.1 – Par analyse du schéma simplifié figure A.1, tracer le schéma-bloc du système bouclé

Variable d'entrée = la référence position $kcap \times Yref(p)$.

Variable de sortie = la position $Y(p)$.

La servovalve est modélisée par un gain pur Kd .

Indiquer dans chacun des blocs les transmittances sous formes littérales.

A.1.1.5.2 – Déterminer l'erreur statique en réponse à l'échelon unitaire

A.1.1.5.3 – Déterminer sous forme littérale canonique la fonction de transfert en boucle fermée $\frac{Y(p)}{kcap \cdot Yref(p)}$

A.1.1.5.4 – Déterminer la valeur numérique de $Kcor$ afin d'obtenir une bande passante à $-3dB$ du système bouclé de 50 Hz.

Nota: on nomme bande passante à $-3dB$ la pulsation pour laquelle le gain du système bouclé est à $-3dB$ du gain statique.

A.1.2 Amélioration du modèle

En réalité le fluide n'est pas incompressible. Au débit $Q1(t)$ de la question A1.1.1 vient s'ajouter une variation de débit ΔQ . Et de la même manière pour le débit $Q2(t)$ de la question A1.1.2

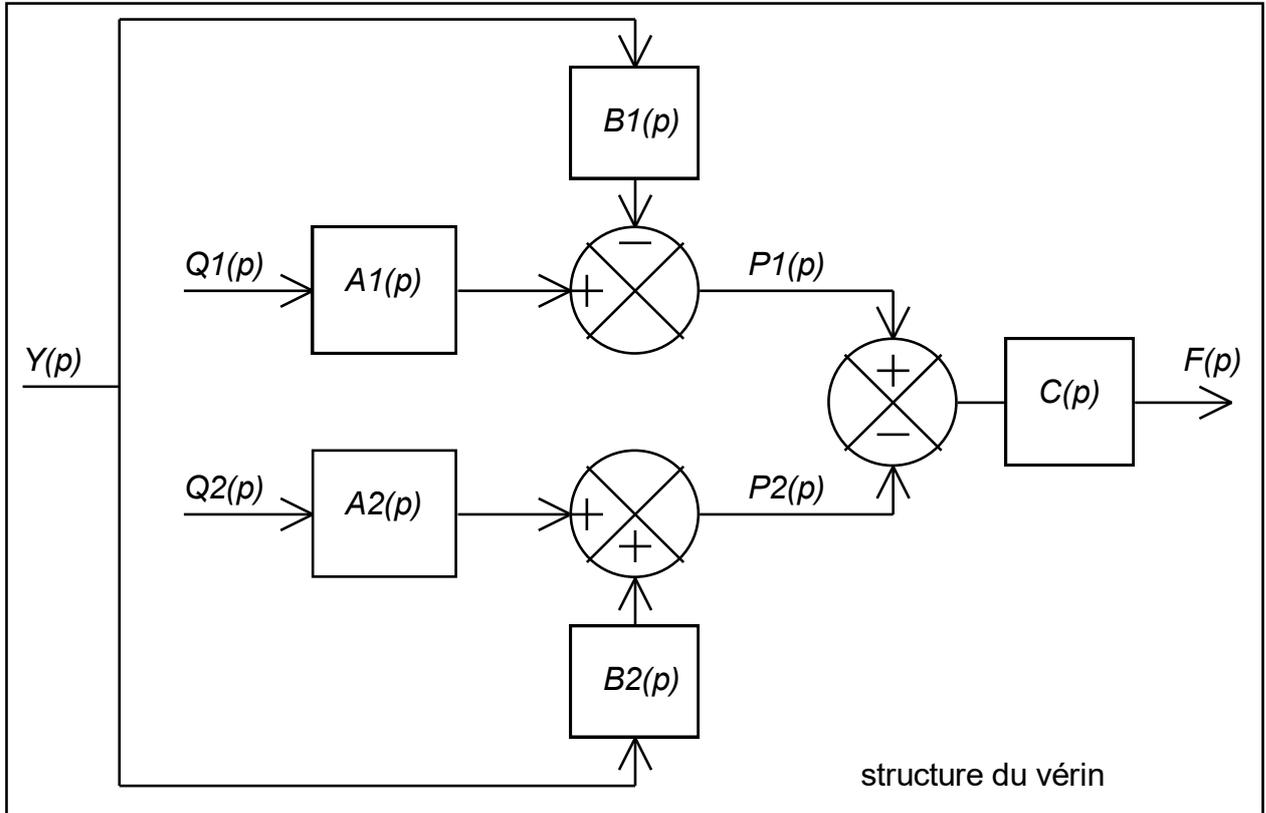
Soit B ($B = 10000$ bars) le module de compressibilité du fluide. La variation de volume du fluide ΔV en fonction de la variation de pression ΔP dans une chambre de vérin est définie par la relation : $\frac{\Delta V}{V} = -\frac{\Delta P}{B}$. On rappelle que $\Delta Q = -\frac{\Delta V}{\Delta t}$.

A.1.2.1 – Déterminer l'équation littérale des débits reliant le débit $Q1(t)$, la pression $P1(t)$ dans la chambre 1 et le déplacement du piston $y(t)$

A.1.2.2 – Déterminer l'équation littérale des débits reliant le débit $Q_2(t)$, la pression $P_2(t)$ dans la chambre 2 et le déplacement du piston $y(t)$.

A.1.2.3 – Donner l'équation de l'effort de sortie du vérin $F(t)$ en fonction des pressions dans les deux chambres $P_1(t)$ et $P_2(t)$.

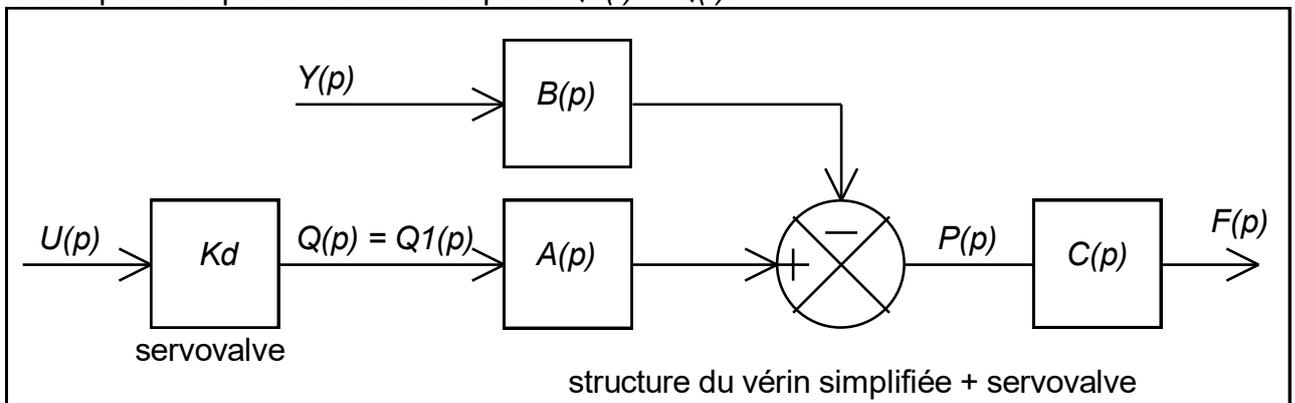
A.1.2.4 – Donner sous forme littérale le contenu des blocs de la structure suivante :



Hypothèse supplémentaire : Dans cette partie on supposera le vérin au voisinage de sa position médiane : $V_1=V_2=V$.

A.1.2.5 – Donner le contenu des blocs $A(p)$ et $B(p)$ de la structure ci-dessous faisant apparaître la différence de pression dans les deux chambres $P(t) = P_1(t) - P_2(t)$.

Le débit entrant dans une chambre du vérin est égal au débit sortant de l'autre chambre. Nota : pour simplifier l'écriture on pose $Q_1(t) = Q(t)$.



On donne pour la suite du problème $A(p) = \frac{2.B}{V.p}$ et $B(p) = \frac{2.S.B}{V}$

A.2 Modélisation de la charge + actionneur (entrée U , sortie F)

La charge est un combiné ressort-amortisseur de véhicule de tourisme.

L'ensemble ressort-amortisseur sur une roue du train avant possède les caractéristiques suivantes ramenées sur l'axe du piston du vérin hydraulique :

- Raideur $rr = 53\text{N/mm}$.
- Frottement visqueux $fv = 0,0091\text{ N.s/mm}$.
- Masse $M = 65\text{kg}$.

Un déplacement positif du piston augmente le volume de la chambre 1.

Hypothèses simplificatrices de travail :

Le piston du vérin est en position quasi centrale $V1 = V2 = V$.

Après avoir isolé l'ensemble mobile du train avant et appliqué le théorème de la résultante

dynamique, on a :
$$F(t) - rr \cdot y(t) - fv \cdot \frac{dy(t)}{dt} = M \cdot \frac{d^2y(t)}{dt^2}$$

A.2.1 En déduire l'expression littérale sous forme canonique de la transmittance de la fonction de transfert $Y(p)/F(p)$.

A.2.2 Tracer le schéma-bloc du système bouclé à partir des résultats obtenus aux questions A.1.2.5 et A.2.1,

Variable d'entrée = la référence position $kcap \times Yref(p)$.

Variable de sortie = la position $Y(p)$.

Equation de bouclage : $\varepsilon(p) = kcap \times (Yref(p) - Y(p))$.

Correction d'erreur : $U(p) = COR(p) \times \varepsilon(p)$.

Indiquer dans chacun des blocs les transmittances sous forme littérale.

A.2.3 Donner l'expression littérale sous forme canonique de la transmittance de LAPLACE d'entrée la commande de servovalve $U(p)$ et de sortie la position du piston du vérin $Y(p)$.

A.2.4 Mise en évidence de la raideur hydraulique rh dans la fonction de transfert $Y(p)/U(p)$.

Hypothèses de travail supplémentaire:

Le distributeur de la servovalve est supposé fermé.

Le fluide étant compressible, le vérin peut être considéré comme un ressort ayant une certaine

raideur $rh = -\frac{\Delta Fc(t)}{\Delta y(t)}$ avec $\Delta Fc(t)$ l'effort développé entre le corps du vérin et son piston pour un

déplacement du piston de $\Delta y(t)$.

A.2.4.1 – Par analyse du schéma bloc de la question A.1.2.5 donner la forme littérale de la raideur hydraulique rh en fonction des paramètres du système.

A.2.4.2 – Réécrire la fonction de transfert $Y(p)/U(p)$ (obtenue à la question A.2.3) sous forme canonique et littérale en fonction de la raideur hydraulique rh , la raideur de la charge rr , le frottement visqueux de la charge fv , la masse de la charge M et la section utile du piston S .

A.2.4.3 – On donne $rh = 1,88 \cdot 10^7 \text{N} \cdot \text{m}^{-1}$. Comparer avec rr . Conclure.

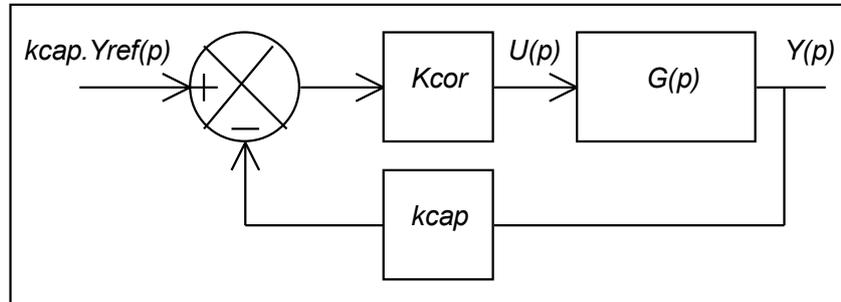
A.2.4.4 – Montrer que la forme littérale canonique simplifiée de $Y(p)/U(p)$ s'écrit :

$$\frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{\frac{Kd}{S}}{p(1 + \frac{fv}{rh}p + \frac{M}{rh}p^2)}$$

A.3 Correction

A.3.1 Correction proportionnelle.

Le schéma bloc du système bouclé est toujours le suivant :



On donne pour la suite du problème $G(p) = \frac{6.35}{p \cdot (1 + 4.8 \cdot 10^{-7}p + 3.4 \cdot 10^{-6}p^2)}$

Tracer le diagramme asymptotique de Bode de la FTBOC (Fonction de Transfert en Boucle Ouverte Corrigée) pour $Kcor = 0,0001$ en indiquant les valeurs remarquables sur le document réponse.

On définit la pulsation de coupure à 0dB, la pulsation pour laquelle le gain en dB de la FTBO s'annule.

A.3.2 Pour $Kcor = 0,0001$ déterminer, à partir du tracé de Bode, la valeur numérique de la pulsation de coupure à 0dB nommée ω_1 de la FTBOC.

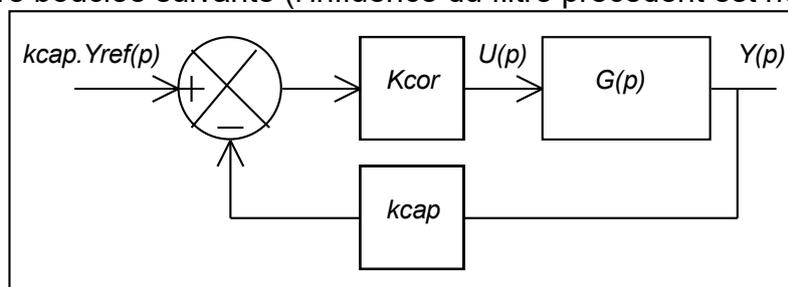
A.3.3 En déduire numériquement la marge de phase $M\varphi = 180^\circ - \text{ARG}_{\text{FTBOC}}(\omega_1)$.

On note ω_2 la pulsation pour laquelle la phase en degré vaut -180°

A.3.4 Déterminer, à partir du tracé de Bode, la valeur numérique la marge de gain = $-|FTBOC(j \cdot \omega_2)|_{dB}$.

A.4 Précision

On utilise la structure bouclée suivante (l'influence du filtre précédent est négligeable) :

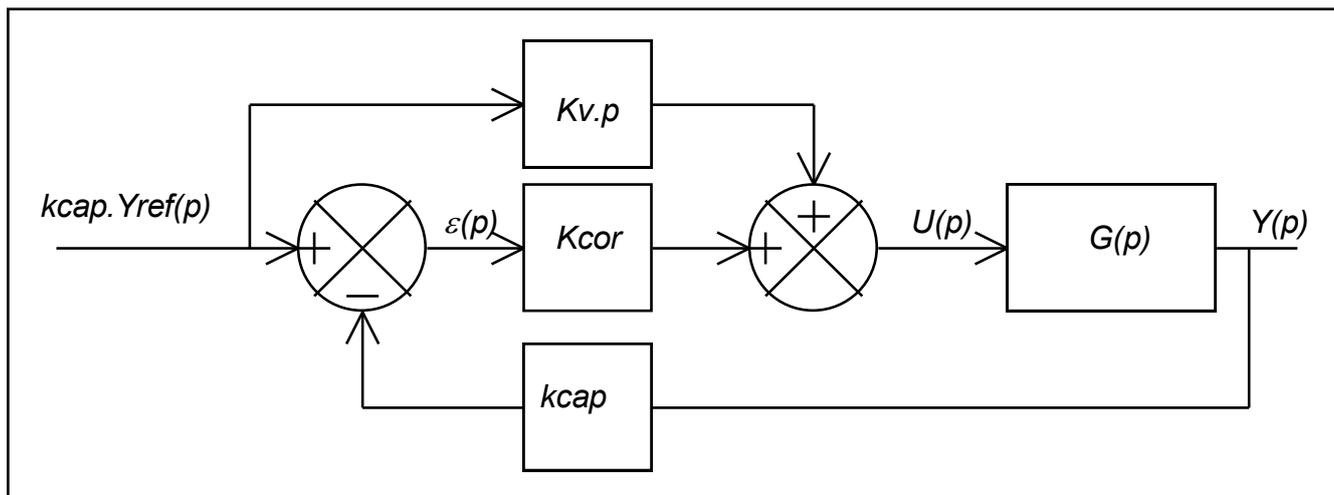


On utilisera pour $G(p)$ la transmittance sous forme canonique et littérale de la question A.2.4.4

A.4.1 Déterminer l'expression littérale de l'erreur $\varepsilon p(t)$ en régime permanent en réponse à l'échelon unitaire (erreur de position).

A.4.2 Déterminer l'expression littérale de l'erreur $\varepsilon v(t)$ en régime permanent en réponse à une rampe de pente unitaire (erreur de vitesse).

A.4.3 On désire une erreur de vitesse nulle. On modifie la structure du système bouclé comme suit :



Déterminer l'expression littérale de l'erreur $\varepsilon(t)$ en régime permanent en réponse à une rampe de pente unitaire (erreur de vitesse).

A.4.4 Déterminer littéralement la valeur à régler pour K_v pour obtenir une erreur de vitesse $\varepsilon(t)$ en régime permanent nulle.

A.4.5 Esquisser une ébauche de solution différentielle de celle précédemment présenté permettant d'obtenir une erreur statique nulle.

B - CINÉMATIQUE

L'objectif de la machine (plan général, page 18) est de simuler les conditions de roulage au niveau du train roulant d'un véhicule. Dans ce but, différents mouvements peuvent être engendrés par la machine d'essais sur la roue du véhicule testé, à l'aide des vérins V_1 , V_2 et V_3 . Le moyeu du train roulant est monté fixe dans le support de roue 1 et reste fixe en rotation par rapport au reste du train roulant. Les mouvements sont contenus dans le plan $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ (schéma cinématique, page 19) du repère fixe \mathcal{R}_0 . Chaque vérin est étudié indépendamment des autres. Ces derniers sont alors considérés comme parfaitement rigides, leur tige parfaitement immobile par rapport à leur corps.

B.1 Paramétrage (schéma cinématique page 19)

Le mécanisme étudié dans cette partie est constitué de 9 solides et de 3 vérins :

- Bâti 0 Repère $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$
- Support de roue 1 Repère $(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1)$ $(A_1 \vec{B}_1) = l \cdot \vec{x}_1$; (*Cr milieu de $A_1 B_1$*)
- Poutre support 2 Repère $(O, \vec{x}_2, \vec{y}_2)$ $(C_4 \vec{C}_3) = l_{21} \cdot \vec{y}_2$ et $(C_4 \vec{B}_1) = l_{22} \cdot \vec{y}_2$
- Poutre support 2' Repère $(O, \vec{x}_2, \vec{y}_2)$
- Traverse 3 Repère $(O, \vec{x}_3, \vec{y}_3)$ $(B_3 \vec{C}_3) = l \cdot \vec{x}_3$; (*A3 milieu de $B_3 C_3$*)
- Bielle support 4 Repère $(O, \vec{x}_4, \vec{y}_4)$ $(B_4 \vec{C}_4) = l \cdot \vec{x}_4$ et $(A_7 \vec{A}_4) = l_4 \cdot \vec{y}_4$
- Bielle 5 Repère $(O, \vec{x}_5, \vec{y}_5)$ $(B_0 \vec{A}_5) = l_4 \cdot \vec{y}_5$; $\|B_0 \vec{B}_5\| = l_5$; $(B_0 \vec{B}_5, B_0 \vec{A}_5) = \alpha$
- Barre 6 Repère $(O, \vec{x}_6, \vec{y}_6)$ $(A_4 \vec{A}_5) = l_6 \cdot \vec{x}_6$
- Bielle 7 Repère $(O, \vec{x}_7, \vec{y}_7)$ $(A_7 \vec{B}_0) = l_6 \cdot \vec{x}_7$ et $(B_0 \vec{B}_7) = l_7 \cdot \vec{y}_7$; (*A7 milieu de $B_4 C_4$*)
- Bielle 8 Repère $(O, \vec{x}_8, \vec{y}_8)$ $(C_0 \vec{A}_8) = l_{21} \cdot \vec{y}_8$; $(B_8 \vec{C}_0) = a_8 \cdot \vec{x}_8 - b_8 \cdot \vec{y}_8$; $(C_0 \vec{A}_8, C_0 \vec{B}_8) = \beta$
- Barre 9 Repère $(O, \vec{x}_9, \vec{y}_9)$ $(A_3 \vec{A}_8) = l_9 \cdot \vec{x}_9$ **Il n'y a pas de contact de 9 au point C_3**

La position de la tige dans le vérin est définie de la façon suivante :

Vérin V_1 : glissière d'axe $(D_0 \vec{B}_8)$	$(D_0 \vec{B}_8) = \lambda_1 \cdot \vec{x}_{V1}$
Vérin V_2 : glissière d'axe $(E_0 \vec{B}_5)$	$(E_0 \vec{B}_5) = \lambda_2 \cdot \vec{x}_{V2}$
Vérin V_3 : glissière d'axe $(A_0 \vec{B}_7)$	$(A_0 \vec{B}_7) = \lambda_3 \cdot \vec{x}_{V3}$

Liaison Pivots d'axe \vec{z}_0	Centre	Orientation absolue
Entre V_3 et \mathcal{R}_0	A_0	$\theta_{V3} = (\vec{x}_0, \vec{x}_{V3})$
Entre <u>5</u> et \mathcal{R}_0	B_0	$\theta_5 = (\vec{x}_0, \vec{x}_5)$
Entre <u>7</u> et \mathcal{R}_0	C_0	$\theta_7 = (\vec{x}_0, \vec{x}_7)$
Entre <u>8</u> et \mathcal{R}_0	D_0	$\theta_8 = (\vec{x}_0, \vec{x}_8)$
Entre V_1 et \mathcal{R}_0	E_0	$\theta_{V1} = (\vec{x}_0, \vec{x}_{V1})$
Entre V_2 et \mathcal{R}_0	A_7	$\theta_{V2} = (\vec{x}_0, \vec{x}_{V2})$
Entre V_3 et \mathcal{R}_0	A_0	$\theta_{V3} = (\vec{x}_0, \vec{x}_{V3})$
Entre <u>4</u> et <u>7</u>	B_4	$\theta_4 = (\vec{x}_0, \vec{x}_4)$
Entre <u>2</u> et <u>4</u>	C_4	$\theta_2 = (\vec{x}_0, \vec{x}_2)$
Entre <u>3</u> et <u>8</u>	A_8	$\theta_3 = (\vec{x}_0, \vec{x}_3)$
Entre <u>1</u> et <u>2</u>	B_1	$\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$

B.2 Étude préliminaire

Le but de l'étude est de déterminer les caractéristiques d'un système simple pour pouvoir les appliquer dans l'étude du simulateur de route. Le système simple est un quadrilatère plan formé par 4 barres homogènes en liaison pivot entre elles (figure b1.1). On supposera qu'un des nœuds du quadrilatère (A) est fixe dans le repère fixe \mathfrak{R}_0 . Une barre indiquée i est définie par sa longueur l_i et sa direction \vec{x}_i . On définit θ_i comme l'angle orienté entre \vec{x}_0 et \vec{x}_i .

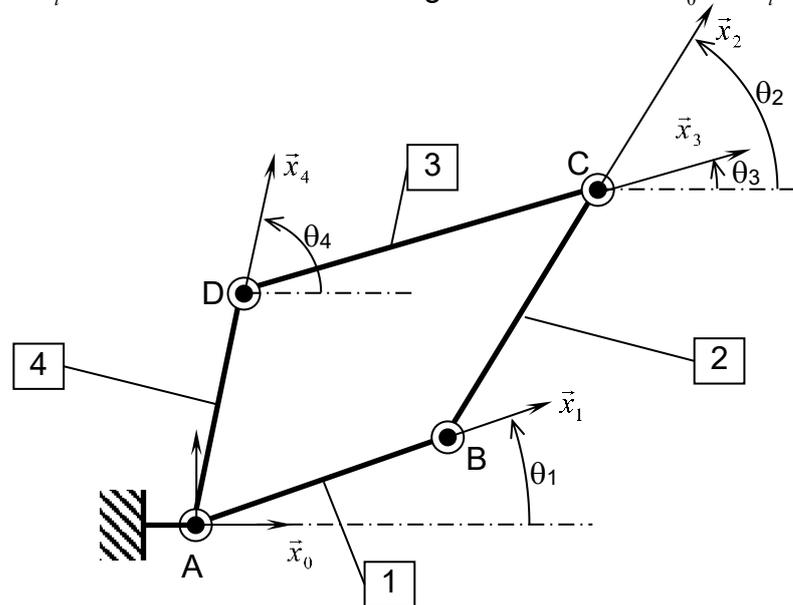


Figure b1.1 : Quadrilatère à 4 barres

B.2.1 Sans résoudre le problème mécanique, montrer par un calcul simple que la mobilité du mécanisme est égale à 2.

On propose alors de paramétrer ce système à l'aide des positions angulaires absolues de la barre 1 (θ_1) et de la barre 2 (θ_2).

B.2.2 Écrire, sans les développer, les deux équations reliant les positions angulaires absolues de la barre 3 (θ_3) et de la barre 4 (θ_4) en fonction de θ_1 et de θ_2 et des longueurs des barres.

B.2.3 En déduire les deux conditions pour que les relations suivantes soient respectées ensembles : $\theta_3 = \theta_1$ et $\theta_4 = \theta_2$, quelles que soient θ_1 ou θ_2 .

B.2.4 En se plaçant dans les conditions précédentes et avec θ_1 constant, quel est le mouvement de la barre 3 lorsque θ_2 varie ?

Dans la suite du problème, on utilisera les propriétés de ce système appelé aussi parallélogramme de WATT.

B.3 Étude cinématique liée au mouvement du vérin V_1 seul

Dans cette partie de l'étude, on s'intéressera au mouvement engendré par le vérin V_1 seulement. On cherche à connaître la nature du mouvement de la roue du véhicule et la relation entre la vitesse de la tige du vérin V_1 , $\vec{V}_{B_8 \in \text{corps} / \text{piston}}$, et la vitesse du centre de la roue C_r , $\vec{V}_{C_r \in r / \mathfrak{R}_0}$.

B.3.1 Dans le mécanisme représenté dans le document réponse, existe-t-il un (ou plusieurs) parallélogramme(s) de Watt, lié(s) au mouvement du vérin V_1 ? Si oui, décrire les deux principaux par la donnée de leurs sommets. On mettra en évidence ces parallélogrammes en les surlignant en couleur sur le document réponse.

B.3.2 Indiquer la nature du mouvement que le vérin V_1 permet d'appliquer à la roue autour de la position représentée sur le schéma cinématique.

B.4 Étude cinématique liée au mouvement du vérin V_2 seul

Dans cette partie de l'étude, on s'intéressera au mouvement engendré par le vérin V_2 seulement. On cherche à connaître la nature du mouvement de la roue et la relation entre la vitesse de la tige du vérin V_2 , $\vec{V}_{B_5 \in V_2 / \mathcal{R}_0}$, et la vitesse du centre de la roue C_r , $\vec{V}_{C_r \in 1 / \mathcal{R}_0}$.

B.4.1 Compléter le schéma cinématique sur le document réponse. On précisera notamment les ensembles de pièces rigides en les surlignant chacun d'une même couleur.

B.4.2 Existe-t-il un (ou des) parallélogramme(s) de Watt lié(s) au mouvement du vérin V_2 seul ? Si oui, décrire les deux principaux par la donnée de leurs sommets.

B.4.3 Quelle est la nature du mouvement imposé à la roue par le vérin V_2 ?

B.4.4 En déduire le type de comportement simulé par ce genre de mouvement sur le train roulant du véhicule.

On se place dans la situation du schéma cinématique, soit $\vec{x}_6 = \vec{x}_4 = \vec{x}_0$.

B.4.5 A partir des questions précédentes, déterminer la valeur de la norme de la vitesse $\vec{V}_{C_r \in 1 / \mathcal{R}_0}$ du centre de la roue C_r , appartenant au support de roue 1 par rapport au bâti 0.

B.4.6 Calculer l'expression de la norme de la vitesse $\vec{V}_{B_1 \in 1 / \mathcal{R}_0}$ du point B_1 , appartenant au support de roue 1 par rapport au bâti 0, en fonction de la norme de la vitesse $\vec{V}_{B_5 \in V_2 / \mathcal{R}_0}$ et de la géométrie (On se placera dans l'hypothèse où \vec{x}_{V_2} est perpendiculaire à $B_0 \vec{B}_5$).

B.4.7 Faire l'application numérique et en déduire la valeur de la norme de la vitesse de rotation, $\Omega(1/\mathcal{R}_0)$, appliquée au support de roue 1 par rapport au repère \mathcal{R}_0 .

On donne la norme de la vitesse de sortie de la tige du vérin V_2 par rapport au bâti 0, au point B_5 : $\|\vec{V}_{B_5 \in V_2 / \mathcal{R}_0}\| = 4,25 \text{ m.s}^{-1}$, les longueurs $l = 459 \text{ mm}$, $l_{21} = 578 \text{ mm}$, $l_{22} = 1010 \text{ mm}$, $l_4 = 204 \text{ mm}$, $l_5 = 289 \text{ mm}$ et les angles $\alpha = 23,6^\circ$ et $\theta_{V_2} = 156,4^\circ$.

C - STATIQUE

Le but de l'étude est de déterminer l'état de sollicitation de la bielle 8 et de vérifier la résistance de la barre 6. Les calculs sont faits dans le plan $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$. Comme dans la partie B, chaque vérin est étudié seul. Les autres sont alors considérés comme parfaitement rigides, la tige, parfaitement immobile par rapport au corps du vérin.

C.1 Données de l'étude

Une première conception propose de réaliser la bielle 8 par moulage au sable en fonte à graphite sphéroïdal et la barre 6 à partir d'une barre en acier S185. Les propriétés mécaniques des matériaux sont regroupées dans le tableau ci-dessous :

Matériau	Module d'élasticité (MPa)	Limite d'élasticité (MPa)
Fonte à graphite sphéroïdal	179 000	450
Acier S185	210 000	185

Les contraintes sont supposées rester inférieures à la limite d'élasticité du matériau.

Un premier calcul a permis de définir certaines dimensions pour les vérins :

Vérin	Diamètre intérieur du corps D_{int} (mm)	Diamètre de la tige d_t (mm)
Vérin V_1	64	28
Vérin V_2	32	24

C.2 Étude statique liée au mouvement du vérin V_1 seul

On se place dans la configuration du schéma cinématique, soit $\vec{x}_4 = \vec{x}_6 = \vec{x}_8 = \vec{x}_9 = \vec{x}_0$.

C.2.1 Déterminer les expressions littérales de la force maximale en poussée, $F^{(+)}_{(V_1 \rightarrow 8)}$, et de la force maximale en traction, $F^{(-)}_{(V_1 \rightarrow 8)}$, du vérin V_1 sur la bielle 8 en fonction de la pression. Connaissant la pression maximale d'alimentation hydraulique, égale à 150bar (1bar = 10^5 Pa), et les dimensions retenues pour le matériel hydraulique, faire les applications numériques.

C.2.2 Justifier la forme du torseur d'effort appliqué par le vérin V_1 en poussée sur la bielle 8,

$$\text{donné par : } T_{V_1 \rightarrow 8} : \begin{cases} \vec{F}_{B_8}(V_1/8) = F_{(V_1 \rightarrow 8)}^{(+)} \cdot \vec{x}_{V_1} \\ \vec{0} \end{cases}$$

C.2.3 De même, justifier la forme du torseur d'effort appliqué par la barre 9 sur la bielle 8,

$$\text{donné par : } T_{9 \rightarrow 8} : \begin{cases} \vec{F}_{A_8}(9/8) = F_{A_8} \cdot \vec{x}_0 \\ \vec{0} \end{cases}$$

C.2.4 Écrire l'équilibre statique de la bielle 8 (vérin en poussée) et déterminer tous les efforts inconnus s'appliquant sur ce solide. On écrira tous les efforts inconnus en projection dans le plan $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$.

On rappelle que $\vec{x}_0 \wedge \vec{x}_i = \sin(\theta_i) \cdot \vec{z}_0$ et que $\vec{y}_0 \wedge \vec{x}_i = -\cos(\theta_i) \cdot \vec{z}_0$.

C.2.5 Faire les applications numériques.

On donne : $\theta_{V_1} = 21,7^\circ$, $a_8 = 80\text{mm}$, $b_8 = 423,5\text{mm}$, $\beta = 10,7^\circ$ et $l_{21} = 578\text{mm}$.

C.3 Résistance Des Matériaux

Dans la partie précédente, on a déterminé toutes les actions extérieures sur la bielle \underline{g} . Dans le but de vérifier sa résistance statique, on se propose de la modéliser sous la forme d'une poutre. On va donc se placer dans les conditions de la Résistance Des Matériaux puis on étudiera l'état de sollicitation de la poutre modélisée.

Le modèle retenu pour la pièce \underline{g} est celui d'une poutre rectiligne allant de C_0 à A_8 . Pour tenir compte de l'excentration du point B_8 , on place la projection de ce point sur le segment $[C_0A_8]$ qu'on appelle B'_8 (annexe C1).

C.3.1 Sachant que $B_8\vec{B}'_8 = a_8 \cdot \vec{x}_0$, déplacer le torseur d'effort appliqué par le vérin V_1 sur la bielle \underline{g} du point B_8 à B'_8 .

À partir des efforts tracés sur le document réponse :

C.3.2 Tracer le diagramme de l'effort normal.

C.3.3 Tracer le diagramme de l'effort tranchant.

C.3.4 Tracer le diagramme du moment fléchissant.

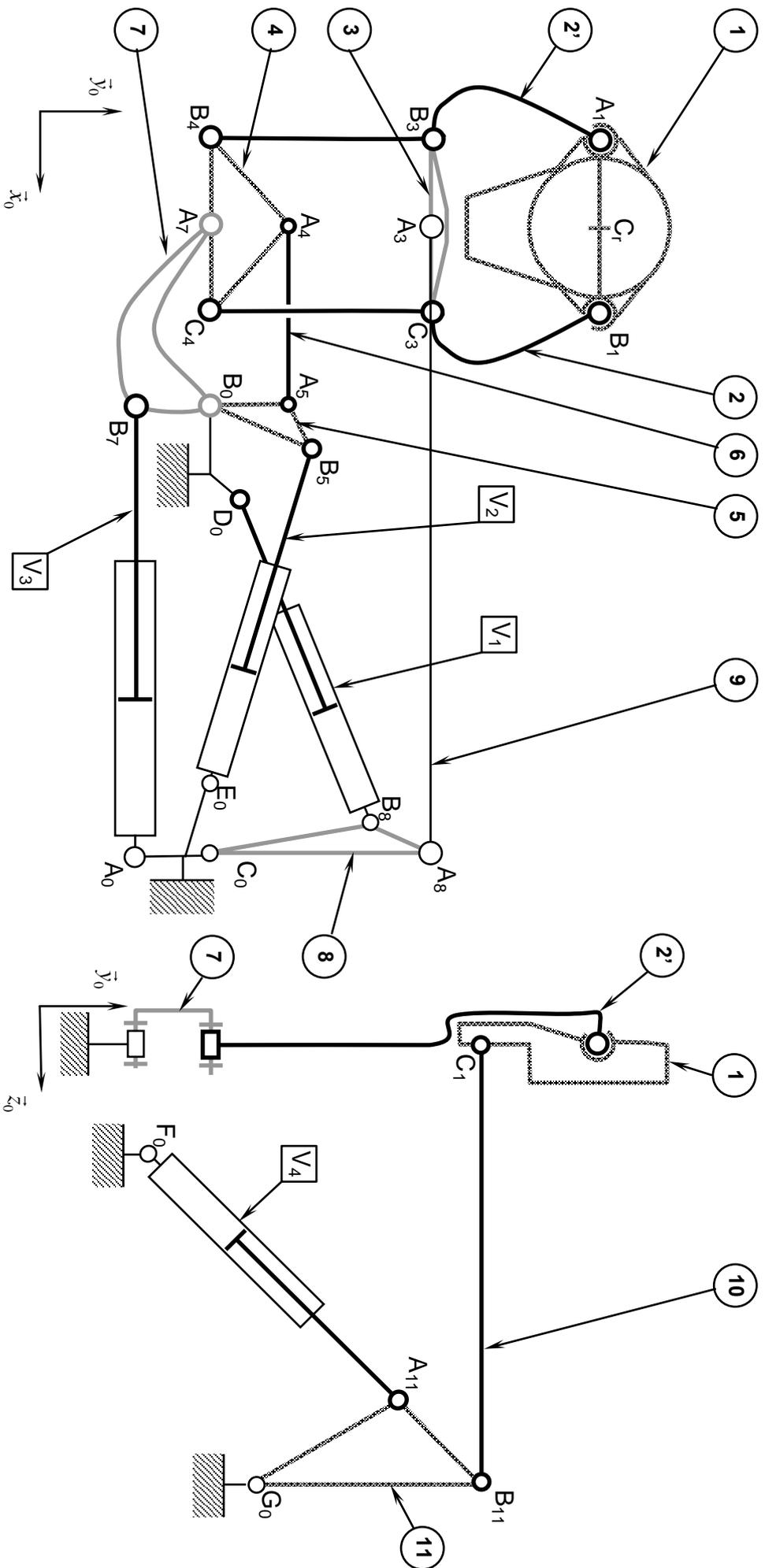


Schéma cinématique
du simulateur de route à 4 degrés de liberté