# Exercice 2 RLC libre

**1** • à $t=0^+$ : continuité de $i$ (bobine) $\rightarrow \boxed{i(t=0^+)=0}$

$u_C$ (condensateur) $\rightarrow \boxed{u_C(t=0^+)=U_0}$

loi des mailles $u_L + u_R + u_C = 0$

$u_L(t=0^+) = -u_C(t=0^+)$ à $t=0^+$ $u_R = Ri = 0$

d'où $\boxed{u_L(t=0^+) = -U_0}$

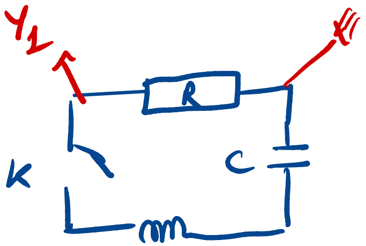
• à $t \rightarrow +\infty$ : bobine $\Leftrightarrow$ ——— $\Rightarrow i_\infty = 0$

condensateur $\Leftrightarrow$ —/— $\Rightarrow u_{C,\infty} = 0$

loi des mailles : $u_{L,\infty} = -u_{C,\infty} = 0$

Rq toute l'E a été dissipée sous effet Joule.

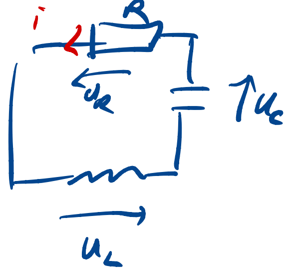
**2** • $y$ correspond à $i$, car $\begin{cases} i(0^+)=0 \\ i_\infty = 0 \end{cases}$

• 


pas de GBF $\Rightarrow$ pas de pb de masse !

l'oscilloscope affiche $u_R = Ri$, pour avoir $i$, il faut diviser par R !

**3.** Loi des mailles




$$u_R + u_L + u_C = 0$$

$$Ri + L\frac{di}{dt} + u_C = 0$$

or $i = C\dfrac{du_C}{dt}$ $\qquad \dfrac{d}{dt}$

$$R\frac{di}{dt} + L\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{i}{C} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d^2i}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{di}{dt} + \frac{1}{LC}i = 0$$

$$\boxed{\frac{d^2i}{dt^2} + 2m\omega_0\frac{di}{dt} + \omega_0^2 i = 0} \quad *$$

**4.** $r^2 + 2m\omega_0 r + \omega_0^2 = 0$ (E.C.)

$\Delta = 4m^2\omega_0^2 - 4\omega_0^2 = 4\omega_0^2(m^2-1)$

si $m \in [0;1[$ $\quad \Delta < 0$

les solutions de E.C. sont $r_\pm = \dfrac{-2m\omega_0}{2} \pm i\dfrac{\sqrt{-\Delta}}{2}$

$$r_\pm = -m\omega_0 \pm i\omega_0\sqrt{1-m^2} = -m\omega_0 \pm i\Omega$$

Donc $\boxed{i(t) = \left[A\cos(\Omega t) + B\sin(\Omega t)\right]\exp(-m\omega_0 t)}$

Rappel

$\Delta < 0 \iff$ pseudo périodique (périodique amorti) $m < 1$, $Q > \frac{1}{2}$

$\Delta = 0 \iff$ critique $m = 1$ $Q = \frac{1}{2}$

$\Delta > 0 \iff$ apériodique $m > 1$ $Q < \frac{1}{2}$

↑ privatif de période

solutions si

$\Delta > 0$ $i(t) = A\exp(r_+ t) + B\exp(r_- t)$

$\Delta = 0$ $i(t) = (A + Bt)\exp-(\omega_0 t)$

## Déterminations de A et B.

à $t = 0^+$

$$\begin{cases} i(0^+) = 0 & \Rightarrow A = 0 \\ \dfrac{di}{dt} = \dfrac{u_L}{L} \xrightarrow[t\to 0^+]{} \dfrac{-U_0}{L} & \Rightarrow B\omega_0 = -\dfrac{U_0}{L} \end{cases}$$

au final $\boxed{i(t) = \dfrac{-U_0}{\omega_0 L}\sin(\Omega t)\exp(-m\omega_0 t)}$

Rq on aurait pu introduire $I_0 = \dfrac{U_0}{\omega_0 L}$

À quoi correspond $\Omega$ ?

$\Omega$ est la pseudo-période.

Comment l'évaluer ?

$T' = t_2 - t_1 \Rightarrow \Omega = \dfrac{2\pi}{T'} = \dfrac{2\pi}{t_2 - t_1}$

$\boxed{5}$

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{y(t_1 + T')}{y(t_1)} = \frac{\cancel{+I_0 \sin(\Omega(t_1+T'))}\exp(-m\omega_0(t_1+T'))}{\cancel{+I_0\sin(\Omega t_1)}\exp -m\omega_0 t_1}$$

$$= \exp -m\omega_0 T'$$

d'où $y_1/y_2 = \exp + \dfrac{2\pi m\omega_0}{\Omega}$

d'où $\boxed{m = \dfrac{\Omega}{2\pi\omega_0}\ln\left(\dfrac{y_1}{y_2}\right)}$

Rq il est p-e possible de simplifier encore en supposant $m \ll 1$ d'où $\Omega \sim \omega_0$ et

$\boxed{m = \dfrac{1}{2\pi}\ln(y_1/y_2)}$