Exercice 1 Filtre de Wien.

Présentation Nous étudions ici un filtre connu, le filtre de Wien qui est un passe-bande.

Placé dans un circuit avec un amplificateur et une rétroaction, on peut former un générateur quasi-sinusoïdal.

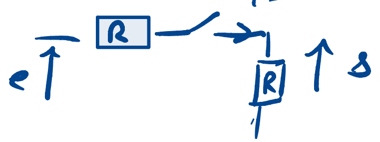
$\boxed{1}$

à BF —||— ⟺ ——

à HF —||— ⟺ —/ —

Donc à BF $s = 0$

à HF, $i = 0$



$s = Ri = 0$

Il s'agit d'un filtre passe-bande (ou un déphaseur ...).

Rappel Comment se rappeler que —||— ⟺ ——— à HF ?

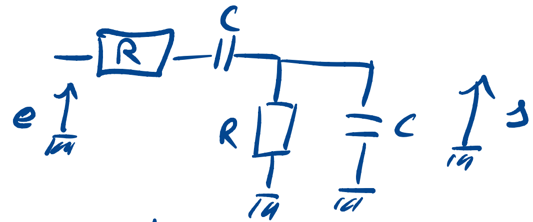
$$\underline{Z}_c = \frac{\underline{u}}{\underline{i}} = \frac{1}{j\omega c} \xrightarrow[\omega \to +\infty]{} 0$$

loi d'Ohm généralisée — loi de comportement du c

d'où $\left|\frac{\underline{u}}{\underline{i}}\right| \xrightarrow[\omega\to+\infty]{} 0 \Rightarrow \begin{cases} |\underline{u}| \xrightarrow[\omega\to+\infty]{} 0 \\ \text{car } i \not\to +\infty \text{ pas physique.} \end{cases}$

Or la tension aux bornes d'un fil est nul. CQFD.

$\boxed{2}$



$$\underline{H} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}} \underset{\text{PDT}}{=} \frac{\frac{1}{\cancel{\frac{1}{R} + j\omega c}\ R}}{\left(R + \frac{1}{j\omega c}\right)_{\times R} + \frac{1}{\cancel{\frac{1}{R} + j\omega c}}} = \frac{1}{1 + \left(R + \frac{1}{j\omega c}\right)\left(\frac{1}{R} + j\omega c\right)}$$

$$= \frac{1}{3 + j\omega Rc + \frac{1}{j\omega Rc}} = \frac{1/3}{1 + \frac{j}{3}\left(x - \frac{1}{x}\right)}$$

$H_0 = \frac{1}{3}$ et $Q = \frac{1}{3}$

Rq ① en étant méthodique, il est possible d'être rapide et efficace.

Rq ② ce n'est pas la forme canonique

$$\underline{H} = \frac{j\omega Rc}{1 + 3j\omega Rc + (j\omega)^2(Rc)^2} = \frac{\frac{H_0}{Q}\left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)}{1 + \frac{j\omega}{\omega_0 Q} + \left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

on retrouve la même valeur pour ω_0 et Q

↳ ouf !

$\boxed{3}$ Voir Q2.

$\boxed{4}$ $G = |\underline{H}|$ $G = \frac{1/3}{\left\{1 + \frac{1}{9}\left(x - \frac{1}{x}\right)^2\right\}^{1/2}}$

G est maximal si le dénominateur est minimal, c'est à dire en $x = 1$,

d'où $G_{max} = \frac{1}{3}$

$$G_{dB,max} = 20 \log(G_{max}) = -20 \log(3)$$
$$= -9{,}5 \text{ dB}.$$

en $x = 1$ $\quad \underline{H} \underset{x=1}{\sim} \frac{1}{3}$

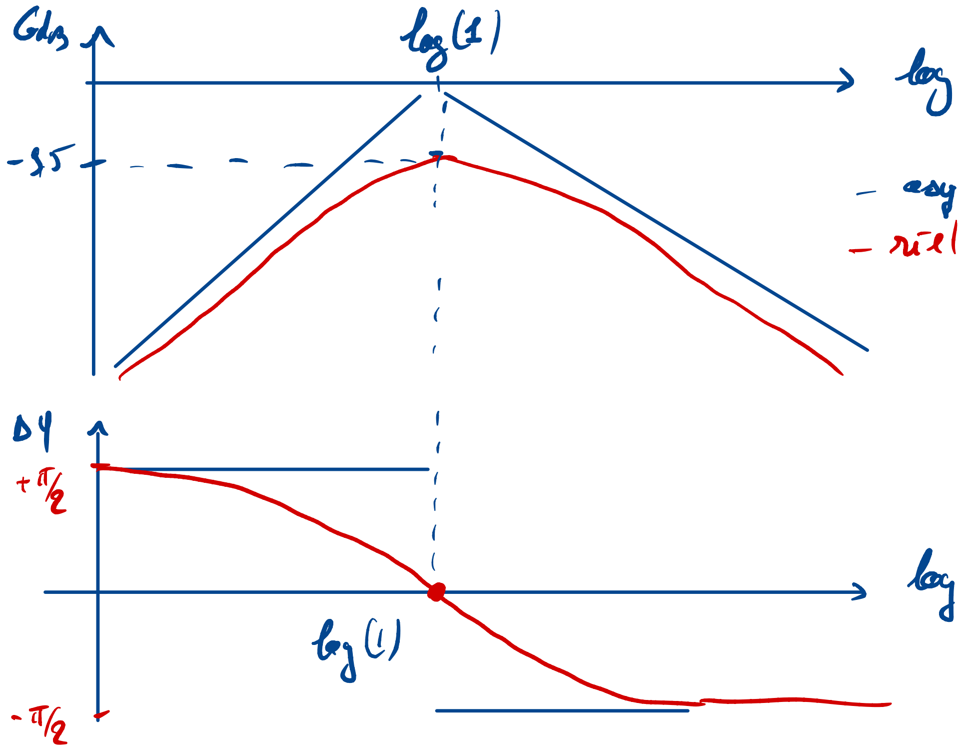
d'où $\arg(\underline{H})_{x=1} = 0$, il n'y a pas de déphasage entre l'entrée et la sortie.

$\boxed{5}$ Rappel : diagramme de Bode $\Rightarrow$ $\underline{\underline{2}}$ graphes $\{G_{dB} + \Delta\varphi\}$

$$\underset{\substack{x \ll 1 \\ (BF)}}{\underline{H} \sim} \frac{\cancel{1/3}}{-\cancel{\frac{1}{3}}\, j/x} = +jx$$

$\Rightarrow$ G_{dB} : pente à $+20$ dB/dec
$\quad\;\; \Delta\varphi$: $+\pi/2$

$\underset{\substack{x \gg 1 \\ (HF)}}{\underline{H} \sim} -jx$ $\Rightarrow$ G_{dB} : pente à -20 dB/dec
$\quad\;\; \Delta\varphi$: $-\pi/2$.



$\boxed{6}$ • $\omega_0 = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\cancel{10^3}\times\cancel{500}\times\cancel{10^{-9}}}$ $10^{\cancel{6}\,4}$ $= 2000$ rad·s^{-1}

• $\omega = \frac{\omega_0}{10}$

$$e = \underbrace{E_0}_{e_1} + \underbrace{E_0 \cos(\omega t)}_{e_2} + \underbrace{E_0 \cos(10\omega t)}_{e_3} + \underbrace{E_0 \cos(100\omega t)}_{e_4}$$

$$s = s_1 + s_2 + s_3 + s_4 \quad \text{avec}$$

$$s_i = |H(\omega_i)\, e_i| \cos(\omega_i t + \arg(H(\omega_i)))$$

• $H(0) = 0 \quad \Rightarrow \quad s_1 = 0$

• $|H(\omega)| = \left|H\left(\frac{\omega_0}{10}\right)\right| = \left|\frac{1/3}{1 + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{10} - 10\right)^2}\right| = 0{,}1$

$$\arg\left(H\left(\frac{\omega_0}{10}\right)\right) = -\arg\left(1 + j\frac{1}{3}\left(\frac{1}{10} - 10\right)\right)$$

$$= -\arctan(-3,3) = 1,27 \text{ rad}$$

pour aller plus vite dans la suite on peut utiliser le diagramme de Bode.

- $\arg(H(\omega_0)) = 0$ (non déphasé
- gain : $|H(\omega_0)| = 10^{-9,5/20} \simeq \frac{1}{3}$

$\Big\}$ e_3

pour e_4 : $\arg(H(100\omega)) \simeq \pi/2$

$$|\underline{H}(100\,\omega)| = |\underline{H}(10\omega_0)| = 10^{\frac{-20}{20}} \simeq 10^{-1}$$