Révision 4 : Mécanique des fluides

Présentation

Tous les exercices sont issus de sujets de concours. Ils seraient donc à présenter en environ 15 min après une 15 de minutes de préparation.

L’exercice à préparer pour la séance est désigné par le symbole ⌂ . Les autres sont des exercices d’entrainement dont les corrigés sont disponibles sur cahier de prépa.

⌂ | ⚙⚙ | **Exercice 1 : Ballon d’Hélium** *d’après oral banque PT*

Considérons un ballon fermé, de volume constant V_0, gonflé à l’hélium sous la pression $2P_0$, P_0 étant la pression atmosphérique au niveau du sol. Le ballon baigne dans l’atmosphère, supposée isotherme à la température $T_0 = 293\,\text{K}$. On néglige la masse de l’enveloppe du ballon. L’hélium et l’air sont assimilés à des gaz parfaits. L’axe (Oz) est vertical ascendant.

Données : $M_{He} = 4\,\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$; $M_N = 14\,\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$; $M_O = 16\,\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$.

1 Rappeler la composition de l’air et déterminer sa masse molaire.

2 Déterminer la pression $P(z)$ dans l’atmosphère et exprimer une longueur caractéristique H du phénomène en fonction des données.

3 Montrer que le ballon monte jusqu’à une altitude z_{eq} à exprimer en fonction des données.

4 Montrer qualitativement que le ballon va alors osciller autour de cette position. Déterminer la période T des oscillations de faible amplitude en fonction de l’accélération de la pesanteur g et de H.

⚙⚙ | **Exercice 2 : Force sur un tube à essai** *d’après oral banque PT*

On considère un tube à essais rempli d’un liquide incompressible de masse volumique ρ. On raisonne sur un axe vertical z descendant dont l’origine se trouve comme indiqué sur le schéma de la figure 1.

1 Calculer la pression $P(z)$.

2 Donner sans calcul la direction de la résultante des forces de pression subies par le tube.

3 Faire le calcul. Commenter.

Données :

- ⇝ Aire d’une couronne sphérique élémentaire (ci-contre) : $dS = 2\pi R^2 \sin\theta\,\mathrm{d}\theta$
- ⇝ Aides au calcul : R et θ sont définis sur la figure 2.

$$\int \cos\theta \sin\theta\,\mathrm{d}\theta = -\frac{cos(2\theta)}{4} + cte$$

$$\int \cos^2\theta \sin\theta\,\mathrm{d}\theta = -\frac{cos^3\theta}{3} + cte$$

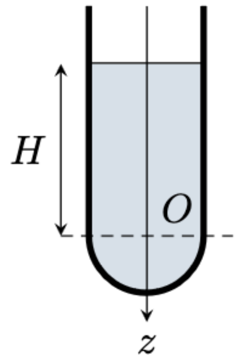

FIGURE 1 – Schéma d'un tube à essai

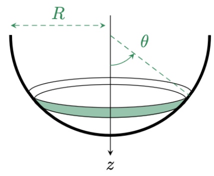

FIGURE 2 – Couronne sphérique

Exercice 3 : Écoulement de couette *d'après oral banque PT*

Un fluide est confiné entre deux plans infinis situés en $y = 0$ et $y = h$. Une plaque plane d'épaisseur e et de surface S est tractée à vitesse constante V_0 dans la direction (Ox).

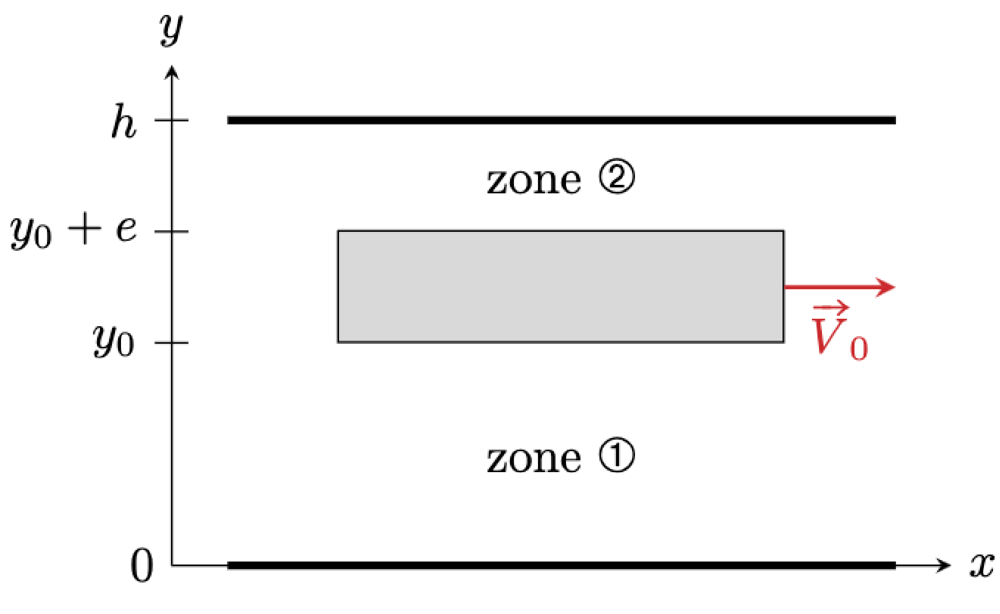

FIGURE 3 – Écoulement de Couette

Le poids et les forces de pression subies par la plaque se compensent.

On considère les zones 1 et 2 bien séparées, et on néglige les effets de bord. On suppose que le champ de vitesse dans chaque zone est de la forme :

$$v_{1/2} = (A_{1/2}y + B_{1/2})\vec{e_x}$$

1 Déterminer les quatre constantes A_1, A_2, B_1, B_2.
2 Représenter graphiquement le champ de vitesse.
3 Rappeler l'expression de la force de frottement visqueux $\overrightarrow{df}$ subie par un élément de surface dS de la plaque en contact avec le fluide, en fonction de la viscosité η du fluide et de la dérivée du champ de vitesse.
4 En déduire la force de frottement totale $\overrightarrow{f}$ subie par la plaque et la force $\overrightarrow{F_0}$ à exercer pour maintenir la vitesse constante.