

Révision 5 : électromagnétisme

Ce document est mis à disposition selon les termes de la licence Creative Commons "Attribution - Pas d'utilisation commerciale - Partage dans les mêmes conditions 4.0 International".



Présentation

Tous les exercices sont issus de sujets de concours. Ils seraient donc à présenter en environ 15 min après une 15 de minutes de préparation.

L'exercice à préparer pour la séance est désigné par le symbole $\hat{\text{H}}$. Les autres sont des exercices d'entraînement dont les corrigés sont disponibles sur cahier de prépa.

$\hat{\text{H}}$ | Exercice 1 : Plaque épaisse chargée

d'après oral banque PT

La distribution de charge de figure 1 est supposée infinie dans toutes les directions excepté selon x . Le champ est supposé nul en dehors des plaques.

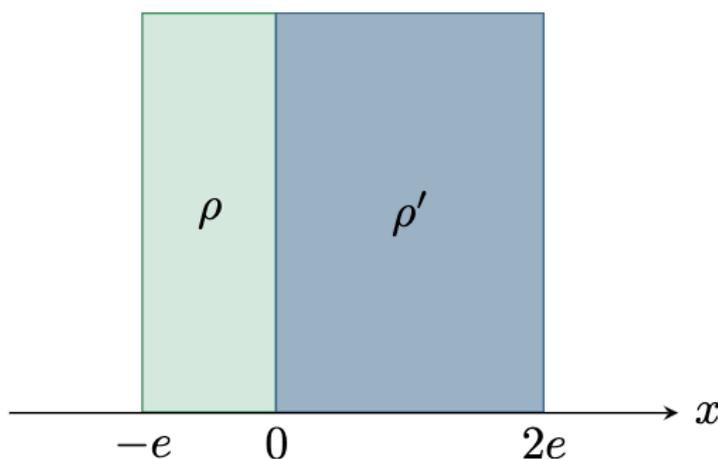


FIGURE 1 – Plaque épaisse

On rappelle qu'il est partout continu, puisque la distribution ne présente pas de charges surfaciques. On pose $V(x = 0) = 0$.

- 1 Déterminer ρ' en fonction de ρ pour assurer la neutralité électrique.
- 2 Sans utiliser le théorème de Gauss, déterminer \vec{E} au sein de la distribution. Tracer $\|\vec{E}\| = f(x)$
- 3 Déterminer V en tout point de l'espace. Tracer $V = g(x)$

$\hat{\text{H}}$ | $\hat{\text{H}}$ | Exercice 2 : Double couche électronique

d'après oral banque PT

Deux électrodes distantes de a et soumises à une tension U se trouvent dans une solution aqueuse de conductivité γ .

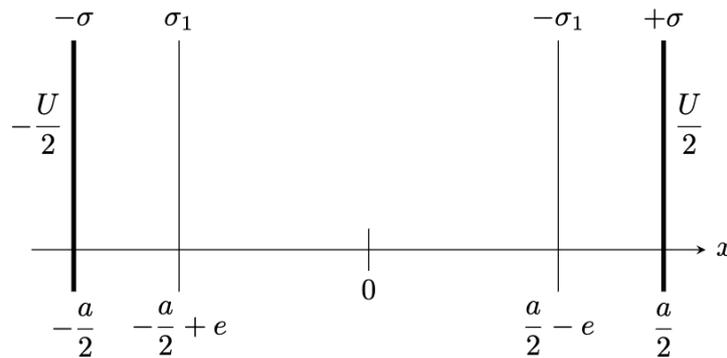


FIGURE 2 – Double couche électronique

Lorsque l'on plonge une électrode dans une solution électrolytique, une couche d'ions d'épaisseur $e \ll a$ se forme à la surface chargée de l'électrode. On suppose que les charges se situent uniquement au niveau des plans chargés $\pm\sigma$ ou $\pm\sigma_1$.

- 1 Déterminer le signe de σ_1 si $\sigma > 0$.
- 2 Déterminer le champ électrique d'un plan infini de densité de charge surfacique uniforme. En déduire l'expression du champ électrique dans la solution.
- 3 Quelle sera la relation entre σ et σ_1 au bout d'un temps suffisant ?
- 4 Établir une relation entre σ_1 , σ , U , e et a .
- 5 Déterminer l'évolution de $\sigma_1(t)$.

🌀🌀 | Exercice 3 : Fil conducteur creux

d'après oral banque PT

Un fil conducteur épais de rayon R et d'axe \vec{e}_z est parcouru par un courant de densité $\vec{j} = j\vec{e}_z$ uniforme.

- 1 Déterminer le champ \vec{B}_0 en tout point M de l'espace.
- 2 Exprimer \vec{B}_0 en fonction de \vec{e}_z et \vec{OM} .

On suppose maintenant que le fil est creux et présente une cavité cylindrique parallèle à l'axe du cylindre mais décentrée par rapport à cet axe. Dans le reste du cylindre, la densité de courant est toujours égale à j .

- 3 Calculer le champ magnétique dans la cavité.

🏠 | 🌀🌀 | Exercice 4 : Double rail de Laplace

d'après oral banque PT

On considère deux barreaux T_1 et T_2 de résistance R et de masse m posés sur un rail et plongés dans un champ magnétique uniforme \vec{B} .

- 1 Établir les équations couplées vérifiées par les vitesses v_1 et v_2 . On fera apparaître $\tau = mR/(aB)^2$.
- 2 Donner les expressions de $v_1(t)$ et de $v_2(t)$ en supposant que l'on donne au barreau T_1 une vitesse initiale v_0 .
- 3 Même question en supposant $v_1(t) = V_0 \cos(\omega t)$.
- 4 Vérifier que la conversion d'énergie est parfaite.

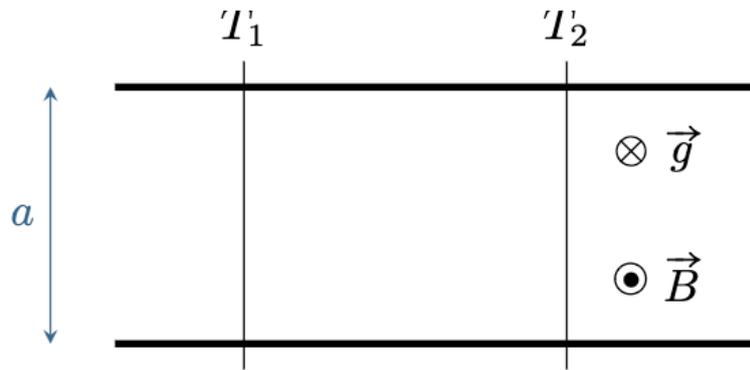


FIGURE 3 – Double rail de Laplace

🌀 | **Exercice 5 : Structure d'une OPPH**

d'après oral banque PT

- 1 Donner l'écriture complexe d'une onde plane progressive monochromatique.
- 2 Écrire les équations de Maxwell pour cette onde.
- 3 En déduire que l'onde est transverse électromagnétique.
- 4 L'onde est celle d'un laser polarisé linéairement selon (Oy) et se propageant selon $+\vec{e}_x$. Le faisceau est de diamètre 2 mm, puissance 1 mW, longueur d'onde 633 nm. Déterminer numériquement les caractéristiques du champ électrique.

Données : $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$, $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

🌀 | **Exercice 6 : Reflexion d'onde**

d'après oral banque PT

- 1 Caractériser l'onde définie par le champ $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz) \vec{e}_x$.
- 2 Cette onde occupe le demi-espace $z < 0$ et se dirige vers une plaque métallique (conducteur parfait) située en $z > 0$. Déterminer l'onde réfléchie, sachant que la composante tangentielle de \vec{E} est continue en $z = 0$.
- 3 On place un capteur de champ et on constate qu'il s'annule à plusieurs endroits lorsqu'on le déplace suivant \vec{e}_z . Montrer ce résultat et trouver la période spatiale.
- 4 L'onde est une onde téléphonique de fréquence 300 GHz qui se réfléchit sur un bâtiment. Déterminer les z pour lesquels le champ \vec{E} s'annule.
- 5 Le capteur est un cadre constitué de N spires aux bornes desquelles on mesure la tension. Quelle grandeur est alors mesurée ?

Donnée :

$$\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$$

🌀🌀🌀 | **Exercice 7 : Effet de peau**

d'après oral banque PT

Considérons un conducteur électrique semi-infini de conductivité γ et dans lequel règne un champ :

$$\vec{E} = E_0 e^{-\alpha z} e^{j(\omega t - \alpha z)} \vec{e}_x$$

- 1 S'agit-il d'une onde plane ? D'une onde progressive ? Que représente α ? Quelles sont la direction et le sens de propagation ? La polarisation ?
- 2 Calculer le champ \vec{B} associé.
- 3 Exprimer la moyenne temporelle du vecteur de Poynting.
- 4 Effectuer un bilan de puissance pour une tranche de conducteur de surface S et de longueur dz . Déterminer la puissance cédée par unité de volume dans le conducteur.
- 5 Établir une autre expression de la puissance cédée à partir de la loi d'Ohm locale.
- 6 À partir des deux expressions obtenues, déduire la distance sur laquelle pénètre l'onde avant d'être atténué

⚙️⚙️⚙️ | **Exercice 8 : Guide d'onde**

d'après oral banque PT

Soit un guide d'onde rectangulaire délimité par 4 plans conducteurs parfaits $x = 0$, $x = b$, $y = 0$ et $y = a$ entre lesquels se propage le champ électrique :

$$\vec{E} = E_0 \sin \frac{n\pi y}{a} \cos(\omega t - kz) \vec{e}_x$$

où n est un entier naturel.

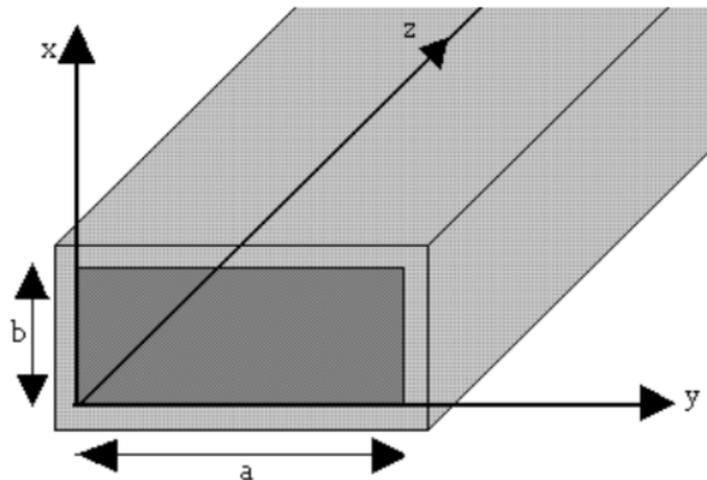


FIGURE 4 – Guide d'onde rectangulaire

- 1 Caractériser l'onde proposée.
- 2 Donner l'équation de propagation du champ électrique dans une région vide de charge et de courant.
- 3 Établir la relation en n , a , k et ω . Montrer que pour chaque mode n il existe une pulsation de coupure. Nature du filtre ?
- 4 Calculer le champ magnétique \vec{B} et la composante selon z du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$. Quelle est la puissance moyenne transportée par le guide au travers d'une section $S = ab$?
- 5 Soit $a = 3\lambda/4$ et $b = \lambda/3$. Montrer que le mode $n = 1$ peut se propager. Calculer E_0 pour une puissance moyenne de 0,6 W et une fréquence de 10 GHz

Données :

- $\rightsquigarrow \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$;
- $\rightsquigarrow c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$;
- $\rightsquigarrow \int_0^a \sin^2 \frac{n\pi y}{a} dy = a/2$