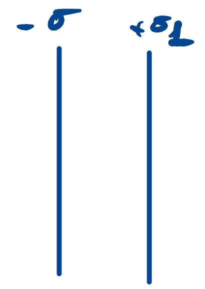
Exercice 2 : condensateur double

Présentat° Exercice d'électrostatique sous la forme d'un double condensateur.

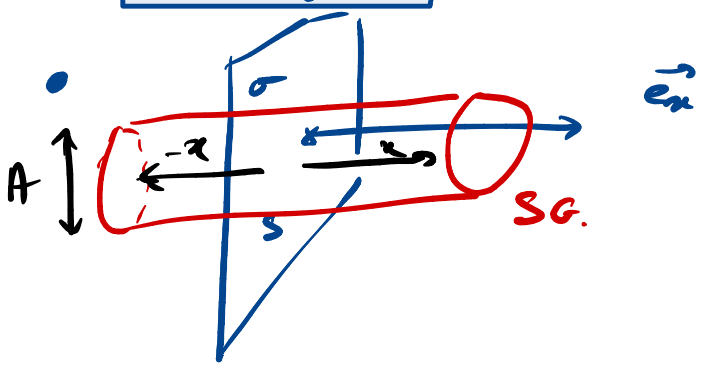
1 Les charges en regard sont de signe opposé. Or



si $\sigma > 0 \Rightarrow -\sigma < 0 \Rightarrow \sigma_1 > 0$

donc $\boxed{\sigma_1 = \text{sign}(\sigma)}$

2 •



Sym $\Rightarrow$ $\vec{E} = E_x(x,y,z)\,\vec{e_x}$

Inv $\Rightarrow$ $\vec{E} = E_x(x)\,\vec{e_x}$

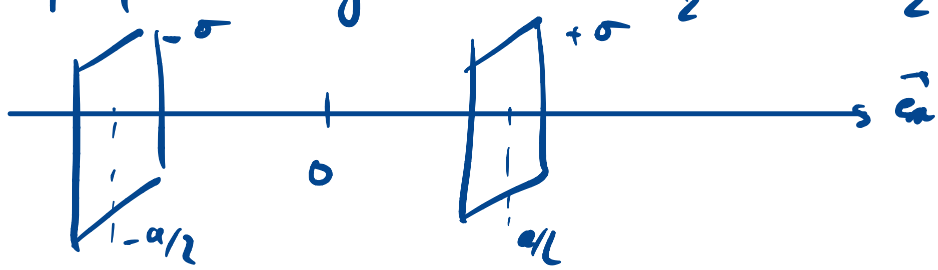
Th. G $\Rightarrow$ $\displaystyle\oint\!\!\!\oint_{SG} \vec{E}\cdot\vec{dS} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$

$$E_x(+x)\,A - E_x(-x)\,A = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$$

or par symétrie $E_x(-x) = -E_x(x)$

d'où $\boxed{\vec{E} = \text{sign}(x)\,\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,\vec{e_x}}$

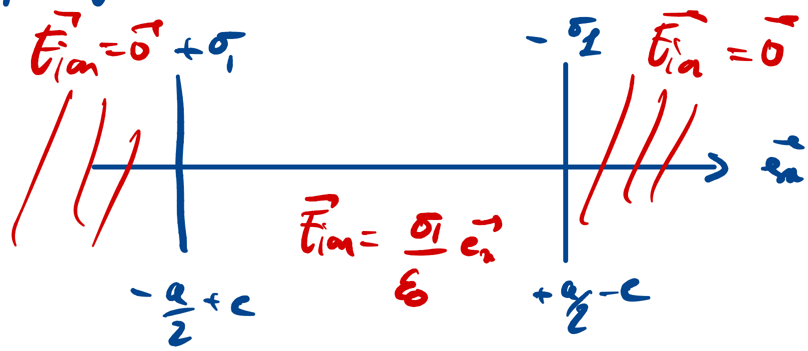
• Ici il y a 2 plaques chargées en $x = -\frac{a}{2}$ et $x = +\frac{a}{2}$



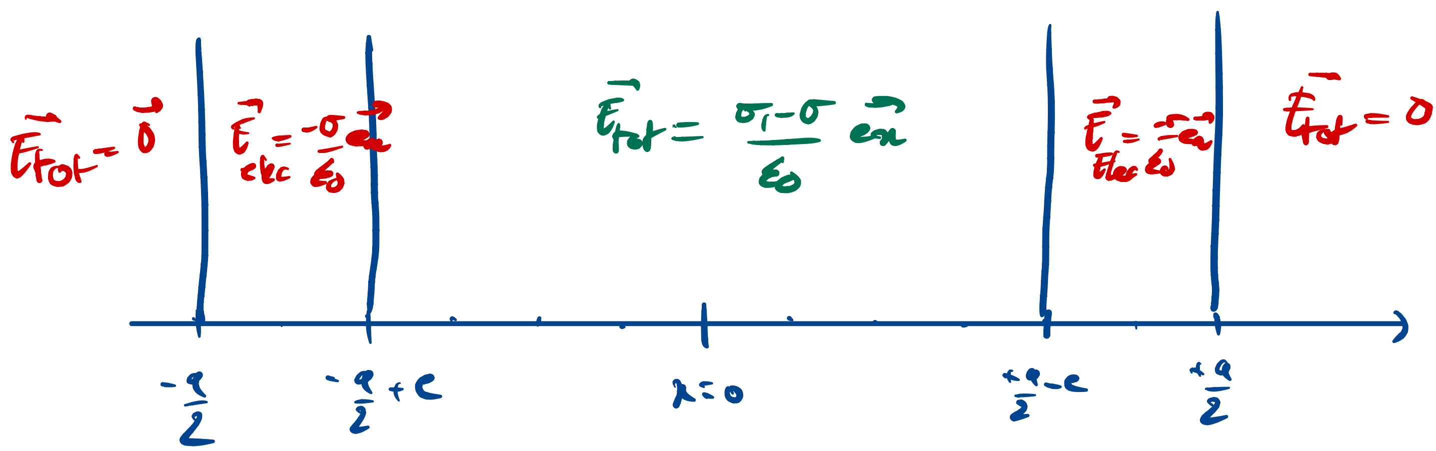
Th superposition

$$\vec{E}_{elec} = \begin{cases} \vec{0} & \text{si } x < -a/2 \text{ et } x > +a/2 \\ -\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{e_x} & \text{si } x \in \left]-a/2 \,;\, a/2\right[\end{cases}$$

- Il y a aussi le champ générée par les couches dans th superposition



- D'où le champ total par superposition



$\boxed{3}$ La solut° tend vers la neutralité électronique

$$\boxed{\sigma_1(t \to +\infty) \to \sigma}$$

$\boxed{4}$

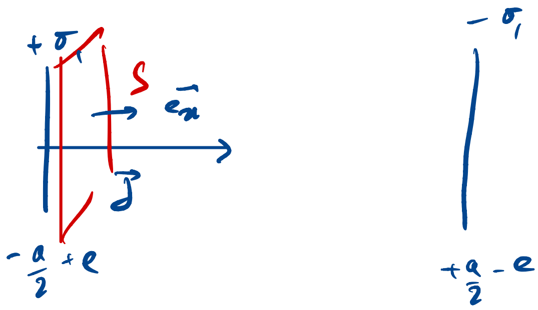
$$U = \int_{\text{borne }\ominus}^{\text{borne }\oplus} dV = \int -\vec{E}\cdot d\vec{l} = \int_{x=-a/2}^{x=a/2} -E(x)\,dx$$

Rappel $\quad dV = \underbrace{\vec{grad}(V)}_{=-\vec{E}}\cdot d\vec{l}$ par définition de la différentielle !

$$+\frac{2\sigma \cancel{e}}{\cancel{\varepsilon_0}} - \frac{\sigma_1-\sigma}{\varepsilon_0}(a-2\cancel{e}) = +\frac{\sigma e}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma_1}{\varepsilon_0}(a-2e)$$

R1 on aurait pu se douter du résultat par superposition de 2 condensateurs !

$\boxed{5}$



$\vec{j} = \gamma \vec{E}$ $\qquad$ $\vec{j} = j_x \vec{e_x}$ car $\vec{E} = E \vec{e_x}$

$$i \underset{\text{def}}{\equiv} \frac{dq}{dt}$$

$$i \equiv \iint \vec{j}\, d\vec{S}_{non} = jS = \frac{dq}{dt}$$

on a le nombre de charges qui traversent S et $q = \sigma_1 S$

d'où $\frac{d\sigma_1}{dt} \times S = \gamma E \cancel{S} = \gamma \frac{\sigma_1 - \sigma}{\varepsilon_0} \cancel{S} \iff \frac{d\sigma_1}{dt} + \frac{\gamma}{\varepsilon_0}\sigma_1 = \frac{\gamma}{\varepsilon_0}\sigma$

$$\boxed{\sigma_1 = \sigma\left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)}$$

avec $\tau = \frac{\varepsilon_0}{\gamma}$