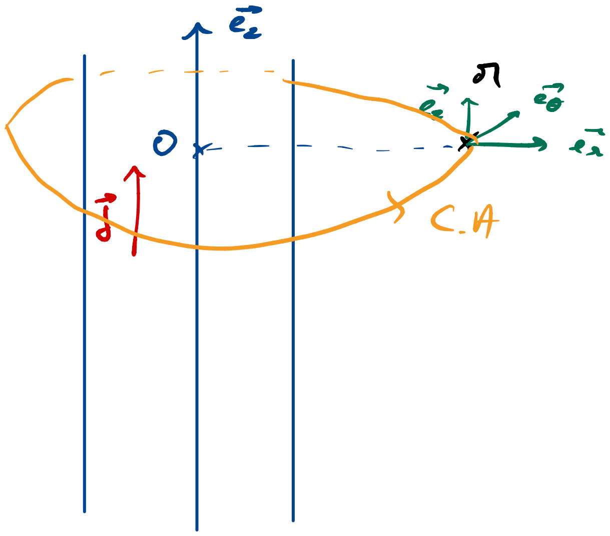
Exercice 3 : fil creux

<u>Présentat°</u> : Exercice de magnétostatique proposant de calculer le champ magnétique en tout point de l'espace.

$\vec{j} = j\,\vec{e_z}$



<u>coord</u> : cylindrique

1

- Le plan $(M, \vec{e_r}, \vec{e_z})$ est plan de symétrie pour les <u>courants</u>

$$\Rightarrow \vec{B_0} = B_0(r, \theta, z)\,\vec{e_\theta}$$

- invariance θ et z $\Rightarrow \vec{B_0} = B_0(r)\,\vec{e_\theta}$

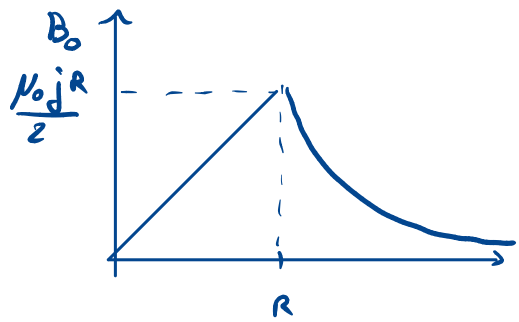
Rq : invariance selon z car $\vec{j}$ uniforme, sinon impossible que $\vec{j}$ soit uniforme.

- Th d'Ampère : $\oint_{CA} \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0 I_{e,alg}$

$$B_0\, 2\pi r = \begin{cases} \mu_0\, j\pi r^2 & \text{si } r < R \\ \mu_0\, j\pi R^2 & \text{si } r > R \end{cases}$$

d'où

$$\boxed{\vec{B_0} = \begin{cases} \dfrac{\mu_0 j r}{2}\,\vec{e_\theta} & \text{si } r < R \\ \dfrac{\mu_0 j R^2}{2 r}\,\vec{e_\theta} & \text{si } r > R \end{cases}}$$



2

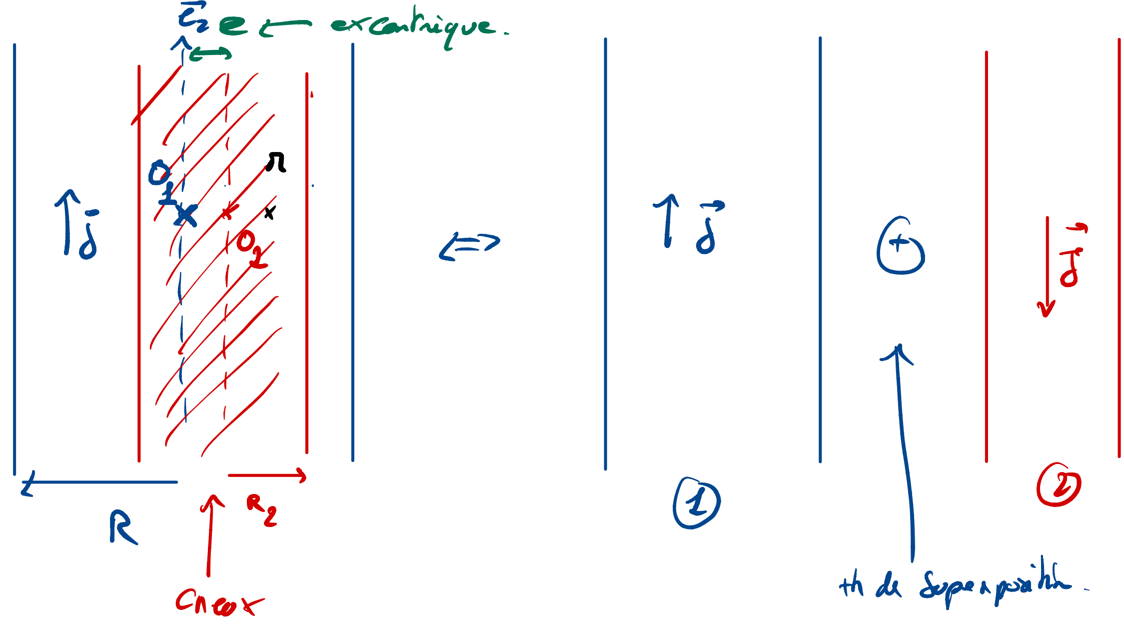
$$\left.\begin{array}{l} \vec{e_\theta} = \vec{e_z} \wedge \vec{e_r} \\ \vec{OM} = r\,\vec{e_r} \end{array}\right\} \Rightarrow \vec{e_\theta} = \frac{\vec{e_z} \wedge \vec{OM}}{r}$$

d'où

$$\boxed{\vec{B_0} = \begin{cases} \dfrac{\mu_0 j}{2}\,\vec{e_z} \wedge \vec{OM} & \text{si } r < R \\ \dfrac{\mu_0 j R^2}{2 r^2}\,\vec{e_z} \wedge \vec{OM} & \text{si } r > R \end{cases}}$$

Très classique, manipulat° de produit vectoriel

3



Dans la cavité $\quad \vec{B}_{tot} = \vec{B}_{①} + \vec{B}_{②} = \dfrac{\mu_0 j}{2}\,\vec{e}_z \wedge \overrightarrow{O_1 M} + \dfrac{\mu_0 (-j)}{2}\,\vec{e}_z \wedge \overrightarrow{O_2 M}$

$$= \frac{\mu_0 j}{2}\,\vec{e}_z \wedge \left(\overrightarrow{O_1 M} - \overrightarrow{O_2 M}\right)$$

$$= \frac{\mu_0 j}{2}\,\vec{e}_z \wedge \left(\overrightarrow{O_1 M} + \overrightarrow{M O_2}\right)$$

$$\boxed{\vec{B}_{tot} = \frac{\mu_0 j}{2}\,\vec{e}_z \wedge \overrightarrow{O_1 O_2}}$$

Rq Le champ magnétique est constant dans la cavité.