Programmes des colles de la semaine 24, du 8 au 12 avril 2024.
Veuillez télécharger la dernière version du cours!

Variables aléatoires discrètes

- Loi de probabilité d'une variable aléatoire; construction à partir d'une série.
- Lois usuelles: uniforme, Bernoulli, binomiale, géométrique, de Poisson.
- Couple de variables aléatoires: loi conjointe, lois marginales.
- Indépendance de variables aléatoires:
  - cas de deux variables; si X et Y sont indépendantes, alors $f(X)$ et $g(Y)$ le sont aussi,
  - extension à un nombre fini de variables; lemme des coalitions,
  - suite de variables indépendantes, suites i.i.d.
- Espérance: définition, linéarité, si Y possède une espérance et $|X| \leq Y$, alors X possède une variance, théorème de transfert, inégalité de Cauchy-Schwarz.
- Si $X \geq 0$ et $E(X) = 0$, alors $X = 0$ presque sûrement.
- En cas d'existence de l'espérance d'une variable aléatoire à valeurs entières, $E(X) = \sum_{n \geq 1} P(X \geq n)$.
- Espérance d'un couple de variables indépendantes.
- Variance: si X^2 possède une espérance, alors X possède une variance et

$$V(X) = E\left([X - E(X)]^2\right) = E(X^2) - E(X)^2.$$

- Variance d'une somme, covariance, coefficient de corrélation.
- Série génératrice G_X d'une variable aléatoire à valeurs entières: définition. Son rayon de convergence est ≥ 1. Si G_X est dérivable en 1, resp. deux fois, existence et expression de l'espérance, resp. variance en fonction de $G'_X(1)$, $G''_X(1)$. Série génératrice de la somme de variables indépendantes.
- Espérance, variance, série géométrique des lois usuelles (Bernoulli, binomiale, géométrique, Poisson). Les étudiants doivent savoir les calculer rapidement .
- ***Pas au programme cette semaine:*** inégalités de Markov et de Bienaymé-Tchebychev, loi des grands nombres.

Questions de cours.

- Espérance, variance, série génératrice de la loi géométrique: tout démontrer.
- Espérance, variance, série génératrice de la loi de Poisson: tout démontrer.
- Si le rayon de convergence de la série génératrice G_X est > 1, alors X possède une espérance et $E(X) = G'_X(1)$ (démonstration p. 462).