Maths - Interrogation 2 - 1 heure

Exercice 1 Soit $I = \int_0^{+\infty} \frac{t}{t^4 + 3t^2 + 2} \mathrm{d}t$.
Justifier que l'intégrale est convergente et la calculer en remarquant que :

$$\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} = \frac{1}{x^2 + 3x + 2}$$

Exercice 2 Soit $I = \int_0^{+\infty} \frac{1}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}} \mathrm{d}x$.

1. Justifier que l'intégrale I est convergente.
2. Montrer que l'application f de $]0,1]$ dans $\mathbb{R}^{+*}$ définie par $f(t) = \frac{1-t^2}{2t}$ pour tout $t > 0$ est une bijection décroissante.
3. À l'aide du changement de variable $x = \frac{1-t^2}{2t}$, calculer I.

Exercice 3 Soit $I = \int_0^1 t^2 \ln t \,\mathrm{d}t$

1. Expliquer pourquoi I est une intégrale généralisée et justifier qu'elle converge.
2. Calculer I en intégrant par parties.

Exercice 4 Soit f la fonction $t \longmapsto \frac{1}{(t+1)\sqrt{t-2}}$.
Étudier l'intégrabilité de f sur l'intervalle $]-1,2[$ puis sur l'intervalle $]2,+\infty[$.