

X- Courbes et surfaces dans l'espace

A-Fonctions de $\mathbb{R}^p$ dans $\mathbb{R}^n$

a) Limite et continuité

Limite en un point adhérent. Continuité en un point. Continuité sur une partie de $\mathbb{R}^p$.
Caractérisation par les fonctions coordonnées.

b) Dérivées partielles

Dérivées partielles d'ordres 1 et 2. Fonctions de classe $\mathcal{C}^1$, de classe $\mathcal{C}^2$. Expression coordonnée par coordonnée.

B- Applications à la géométrie

a) Courbes et surfaces de $\mathbb{R}^3$ paramétrées

Courbe paramétrée par une fonction de classe $\mathcal{C}^1$ de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}^3$: $t \mapsto M(t)$.
Surface paramétrée par une fonction de classe $\mathcal{C}^1$ de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}^3$: $(u, v) \mapsto M(u, v)$.
Point régulier d'une courbe paramétrée, d'une surface paramétrée.
Tangente en un point régulier d'une courbe paramétrée de $\mathbb{R}^3$.
Courbes coordonnées d'une surface paramétrée. Courbes tracées sur une surface paramétrée.
Sections planes. Plan tangent, droite normale en un point régulier d'une surface paramétrée.
Base du plan tangent.

b) Surfaces définies par une équation cartésienne

Surface définie par une équation $f(x, y, z) = 0$ avec f de classe $\mathcal{C}^1$. Équation du plan tangent en un point régulier. Tangente à l'intersection de deux surfaces en un point où les plans tangents sont distincts.

c) Exemples de surfaces

Surface réglée. Génératrices. Le plan tangent en un point régulier contient la génératrice passant par ce point. Surface de révolution. Axe, méridiennes, parallèles.
Exemples de génération de surfaces, de recherche de paramétrages et d'équations cartésiennes (surfaces de révolution, surfaces réglées).

XI- Intégrale dépendant d'un paramètre

a) Suites et séries d'intégrales

Étude de suite d'intégrales (monotonie, convergence, calcul à l'aide d'intégration par parties successives).

Théorème d'intégration terme à terme.

Questions de cours ou exercice :

1. Équation du plan tangent en un point à une surface dont on connaît une équation.
2. Qu'est-ce qu'une surface réglée? Méthode pour montrer qu'une surface est réglée.
3. Qu'est-ce qu'une surface de révolution? Définir méridiennes et parallèles. Méthode pour montrer qu'une surface est une surface de révolution d'axe (Oz) .
4. Énoncer le théorème d'intégration terme à terme.

Soit S une fonction continue sur I et (f_n) est une suite de fonctions intégrables sur I telles

que $S(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} f_n(t)$ pour tout $t \in I$.

Si la série $\sum_{n=0}^{+\infty} \int_I |f_n(t)| dt$ est convergente alors $\int_I \sum_{n=0}^{+\infty} f_n(t) dt = \sum_{n=0}^{+\infty} \int_I f_n(t) dt$