Physique-chimie

Cahier de vacances PTSI/PT

Quelques conseils pour commencer

L'objectif de ce « cahier de vacances » est de vous aider à préparer la rentrée. Il contient un programme de révisions découpé en journées, et des éléments de réponses pour chaque exercice.

Pourquoi ce cahier ?

Parce que l'année de spé est courte et intense, et laisse très peu de place aux révisions. Les connaissances de sup sont en grande partie des prérequis pour les cours de spé, et seront considérées acquises. Enfin, les concours portent sur les programmes des deux années.

Quand utiliser ce cahier ?

Quand vous voulez, mais le mieux est probablement la fin des vacances d'été (les deux ou trois dernières semaines d'août), afin de préparer la rentrée. Il est préférable de traiter les exercices dans l'ordre et en respectant autant que possible le découpage en journées.

Comment bien utiliser ce cahier ?

Avant d'aborder un exercice, munissez vous de vos notes de cours des chapitres correspondants. Si vous bloquez sur une question, reportez-vous à votre cours et à vos TD. Ceci vous permettra de revoir les théorèmes essentiels et les méthodes classiques. N'utilisez les réponses qu'une fois l'exercice terminé afin de vérifier vos calculs (ou si vous bloquez et que le cours ne vous aide pas). Si vous avez faux, essayez d'identifier pourquoi et de reprendre vos calculs.

Il est essentiel de **n'utiliser le corrigé qu'en dernier recours** pour une raison neurologique : la mémoire fixe beaucoup plus efficacement les choses que nous *faisons* nous mêmes que les choses que nous *lisons* et qui ont été faites par d'autres. Les révisions actives sont de très loin supérieures aux révisions passives.

Essayez de rédiger vos exercices afin qu'ils soient lisibles par tous (y compris vous même et votre futur professeur).

I Jour 1

I.1 Équations différentielles 1

On considère un circuit RC série soumis à un échelon de tension E à $t = 0$. Le condensateur est initialement déchargé. Déterminer et tracer la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps.

I.2 Chimie 1

L'hydroxyde de calcium est partiellement soluble en solution aqueuse. Il réagit avec l'eau selon la réaction :

$$\mathrm{Ca(OH)_{2(s)}} \rightleftharpoons \mathrm{Ca^{2+}_{(aq)}} + 2\,\mathrm{HO^-_{(aq)}}$$

1. Définir la solubilité de l'hydroxyde de calcium.
2. On dispose d'une solution saturée en hydroxyde de calcium, dont on mesure la conductivité $\sigma = 786\,\mathrm{mS \cdot m^{-1}}$ à 25 °C. En déduire la valeur du produit de solubilité.
3. Calculer le pH d'une solution saturée d'hydroxyde de calcium à 25 °C.
4. La solubilité peut-elle être augmentée en jouant sur le pH de la solution ?

Données : Conductivités molaires ioniques à 25 °C

— $\lambda°(\mathrm{H_3O^+}) = 35{,}0 \times 10^{-3}\,\mathrm{S \cdot m^2 \cdot mol^{-1}}$;
— $\lambda°(\mathrm{HO^-}) = 19{,}9 \times 10^{-3}\,\mathrm{S \cdot m^2 \cdot mol^{-1}}$;
— $\lambda°(\mathrm{Ca^{2+}}) = 11{,}9 \times 10^{-3}\,\mathrm{S \cdot m^2 \cdot mol^{-1}}$.

I.3 Thermodynamique 1

On désire remplir une bouteille de plongée. Pour cela on utilise un compresseur à piston. Un volume V_1 d'air à la température T_1 et la pression P_1 est comprimé jusqu'à atteindre un volume $V_2 < V_1$.

On supposera que l'air contenu dans le compresseur se comporte comme un gaz parfait de coefficient de Laplace $\gamma > 1$ et de capacité thermique à volume constant C_V. Les données sont P_1, T_1, V_1, V_2 et C_V.

La variation d'entropie de n moles d'un gaz parfait entre un état initial I et un état final F est donnée par la relation :

$$\Delta S_{I \to F} = S_F - S_I = C_V \ln\left(\frac{T_F}{T_I}\right) + nR\ln\left(\frac{V_F}{V_I}\right)$$

1. Supposons que cette évolution est isotherme :
   - **a)** Exprimer en fonction des données de l'énoncé, la pression P_2 et la température T_2 de l'air à l'état final.
   - **b)** Exprimer en fonction des données de l'énoncé, le transfert thermique Q et le travail W fournis à l'air au cours de cette évolution. Quel est le signe de chacune de ces grandeurs ?
   - **c)** Observe-t-on un échauffement de l'air au cours de cette compression ?
   - **d)** Que vaut la variation d'entropie ΔS au cours de cette évolution ? Quel est son signe ? Cette évolution est-elle réversible ?
2. Supposons maintenant que cette évolution est adiabatique et réversible. Calculer P_2', T_2', Q', W' et $\Delta S'$. Observe-t-on un échauffement ? Commenter l'éventuelle variation d'entropie.
3. La pression P_2' est-elle supérieure ou inférieure à P_2 ?
4. Représenter ces deux évolutions dans un même diagramme de Watt (P en fonction de V).
5. En déduire si W' est supérieur ou inférieur à W.

II Jour 2

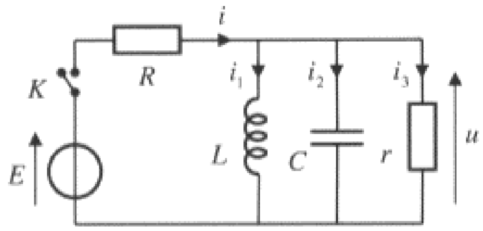
II.1 Équations différentielles 2

On considère une masse accrochée à un ressort horizontal de constante de raideur k et de longeur à vide l_0. On note $l(t)$ la longueur du ressort à un instant t et on néglige les frottements.

À l'instant initial, on étire le ressort à une longueur l_i et on lâche la masse sans vitesse initiale. Déterminer l'évolution de $l(t)$.

II.2 Électrocinétique 1

Considérons le montage dont le schéma est représenté ci-dessous.



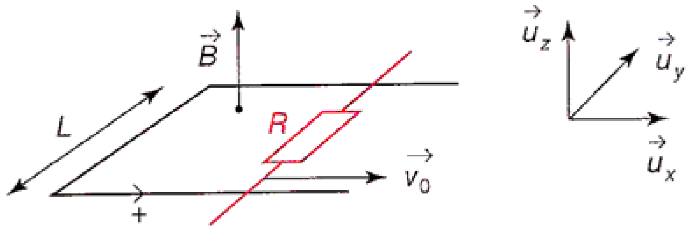
La source de tension de ce montage sera considérée idéale de f.e.m. E constante. Pour $t < 0$, le condensateur est déchargé et la bobine supposée idéale n'est parcourue par aucun courant.

À $t = 0$, on ferme l'interrupteur K.

1. Déterminer, les valeurs de u, i, i_1, i_2 et i_3 aux instants $t = 0^+$ et $t \to +\infty$.
2. Établir l'équation différentielle vérifiée par i_3, en posant $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ et $Q = \dfrac{RrC\omega_0}{R+r} = \dfrac{Rr}{(R+r)L\omega_0}$
3. Donner la relation entre R, r, L et C pour que le régime soit de type pseudopériodique et exprimer $i_3(t)$ dans ce cas.

II.3 Induction 1

Une barre mobile se déplace sans frottement le long de l'axe $\vec{u}_x$ sur deux rails (dits de Laplace). Le dispositif est placé dans le champ magnétique uniforme et stationnaire $\vec{B} = B_0\vec{u}_z$. La barre de masse m possède une résistance R. Initialement, on communique à la barre une vitesse $\vec{v} = v_0\vec{u}_x$.



1. Décrire les phénomènes ayant lieu. Interpréter à l'aide de la loi de Lenz.
2. Établir l'équation électrique.
3. Établir l'équation mécanique. Pourquoi parle-t-on de couplage électromécanique ?
4. Établir l'expression de l'intensité $i(t)$ et de la vitesse $v(t)$. Interpréter.

III Jour 3

III.1 Équations différentielles 3

On considère un circuit RLC série en régime libre, le condensateur étant initialement chargé à la tension E. On prendra $C = 4 \times 10^{-6}\,\mathrm{F}$, $L = 1 \times 10^{-2}\,\mathrm{H}$ et $R = 100\,\Omega$.

Déterminer $u_c(t)$, la tension aux bornes du condensateur.

III.2 Chimie 2

1. Donner la structure électronique du Magnésium dans son état fondamental ($Z = 12$).
2. En déduire sa position dans la classification périodique des éléments (colonne, période) et la famille à laquelle il appartient.
3. Combien a-t-il d'électrons de valence ?
4. Nommer et situer trois autres familles.
5. Donner la structure électronique des ions Mg^{+} et Mg^{2+} dans leurs états fondamentaux. Quels atomes possèdent les mêmes structures électroniques ?
6. Comparer l'électronégativité du magnésium à celle des éléments adjacents : sodium, béryllium, aluminium, calcium.

III.3 Mécanique 1

On considère un pendule simple (longueur ℓ, masse m) en régime libre non amorti d'amplitude quelconque. On note θ l'angle entre le fil et la verticale.

1. Exprimer l'énergie cinétique et l'énergie potentielle de pesanteur du pendule en fonction de θ et $\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$. On choisira $E_{pp} = 0$ quand le pendule est à sa position d'équilibre.
2. À l'aide du théorème de l'énergie mécanique, montrer que :

$$\left(\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\right)^2 + 2\omega_0^2(1 - \cos\theta) = e$$

et exprimer ω_0 et e en fonction des données et des conditions initiales.
3. Tracer l'énergie potentielle en fonction de l'angle θ dans le cas général.
4. En considérant différentes valeurs de l'énergie mécanique, décrire les différents types de mouvement d'un pendule simple.

IV Jour 4

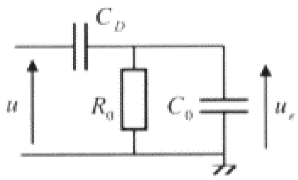
IV.1 Équations différentielles 4

On considère un circuit RL série soumis à un échelon de tension E à $t = 0$. Le courant est initialement nul dans le circuit. Déterminer $i(t)$.

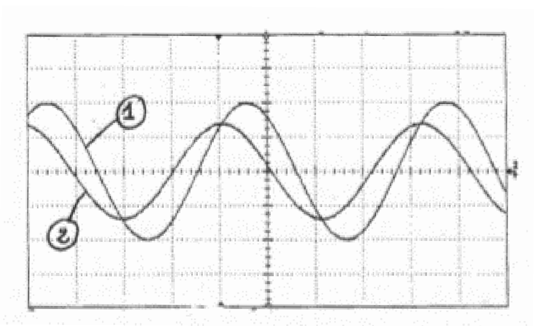
IV.2 Électrocinétique 2

Lorsque l'on applique une tension $u(t)$ à l'entrée d'un oscilloscope, celle-ci est envoyée à l'entrée d'un amplificateur dont on peut considérer l'impédance d'entrée comme constituée d'une association parallèle d'un conducteur ohmique de résistance R_0 et d'un condensateur de capacité C_0. On prendra $R_0 = 1{,}0\,\mathrm{m}\Omega$ et $C_0 = 13\,\mathrm{pF}$.

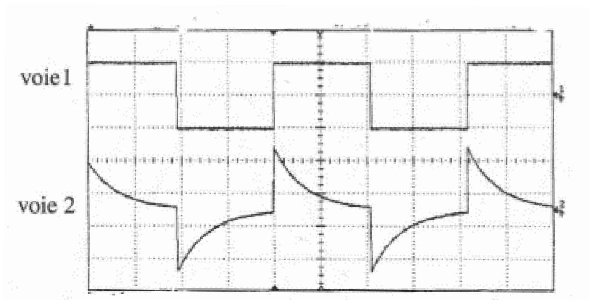
De plus suivant le mode de couplage, $u(t)$ est envoyée directement à l'entrée de l'amplificateur vertical (mode DC) ou appliquée préalablement à un condensateur de capacité C_D (mode AC). En mode AC, l'impédance d'entrée se présente donc sous la forme ci-contre :



1. Établir la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \dfrac{\underline{u_e}}{\underline{u}}$ correspondant au couplage AC. Simplifier $\underline{H}$ en considérant $C_D \gg C_0$. Quelle est la nature du filtre ? Tracer son diagramme de Bode asymptotique. Que vaut la tension $u'_e(t)$ appliquée à l'entrée de l'amplificateur en couplage DC ?
2. Dans le but de déterminer expérimentalement la fréquence de coupure à $-3\,\mathrm{dB}$ du filtre constitué par le couplage AC ainsi que la valeur de C_D, on réalise la manipulation suivante : on applique la même tension sinusoïdale $u(t)$ sur l'entrée 1 (couplage DC) et sur l'entrée 2 (couplage AC) et on fait varier la fréquence de $u(t)$ jusqu'à obtention de l'oscillogramme A ci-dessous. Les amplifications verticales sont de $1\,\mathrm{V/div}$; la base de temps est de $20\,\mathrm{ms/div}$. Les voies 1 et 2 sont indiquées sur les courbes. Mesurer U_2/U_1 et $\varphi_{2/1}$ Que peut-on en conclure au sujet de la valeur de la fréquence de $u(t)$ à cet instant ? En déduire la valeur de C_D et vérifier l'hypothèse $C_D \gg C_0$.
3. Le choix du couplage d'entrée AC peut donc perturber l'observation des signaux basse fréquence. L'oscillogramme B a été obtenu avec un signal carré envoyé sur la voie 1 (couplage DC) et simultanément sur la voie 2 (couplage AC). Les amplifications verticales sont de $2\,\mathrm{V/div}$; la base de temps de $100\,\mathrm{ms/div}$. Expliquer comment on peut interpréter la déformation observée avec le couplage AC.



Oscillogramme A



Oscillogramme B

IV.3 Thermodynamique 2

Une mole d'un gaz parfait diatomique décrit le cycle suivant :

— (AB) : détente isobare à $P_A = 1{,}0\,\mathrm{bar}$ faisant passer le volume de $10\,\mathrm{L}$ à $20\,\mathrm{L}$;

— (BC) : compression isochore à V_B qui triple la pression ;

— (CA) : retour en A par une transformation représentée par une droite dans le diagramme de Clapeyron.

Déterminer les valeurs des pressions, volumes et températures en A, B et C. Déterminer le travail échangé par le gaz au cours de ce cycle. On proposera deux méthodes.

On donne $R = 8,314\,\mathrm{S.I.}$.

V Jour 5

V.1 Équations différentielles 5

On considère un ressort de constante de raideur $k = 100\,\mathrm{N\cdot m^{-1}}$, auquel est accrochée une masse $m = 1\,\mathrm{kg}$. On note $l(t)$ la longueur du ressort accroché en O et on prendra en compte les frottements de l'air, de coefficient $\alpha = 2\,\mathrm{kg\cdot s^{-1}}$.

À l'instant initial, le ressort est à sa longueur d'équilibre et on communique une vitesse v_0 à la masse. Déterminer $l(t)$.

V.2 Chimie 3

À température suffisamment élevée, les ions hypochlorite ClO^- peuvent se dismuter selon la réaction totale :

$$ClO^-_{(aq)} \longrightarrow \frac{1}{3}{ClO_3}^-{}_{(aq)} + \frac{2}{3}Cl^-_{(aq)}$$

La vitesse de disparition des ions ClO^- suit une loi cinétique du second ordre.

1. Écrire l'équation de vitesse correspondant à la réaction. Exprimer l'évolution, en fonction du temps, de la concentration des ions ClO^- dans une solution où l'on provoque cette réaction.

2. On dispose, à l'instant $t = 0$, d'une solution contenant des ions ClO^-à la concentration de $0{,}10\,\mathrm{mol\cdot L^{-1}}$.

a) Cette solution est portée à la température de $343\,\mathrm{K}$ pour laquelle la constante de vitesse de la réaction est : $k = 3{,}1\times10^{-3}\,\mathrm{L\cdot mol^{-1}\cdot s^{-1}}$. Au bout de combien de temps aura-t-on obtenu la disparition de 30% des ions ClO^- ?

b) L'énergie d'activation de la réaction vaut $47\,\mathrm{kJ\cdot mol^{-1}}$. Quel serait, à $363\,\mathrm{K}$, le temps nécessaire pour obtenir un même taux d'avancement (30%), à partir de la même solution initiale ?

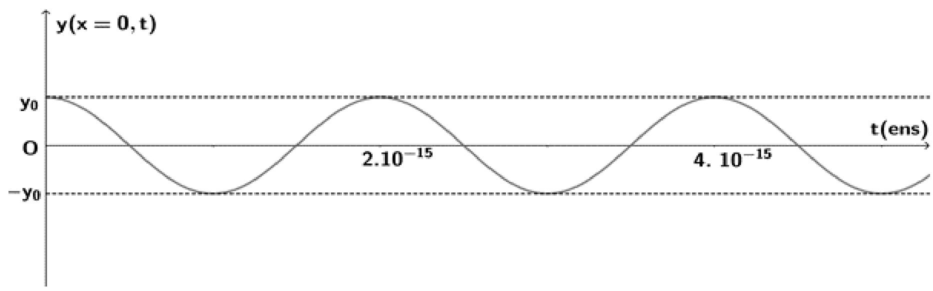
V.3 Ondes 1

On considère une onde progressive caractérisée par la fonction :

$$y(x,t) = y_0\cos(\omega t - kx)$$

1. Quelle est la direction de propagation de cette onde ?

2. La figure ci-dessous représente, en un point fixe $(x = 0)$, l'évolution temporelle de $y(x,t)$. En déduire la période temporelle (T), la fréquence (f) et la longueur d'onde (λ) de cette onde.



3. Représenter l'évolution spatiale de $y(x,t)$, à l'instant $t = 0$.

4. Ajouter sur le graphique précédent la représentation de l'évolution spatiale de $y(x,t)$ à l'instant $t = T/4$. Comparer les deux courbes précédentes en lien avec la notion de propagation.

VI Jour 6

VI.1 Mécanique 2

On considère un pendule de longueur ℓ auquel est accrochée particule de masse m et de charge électrique q. Le pendule est plongé dans le champ de pesanteur $\vec{g}$ (vertical et vers le bas) et dans un champ électrique $\vec{E}$ uniforme et horizontal. On néglige les frottements et on note θ l'angle formé par le fil du pendule avec la verticale.

1. Déterminer l'angle d'équilibre $\theta_{\text{éq}}$ du pendule en fonction de q, E, m et g.

2. Montrer que l'angle $\theta(t)$ obéit à l'équation suivante :

$$m\ell\ddot{\theta} + mg\sin\theta - qE\cos\theta = 0$$

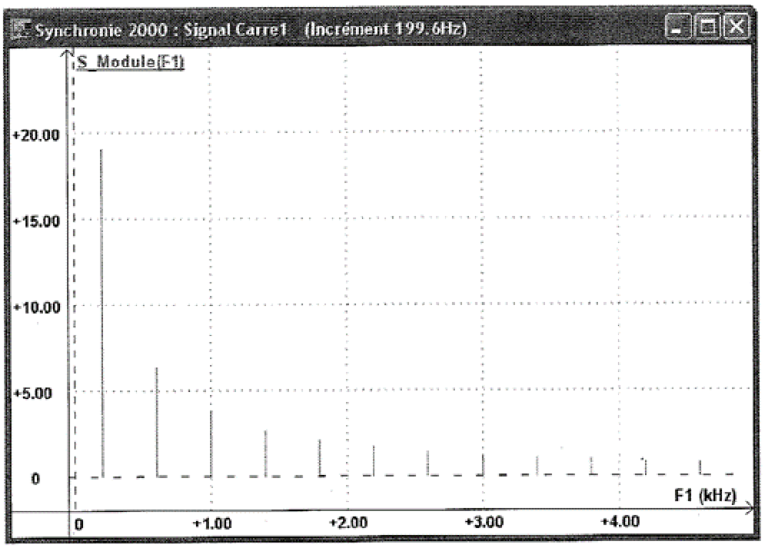
On souhaite étudier le mouvement dans l'hypothèse des petites oscillations autour de la position d'équilibre : on pose $\varepsilon(t) = \theta(t) - \theta_{\text{éq}}$. On suppose donc $\varepsilon \ll 1$.

3. Montrer que l'équation du mouvement vérifiée par $\varepsilon(t)$ est celle d'un oscillateur harmonique et exprimer la pulsation propre en fonction de m, ℓ, g, q, E et $\theta_{\text{éq}}$.

4. En déduire l'expression de la période du pendule. La comparer à celle du pendule simple.

VI.2 Électrocinétique 3

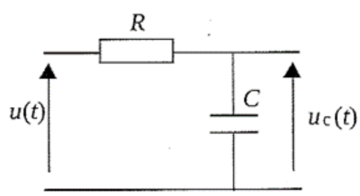
Le spectre en amplitude d'une tension, notée $u(t)$, est représenté ci-dessous :



1. Quelle est la fréquence de $u(t)$?

2. Quelle est l'amplitude de l'harmonique de rang 5 ?

3. $u(t)$ est appliquée en entrée du montage ci-contre. On note $u_n(t)$ l'harmonique de rang n de $u(t)$ et $u_{cn}(t)$ l'harmonique de rang n de $u_c(t)$. $\underline{U_n}$ et $\underline{U_{cn}}$ sont les amplitudes complexes associés à $u_n(t)$ et $u_{cn}(t)$.



$R = 10\ \text{k}\Omega$ et $C = 10\ \text{nF}$

- **a)** Exprimer $\underline{U_{cn}}$ en fonction de $\underline{U_n}$, de la pulsation de l'harmonique de rang n, de R et de C.
- **b)** Calculer l'amplitude de l'harmonique de rang 5 de $u_c(t)$.
- **c)** Quelle est la nature de ce filtre ? Les caractéristiques de ce filtre sont-elles en accord avec la réponse à la question précédente ?

VII Jour 7

VII.1 Équations différentielles 6

On considère un parachutiste de masse m en chute libre. Il ouvre son parachute et subit alors une force de frottement de fluide d'expression $\vec{f} = -\alpha\vec{v}$, avec $\alpha > 0$. Déterminer sa vitesse en fonction du temps une fois le parachute ouvert. Quelle est la vitesse atteinte en $t \to \infty$?

VII.2 Optique 1

On désire photographier une tour AB haute de 50 m et distante de 2 km.

On utilise pour cela un téléobjectif constitué d'une lentille convergente L_1 de distance focale $f'_1 = \overline{O_1F'_1} = 50\,\text{mm}$ suivie d'une lentille divergente L_2 de distance focale $f'_2 = \overline{O_2F'_2} = -25\,\text{mm}$. La distance entre les centres des deux lentilles est $\overline{O_1O_2} = 31{,}2\,\text{mm}$. Le point A se trouve sur l'axe optique de la lentille, l'objet AB est perpendiculaire à cet axe.

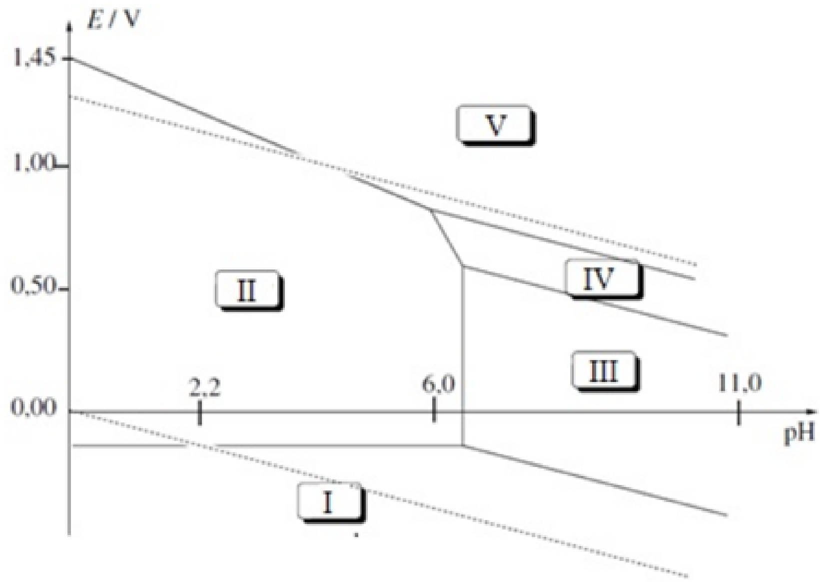
1. Soit $\overline{A'B'}$ l'image de $\overline{AB}$ par L_1. Préciser la position de $\overline{A'B'}$ par rapport à O_2 et indiquer la nature de $\overline{A'B'}$ pour la lentille L_2.
2. Construire géométriquement l'image $\overline{A''B''}$ de la tour à travers le système des deux lentilles. Déterminer la position de $\overline{A''B''}$ par rapport à O_2 puis la taille de cette image. Évaluer l'encombrement E_1 du téléobjectif.
3. Quelle serait la distance focale f'_3 d'une lentille convergente unique L_3 qui donnerait de la tour la même taille d'image $\overline{A''B''}$ que le téléobjectif ? Comparer son encombrement E_3 à E_1. Conclure.

VII.3 Chimie 4

Document 1 : les accumulateurs au plomb (Y. Bréelle *et al.*, « Piles et accumulateurs », Encyclopædia Universalis)

Les accumulateurs et les piles à combustible appartiennent à la famille des générateurs électrochimiques. Ils possèdent la propriété de fournir l'électricité à partir de deux réactions électrochimiques réalisées sur deux électrodes baignant dans un électrolyte. Dans le cas particulier de l'accumulateur au plomb, il s'agit du couple oxydo–réducteur dioxyde de plomb - plomb, en solution acide sulfurique. Les accumulateurs au plomb sont formés de deux électrodes au plomb en milieu acide. L'une de ces électrodes est recouverte d'oxyde de plomb PbO_2. Malgré la concurrence de nombreux autres générateurs électrochimiques, l'accumulateur au plomb, grâce à sa robustesse, sa simplicité et son prix faible, rajeuni par l'emploi de matières plastiques, perfectionné sans cesse dans sa technologie, reste compétitif.

Document 2 : diagramme potentiel - pH simplifié du plomb



Convention de tracé : $c_T = 1{,}0\,\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$

Données : potentiels standards à pH $= 0$ et $T = 298\,\text{K}$:

- $E^\circ(Pb^{2+}_{(aq)}/Pb_{(s)}) = -0{,}13\,\text{V}$
- $E^\circ(O_{2(g)}/H_2O_{(l)}) = 1{,}23\,\text{V}$
- $E^\circ(H^+_{(aq)}/H_{2(g)}) = 0{,}00\,\text{V}$

1. Indiquer sur le diagramme E-pH les domaines de prédominance ou d'existence des espèces suivantes : $Pb^{2+}_{(aq)}$, $Pb_{(s)}$, $PbO_{(s)}$, $PbO_{2(s)}$, $Pb_3O_{4(s)}$.

2. Déterminer l'équation numérique de la frontière entre les espèces $PbO_{2(s)}$ et $Pb^{2+}_{(aq)}$. Donner le potentiel standard du couple $PbO_{2(s)}/Pb^{2+}_{(aq)}$.

3. Les droites en pointillés correspondent aux frontières des couples de l'eau. Retrouver la valeur de la pente de la frontière associée au couple $O_{2(g)}$ et $H_2O_{(l)}$

4. Que peut-on dire de la stabilité du plomb $Pb_{(s)}$ en présence d'eau ? Discuter en fonction du pH de la solution.

5. Quelle réaction se produit entre le plomb $Pb_{(s)}$ et le dioxyde de plomb $PbO_{2(s)}$ en milieu acide ? Comment nomme-t-on une telle réaction ?

VIII Jour 8

VIII.1 Équations différentielles 7

On considère une réaction chimique en solution aqueuse, d'équation-bilan $\alpha A \rightleftharpoons \beta B + \gamma C$, et on suppose qu'elle est d'ordre 1 par rapport à A. Déterminer $[A](t)$.

VIII.2 Thermodynamique 3

Une mole de gaz parfait est contenue dans un cylindre thermostaté à la température $T_0 = 300\,K$. On envisage la détente de ce gaz, du volume V_I au volume $V_F = 2V_I$, par trois procédés différents. Dans les trois cas, il y a équilibre thermique avec le thermostat à l'état initial et à l'état final et il y a équilibre mécanique à l'état final.

— Méthode 1 : on déplace de manière « lente » et progressive le piston qui clos le cylindre.
— Méthode 2 : on réduit brusquement la pression sur le piston.
— Méthode 3 : le cylindre est divisé en deux compartiments de même volume V_I par une membrane, l'un des compartiments contient du gaz, l'autre est vide. On crève la membrane.

Calculer pour chacun des trois procédés la variation d'entropie ΔS du gaz, l'entropie échangée S_e et l'entropie créée S_c.

Données : pour un gaz parfait

$$S(T,V) = nC_{v,m}\ln(T) + nR\ln(V) + \text{cste}$$

$$S(T,P) = nC_{p,m}\ln(T) - nR\ln(P) + \text{cste}$$

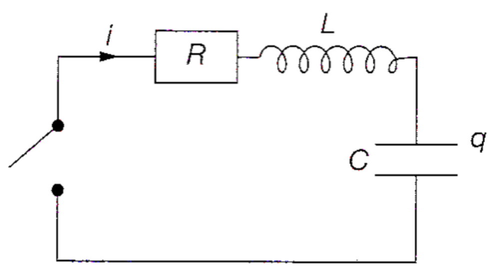
VIII.3 Électrocinétique 4

Un circuit électrique est composé d'un interrupteur, d'une résistance R, d'un condensateur de capacité C et d'une bobine d'inductance L. On pose $\omega_0^2 = \dfrac{1}{LC}$ et $Q = \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}$.

1. Établir l'équation différentielle satisfaite par la charge q du condensateur quand l'interrupteur est fermé.

On se place dans la suite dans le cas d'un amortissement faible, soit $Q \gg 1$.

2. Exprimer $q(t)$ sachant qu'à $t = 0$, on ferme l'interrupteur et qu'à cet instant la charge vaut q_0.
3. Évaluer la pseudo-période T, ainsi que l'ordre de grandeur de la durée τ du régime transitoire.
4. Que vaut $i(t = 0)$? Exprimer $i(t)$.
5. Représenter sur deux graphes différents l'évolution de $q(t)$ et celle de $i(t)$ sur quelques pseudo-périodes, en supposant $q_0 > 0$.



IX Jour 9

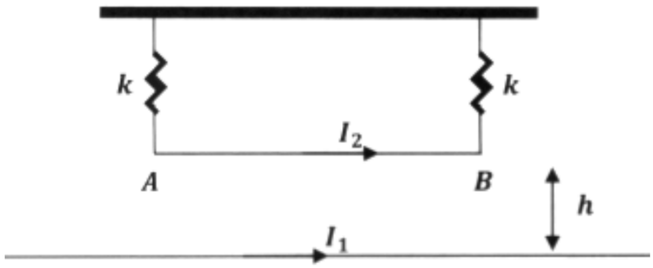
IX.1 Mécanique 3

Soit un satellite en mouvement circulaire autour de la Terre, soumis à la seule force d'interaction gravitationnelle avec cette dernière.

Montrer que le mouvement du satellite est uniforme et calculer la norme de sa vitesse v.

IX.2 Induction 1

Un fil infini, fixe, est parcouru par un courant constant $I_1 = 5\,\mathrm{A}$. Lorsque le courant I_2 dans le fil mobile est nul, la distance h entre les deux fils vaut à l'équilibre h_0. Lorsque le courant I_2 est égal à $2\,\mathrm{A}$, cette distance à l'équilibre vaut h_1.



1. Justifier qualitativement que le fil AB se rapproche du fil infini.
2. Le champ magnétique créé par le fil infini en tout point de l'espace a pour expression $\vec{B}(M) = \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi r}\vec{u}_\theta$ (en coordonnées cylindriques définies par rapport à l'axe du fil). Quelle est la force magnétique qu'exerce le fil infini sur le fil AB ?
3. Déterminer la raideur du ressort en fonction des données du problème.
4. Donner l'expression de l'énergie potentielle du fil mobile.
5. Détailler la méthode permettant de déterminer les positions d'équilibre du fil mobile. (aucune expression demandée).

IX.3 Chimie 5 – Mélanges d'acides et de bases

On considère les couples acido-basiques suivants dont on donne les pK_A :

— $HCOOH_{(aq)}/HCOO^-_{(aq)}$: p$K_{A1} = 3{,}7$
— $HClO_{(aq)}/ClO^-_{(aq)}$: p$K_{A2} = 7{,}5$
— ${HSO_4}^-{}_{(aq)}/{SO_4}^{2-}{}_{(aq)}$: p$K_{A3} = 1{,}9$
— $HBO_{2(aq)}/{BO_2}^-{}_{(aq)}$: p$K_{A4} = 9{,}2$

Déterminer la réaction ayant la constante d'équilibre la plus grande dans le cas des mélanges suivants obtenus dans 1 litre de solution aqueuse, et déterminer cette constante. (Une telle réaction est appelée *réaction prépondérante* car, en l'absence de blocages cinétiques, son avancement sera supérieur à celui des autres réactions).

1. 1 mole d'hydrogénosulfate de sodium, 2 moles de borate de sodium ($NaBO_2$) et 1 mole de soude.
2. 1 mole de borate de sodium, 2 moles d'hypochlorite de sodium (NaClO), 1 mole de méthanoate de sodium.
3. 1 mole de méthanoate de sodium, 2 moles d'acide hypochloreux (HClO), 1 mole de sulfate de sodium.

X Jour 10

X.1 Chimie 6 – Cubique simple

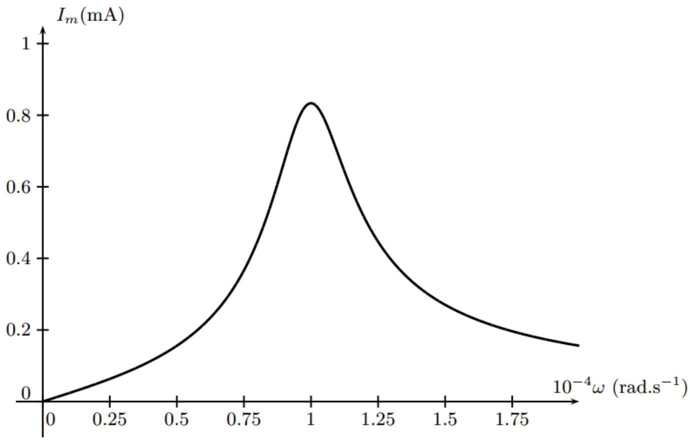
L'oxygène solide cristallise selon un réseau cubique simple de paramètre de maille a.

1. Dessiner la maille, calculer sa population et sa coordinence.
2. Sachant que le contact a lieu entre plus proches voisins, quelle est la relation entre le rayon R des atomes et le paramètre de maille a ? Calculer la compacité de ce réseau cristallin.

X.2 Électrocinétique 5 – Courbe de résonance

Un circuit RLC série est alimenté par une tension sinusoïdale $e(t) = E\cos(\omega t)$, avec $E = 5{,}0\,\mathrm{V}$.

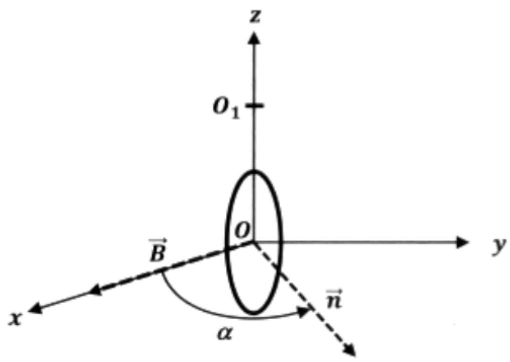
1. Expliquer comment accéder à la mesure de l'intensité dans le circuit.
2. La figure ci-dessous est la courbe de résonance obtenue expérimentalement, avec I_m l'amplitude du courant en régime sinusoïdal forcé. En exploitant la courbe, déterminer le valeur de la résistance R du circuit.
3. Déterminer la pulsation de résonance et la largeur de la courbe de résonance. En déduire les valeurs de L et C.
4. Combien vaut le facteur de qualité de ce circuit ?



X.3 Mécanique 4 – spire en rotation

Une spire circulaire de masse m, de rayon a et de résistance R est suspendue en O_1 à un fil sans masse dont les efforts de torsion seront négligés. La spire est soumise à l'action d'un champ magnétique B constant qui forme un angle α avec la normale à la spire. À $t = 0$, choisi comme origine des temps, $\alpha = \alpha_0 = 0$ et la spire est lancée avec une vitesse angulaire $\dot{\alpha}_0$.

On donne le moment d'inertie de la spire par rapport à son axe de rotation (Oz) : $J_z = \dfrac{1}{2}ma^2$



1. Déterminer l'équation du mouvement.
2. Déduire de l'équation précédente la relation liant α et $\dot{\alpha}$.
3. Soit α_f, l'angle α pris par la spire lorsqu'elle s'arrête. Sans connaître $\alpha(t)$, déterminer la relation liant m, a, B, R, α_0 et α_f.
4. Donner une interprétation énergétique du mouvement de la spire.

XI Jour 11

XI.1 Optique 2 – Réflexion totale

Rappeler les lois de Descartes pour la réflexion et la réfraction.

On considère un rayon lumineux se propageant d'un milieu 1 d'indice n_1 vers un milieu 2 d'indice $n_2 < n_1$. Démontrer la condition sur l'angle d'incidence pour que le rayon réfracté existe.

XI.2 Thermodynamique 4 – Transformation selon deux chemins différents

Une mole de dioxygène, assimilé à un gaz parfait, de capacité thermique à volume constant C_v, passe d'un volume $V_1 = 10\,\mathrm{L}$, à la température $\theta_1 = 25\,°\mathrm{C}$ à un volume $V_2 = 20\,\mathrm{L}$, à la température $\theta_2 = 100\,°\mathrm{C}$

1. La détente s'effectue par un chauffage isochore suivi d'une détente isotherme. Donner l'expression du transfert thermique Q et du travail W échangé par le gaz avec l'extérieur.

2. La détente s'effectue maintenant par une détente isotherme suivi d'un chauffage isochore.

   a) Représenter le chemin suivi dans le diagramme de Clapeyron.

   b) Donner l'expression du transfert thermique Q' et du travail W' échangés par le gaz avec l'extérieur.

3. Peut-on dire que le transfert thermique et le travail sont des fonctions d'état ? Justifier en vous appuyant sur les résultats des questions précédentes.

XI.3 Chimie 7 – Titrage de l'acide citrique

La limonade est une boisson contenant un acidifiant désigné par le code alimentaire européen E330 : il s'agit de l'acide citrique qui sera ici désigné sous la forme H_3A. Pour doser l'acide citrique de la limonade, le mode opératoire suivant est utilisé : à l'aide d'une trompe à eau, dégazer environ 80 mL de limonade en créant une dépression au-dessus du liquide constamment agité, pendant une dizaine de minutes. Prélever alors exactement 50,0 mL de limonade, les verser dans un erlenmeyer. Effectuer le dosage par de la soude décimolaire.

1. À quoi sert le dégazage ?

2. Quel matériel faut-il utiliser pour prélever exactement 50,0 mL de limonade ?

3. Donner la composition et la concentration de la solution titrante.

4. La simulation de ce dosage est représentée en fin d'exercice. Les diagrammes de distribution des différentes espèces (H_3A, H_2A^-, HA^{2-}, et A^{3-}). La concentration de l'acide citrique pour ces tracé est $c_{H_3A} = 5{,}00 \times 10^{-2}\,\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$.

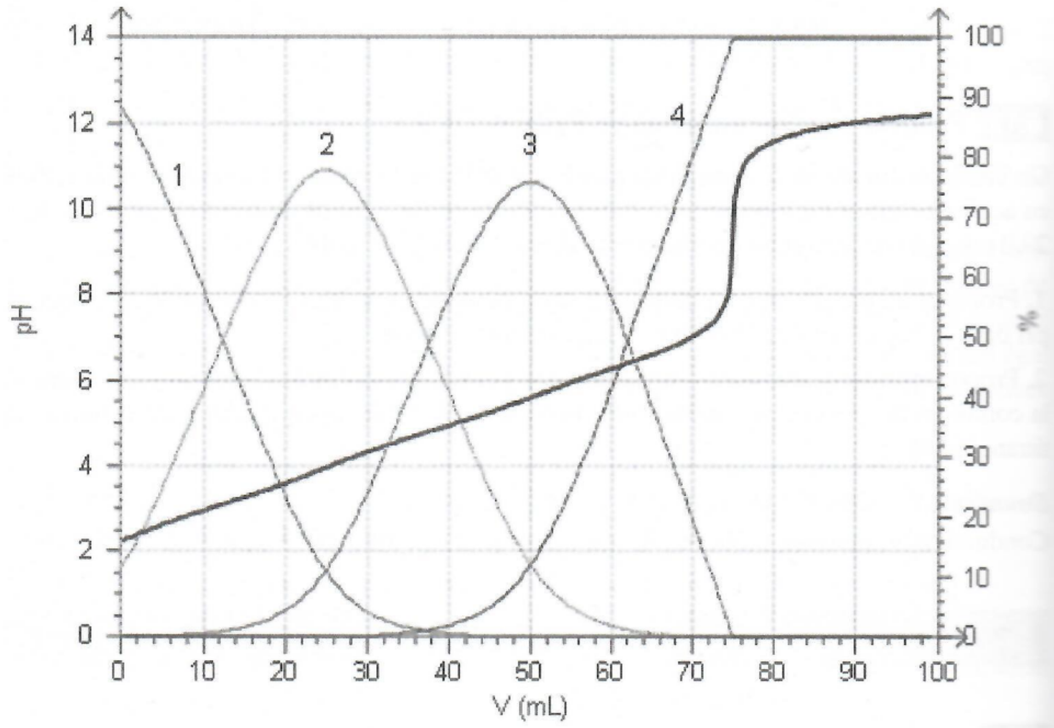
   Identifier les courbes 1 à 4.

5. Déterminer graphiquement les pK_A des différents couples.

6. Donner la (les) réaction(s) de dosage.

7. Expliquer pourquoi il n'y a qu'un seul saut de pH.

8. Lors du dosage des 50,0 mL de limonade par de la soude décimolaire, on trouve un volume équivalent $V_e = 12{,}0\,\mathrm{mL}$. Écrire la condition réalisée à l'équivalence et en déduire la concentration de l'acide citrique dans la limonade.


pH
%
V (mL)
1
2
3
4
0
2
4
6
8
10
12
14
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

XII Jour 12

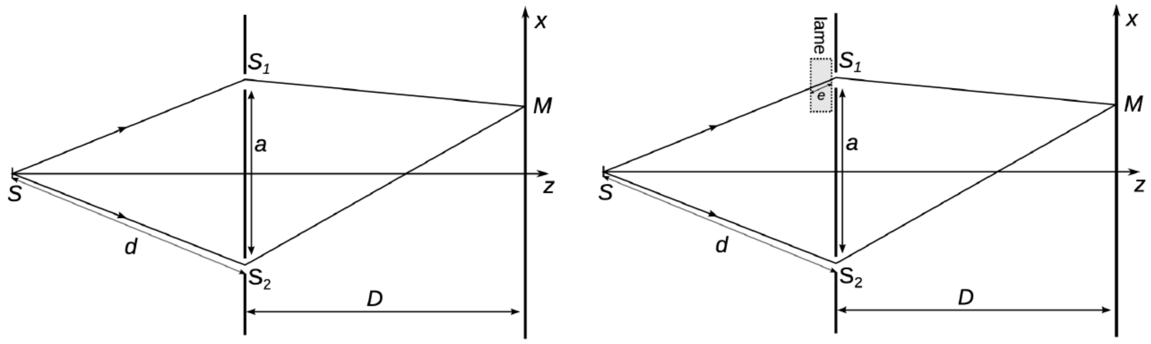
XII.1 Chimie 8 – Cubique centré

Le fer cristallise selon un réseau cubique centré de paramètre de maille a.

1. Dessiner la maille, calculer sa population et sa coordinence.
2. Sachant que le contact a lieu entre plus proches voisins, quelle est la relation entre le rayon R des atomes et le paramètre de maille a ? Calculer la compacité de ce réseau cristallin.

XII.2 Ondes 2 - Trous d'Young

On considère un dispositif des trous d'Young, éclairé par une source quasi-monochromatique de longueur d'onde dans le vide $\lambda = 500\,\text{nm}$. On note $a = 0{,}5\,\text{mm}$ la distance entre les deux trous et $D = 2{,}0\,\text{m}$ la distance entre l'écran et le plan des trous.



1. On se place dans le cas de la figure de gauche. Établir l'expression de la différence de chemin optique $\delta(M) = (SS_1M) - (SS_2M)$ au point M sur l'écran, en fonction de x, a et D. On supposera a et x très petits devant D.
2. En déduire l'expression de l'intensité lumineuse, et de l'interfrange.
3. La frange centrale est la frange brillante qui correspond à une différence de chemin optique nulle. En déduire sa position x sur l'écran.

On place maintenant une lame de verre d'indice $n = 1{,}4$ et d'épaisseur e devant S_1. On suppose que les rayons la traversant le font quasiment sans être inclinés : ils parcourent dans la lame une distance e (cf. schéma de droite).

4. L'expression de $(S_1M) - (S_2M)$ a-t-elle changé par rapport au cas précédent ? Et celle de $(SS_1) - (SS_2)$. Exprimer la nouvelle différence de chemin optique en fonction de x, a, D, n et e.
5. Quelle est la nouvelle position de la frange centrale ?
6. Donner l'expression de son déplacement en terme de nombre d'interfranges.
7. Expérimentalement, on mesure un déplacement de 10 interfranges. Que vaut e ?

XII.3 Mécanique 5 – Séparateur d'isotopes

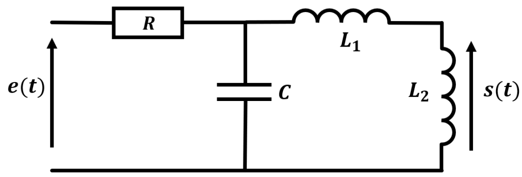
Des particules de charge $q > 0$ et de vitesse initiale $v > 0$ pénètrent, à travers une fente F_1, dans un espace où règne un champ électrique uniforme créé par deux plaques conductrices chargées distantes de d. La ddp entre les plaques est U. Il règne aussi dans le même espace un champ magnétique uniforme orthogonal à v.

1. Montrer que pour une valeur particulière v_0 de $\|\vec{v}\|$ et en choisissant le sens de $\vec{B}$, les particules peuvent avoir un mouvement rectiligne uniforme et passer par une fente F_2 aménagée en face de F_1. A.N. : $B = 0{,}10\,\text{T}$ et $E = 1{,}0 \times 10^4\,\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$
2. Le faisceau est constitué d'ions ${}^4_2\text{He}^{2+}$ et ${}^3_2\text{He}^{2+}$, de masses respectives $m_1 = 6{,}6 \times 10^{-27}\,\text{kg}$ et $m_2 = 5{,}5 \times 10^{-27}\,\text{kg}$. Ces ions, avant d'arriver dans le dispositif, ont été accélérés à partir d'une vitesse négligeable sous une même tension U_0. Montrer qu'en choisissant convenablement U, on peut recueillir l'un ou l'autre des isotopes en F_2.
3. A.N. : $U_1 = 100\,\text{V}$ permet de recueillir ${}^4_2\text{He}^{2+}$, quelle est la valeur U_2 de U qui permet de recueillir ${}^3_2\text{He}^{2+}$?

XIII DM de rentrée

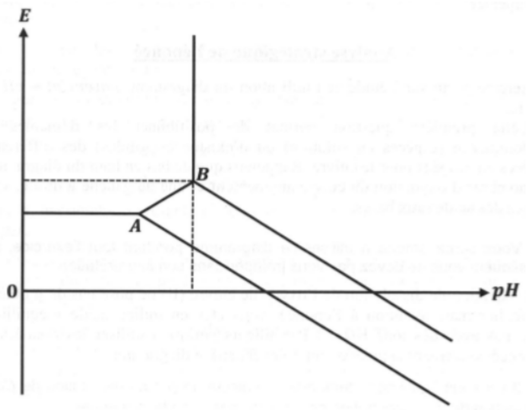
XIII.1 Électrocinétique 6 – Filtre de Hartley

Établir le diagramme de Bode du filtre ci-dessous. Quelle est sa nature ?



XIII.2 Chimie 9 – Diagramme E-pH du cuivre

Données :



Convention de tracé : $c_0 = 0{,}01\,\mathrm{mol\cdot L^{-1}}$.

Coordonnées du point B : $\mathrm{pH}_B = 5{,}5$ et $E_B = 0{,}37\,\mathrm{V}$.

$E°(Cu^{2+}_{(aq)}/Cu^{+}_{(aq)}) = 0{,}16\,\mathrm{V}$

$E°(Cu^{+}_{(aq)}/Cu_{(s)}) = 0{,}52\,\mathrm{V}$

$E°(O_{2(g)}/H_2O_{(\ell)}) = 1{,}23\,\mathrm{V}$

Les seules espèces envisagées dans la construction de ce diagramme sont : $Cu_{(s)}$, $Cu^{+}_{(aq)}$, $Cu^{2+}_{(aq)}$, $CuO_{(s)}$, et $Cu_2O_{(s)}$.

1. Déterminer le nombre d'oxydation du cuivre dans chacune des espèces envisagées. En déduire le diagramme nombre d'oxydation du cuivre en fonction du pH. Faire apparaître sur le diagramme E-pH les domaines d'existence ou de prédominance du cuivre à ses différents degrés d'oxydation. l'une des espèces envisagées du cuivre n'apparaît par sur le diagramme, pourquoi ?
2. Donner l'équation de dissolution en milieu acide de l'oxyde de cuivre (II), $CuO_{(s)}$. Quelle est la constante de cet équilibre ? Quel serait le pH de précipitation de $CuO_{(s)}$ si la concentration en ion $Cu^{2+}_{(aq)}$ était égale à $0{,}1\,\mathrm{mol\cdot L^{-1}}$? à $0{,}001\,\mathrm{mol\cdot L^{-1}}$? Conclure.
3. Quel est le potentiel standard du couple $Cu^{2+}_{(aq)}/Cu_{(s)}$?
4. Déterminer la pente de la droite AB, en déduire les coordonnées du point A.
5. Superposer au diagramme précédent le diagramme E-pH de l'eau. Commenter.

XIII.3 Thermodynamique 5 - Équilibres eau-glace

Données :

— Enthalpie massique de fusion de la glace : $\Delta_{\mathrm{fus}}h = 334\,\mathrm{kJ\cdot kg^{-1}}$.

— Capacités thermiques massiques de la glace et de l'eau liquide : $c_g = 2{,}09\,\mathrm{kJ\cdot K^{-1}\cdot kg^{-1}}$ et $c_\ell = 2{,}09\,\mathrm{kJ\cdot K^{-1}\cdot kg^{-1}}$

1. Un calorimètre thermiquement isolé et de capacité thermique négligeable contient une masse $M_\ell = 1{,}0\,\mathrm{kg}$ d'eau liquide, initialement à la température $T > T_0 = 0{,}0\,°\mathrm{C}$. Une masse $M_g = 1{,}0\,\mathrm{kg}$ de glace, initialement à la température $T_1 = -20\,°\mathrm{C}$, est ajoutée dans le calorimètre. Le tout se passe à pression atmosphérique normale.

   Exprimer et calculer la température minimale $T_{\min}$ de la masse M_ℓ d'eau liquide pour laquelle, à l'équilibre, toute l'eau est sous forme liquide.

2. Dans un récipient calorifugé (parois adiabatiques), on met en contact $m_g = 25{,}0\,\mathrm{g}$ de glace à $T_g = 0{,}0\,°\mathrm{C}$ et $m_\ell = 100\,\mathrm{g}$ d'eau liquide à $T_\ell = 15{,}0\,°\mathrm{C}$. La transformation est supposée isobare à $P_{\text{ext}} = 1{,}0\,\mathrm{bar}$.

Déterminer la température et la composition du système à l'état final.

Éléments de réponse

Avertissement : les résultats regroupés ci-dessous ont pour vocation de vous permettre de vérifier vos calculs, et parfois de vous guider dans la résolution de questions complexes. Ce ne sont en aucun cas des corrigés proprement rédigés. Donnés tels quels sur une copie de concours, ils récolteraient pour beaucoup un zéro (même si toutes les réponses sont justes).

I Jour 1 – éléments de réponse

I.1 Équations différentielles 1

Réponse indicielle d'un ordre 1. Voir cours.

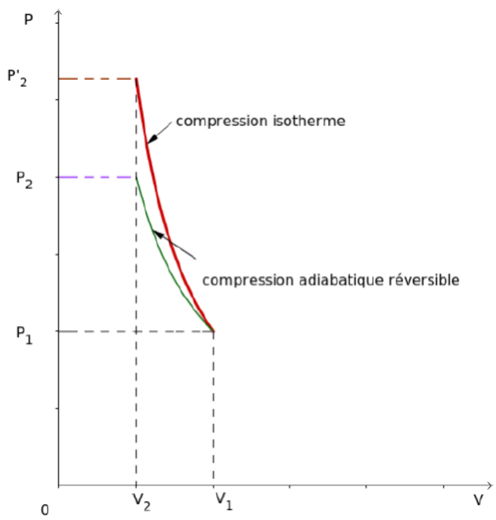
I.2 Chimie 1

1. Voir cours
2. Tableau d'avancement → lien entre K_s et solubilité s. Loi de Kohlrausch → lien entre σ et s.

   A.N. : $s = 1{,}54 \times 10^{-2}\,\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$ et $K = 1{,}4 \times 10^{-5}$
3. $\text{pH} = 12{,}5$
4. La solubilité diminue quand le pH augmente.

I.3 Thermodynamique 1

1. Supposons que cette évolution est isotherme :
   - **a)** $T_2 = T_1$ et $P_2 = \dfrac{P_1 V_1}{V_2}$
   - **b)** $\Delta U = 0$; $Q = -W$; $W = -P_1 V_1 \ln \dfrac{V_2}{V_1} > 0$
   - **c)** Isotherme donc pas d'échauffement
   - **d)** $\Delta S = nT \ln \dfrac{V_2}{V_1} = \dfrac{Q}{T_1} < 0$. On remarque $\Delta S = S_e$, donc $S_c = 0$, l'évolution est réversible.
2. Avec les lois de Laplace, $P_2' = P_1 \left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}$ et $T_2' = T_1 \left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$. Adiabatique donc $Q' = 0$ et $\Delta U = W' = C_v(T_2' - T_1) > 0$. Il y a échauffement car $T_2' > T_1$. Aucun échange ni création d'entropie.
3. $P_2' > P_2$
4. Ci-contre.
5. $W' > W$ en comparant les aires sous les courbes



II Jour 2 – éléments de réponse

II.1 Équations différentielles 2

Oscillateur harmonique. Voir cours.

II.2 Électrocinétique 1

1.

	u	i	i_1	i_2	i_3
$t = 0^+$	0	E/R	0	E/R	0
$t \to +\infty$	0	E/R	E/R	0	0

2.

$$\frac{\mathrm{d}^2 i_3}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{\mathrm{d}i_3}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 i_3 = 0$$

3. Le discriminant de l'équation caractéristique doit être négatif donc $Q > 1/2$. En notant $r = \frac{1}{\tau} \pm j\Omega$ les solutions de l'équation caractéristique, on obtient (après prise en compte des conditions initiales) :

$$i_3(t) = \frac{E}{rRC\Omega}\sin(\Omega t)\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$$

II.3 Induction 1

1. Conducteur mobile dans $\vec{B}$ fixe : induction, apparition d'une force de Laplace. Selon la loi de Lenz elle sera dirigé selon $-\vec{u}_x$

2. Loi de Faraday et loi des mailles : $-B_0 L\dot{x} = Ri$

3. Lois de Newton : $iB_0L = m\ddot{x}$. Il s'agit d'un couplage électro-mécanique car une grandeur mécanique intervient dans l'équation électrique et vice versa.

4. $v(t) = v_0 \exp\left(-\frac{(B_0L)^2}{mR}t\right)$ et $i(t) = -\frac{B_0L}{R}v(t)$.

III Jour 3 – éléments de réponse

III.1 Équations différentielles 3

Système du second ordre ; facteur de qualité $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{2}$. Il s'agit du régime critique.

III.2 Chimie 2

1. Mg : $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2$

2. $n = 3$ donc 3ème ligne (période), $3s^2$ donc 2ème colonne, c'est un alcalino-terreux

3. 2 électrons de valence.

4. On connait aussi les alcalins (1ère colonne), les halogène (avant dernière colonne), les gaz nobles (dernière colonne)

5. Mg^+ : $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$, comme le sodium et Mg^{2+} : $1s^2 2s^2 2p^6$, comme le néon.

6. Dans le tableau périodique, l'électronégativité augmente en allant vers le haut et vers la droite. Ainsi, on peut supposer que l'électronégativité de Mg est supérieure à celle de Na et Ca, mais inférieure à celle de Be et Al.

III.3 Mécanique 1

1. $E_c = \frac{1}{2}m\ell^2\dot{\theta}^2$ et $E_{pp} = mg\ell(1 - \cos\theta)$

2. La seule force non conservative est la tension du fil, qui ne travaille pas. On peut donc utiliser la conservation de l'énergie mécanique. On pose $e = \frac{2E_{m,i}}{m\ell^2}$ où $E_{m,i}$ est l'énergie mécanique initiale.

3. E_{pp} est une sinusoïde de moyenne $mg\ell$ et d'amplitude $mg\ell$.

4. Si $E_{m,i} < 2mg\ell$ (donc si $e < 4g/\ell$), le pendule est en oscillation autour d'une de ses positions d'équilibre stable ($\theta_{\text{éq}} = 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$). Si $e > 4g/\ell$, le pendule est en mouvement de rotation périodique dans un sens ou l'autre. Au cas limite $e = 4g/\ell$ le pendule s'arrête en position haute, ce qui est expérimentalement impossible (le modèle ne prend pas en compte l'annulation de la tension du fil).

IV Jour 4 – éléments de réponse

IV.1 Équations différentielles 4

Circuit d'ordre 1, l'établissement du courant dans la bobine suit une exponentielle, $\tau = L/R$.

IV.2 Électrocinétique 2

1.

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\dfrac{C_D}{C_D + C_0}}{1 - j\dfrac{1}{R_0 C_D \omega}}$$

Qui se simplifie pour $C_D \gg C_0$ en :

$$\underline{H}(j\omega) \simeq \frac{1}{1 - j\dfrac{1}{R_0 C_D \omega}} = \frac{jR_0 C_D \omega}{1 + jR_0 C_D \omega}$$

Il s'agit d'un passe haut (cf cours pour le tracé), la relation entre $u_e(t)$ et $u(t)$ dépend de la fréquence. On constante qu'en mode DC, on a au contraire $u_e'(t) = u(t)$.

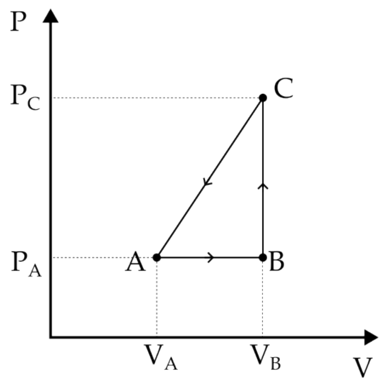
2. On note u_1 et u_2 les tensions mesurées au voies 1 et 2. On a $\underline{H}(j\omega) = \underline{u_2}/\underline{u_1}$. On mesure un gain de 0,7 et un déphasage de 0,74 rad (comparant le retard et la période des deux signaux). On remarque alors que le gain et le déphasage correspondent environs aux valeurs attendues à la pulsation de coupure : $G(\omega_c) = 1/\sqrt{2}$ et $\varphi(\omega_c) = \pi/4$. On en déduit que la fréquence de travail ($f \simeq 12\,\mathrm{Hz}$ est la fréquence de coupure $f_c = 1\,2\pi R_0 C_D$, d'où $C_D = 14\,\mathrm{F}$ (qui vérifie l'hypothèse).

3. Le signal de la voie 2 correspond à celui de la voie 1 filtré par un passe-haut de fréquence de coupure $f_c \simeq 12\,\mathrm{Hz}$. Le signal de la voie 1 est un créneau de fréquence mesurée $f \simeq 2{,}5\,\mathrm{Hz}$.

Le fondamental et les harmoniques de rangs 3 et 5 de ce créneau sont donc dans la gamme de fréquences où le filtre se comporte comme un dérivateur ($f < f_c$). La dérivée d'une constante étant nulle, le signal tend vers 0 pendant les plateau.

IV.3 Thermodynamique 2

On commence par tracer le cycle dans le diagramme (P, V) (ci-contre), et le reste n'est plus que mathématiques.



Pour déterminer le travail échangé au cours d'un cycle, les deux méthodes sont :

— l'addition directe $W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA}$, avec $W_{CA} = -\int P_{\text{ext}} \mathrm{d}V$. En supposant la transformation quasistatique, $P_{\text{ext}} = P(V) = aV + b$ (c'est une droite, dont on détermine l'équation grâce aux coordonnées de A et B : $a = 2{,}0 \times 10^7\,\mathrm{Pa \cdot m^{-3}}$ et $b = -1{,}0 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$).

— Le cycle étant parcouru dans le sens horaire, W est égal à l'aire du cycle (base$\times$hauteur/2)

On trouve $W = 1\,\mathrm{kJ}$.

V Jour 5 – éléments de réponse

V.1 Équations différentielles 5

On trouve $Q = 5$, le régime est pseudo-périodique.

V.2 Chimie 3

1. Par définition de la vitesse volumique de réaction :

$$v = -\frac{\mathrm{d}[\mathrm{ClO^-}]}{\mathrm{d}t} = k[\mathrm{ClO^-}]^2$$

En intégrant par séparation des variables :

$$\frac{1}{[\mathrm{ClO}^-](t)} = kt + \frac{1}{[\mathrm{ClO}^-](t=0)}$$

2. On dispose, à l'instant $t = 0$, d'une solution contenant des ions ClO^- à la concentration de $0{,}10\,\mathrm{mol\cdot L^{-1}}$.

a) 23 min

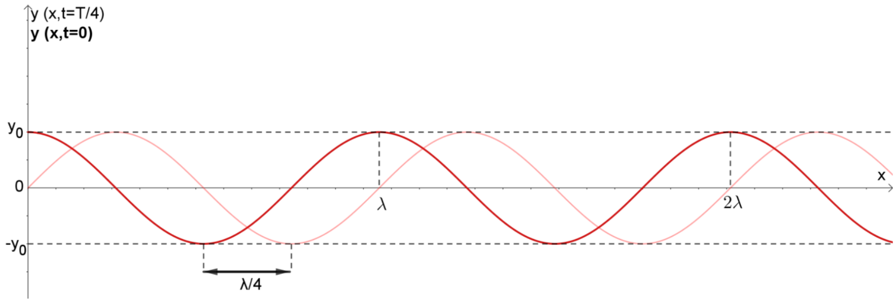
b) En utilisant la loi d'Arrhénius, on trouve E_a, puis un temps de 9,3 min.

V.3 Ondes 1

1. L'onde se déplace selon Ox dans le sens des x croissants.

2. $T = 2\times 10^{-15}\,\mathrm{s}$, $f = 5\times 10^{14}\,\mathrm{Hz}$, $\lambda = 600\,\mathrm{nm}$

3.



4. Pendant la durée $\Delta t = T/4$, l'onde parcourt la distance $d = cT/4 = \lambda/4$

VI Jour 6 – éléments de réponse

Mécanique 2

1. Bilan des forces : poids $\vec{P} = m\vec{g}$, tension du fil $\vec{T}$, force de Lorentz électrique $\vec{F} = q\vec{E}$. La projection en coordonnées polaires de la relation de la statique donne l'expression implicite $qE\cos\theta_{\text{éq}} = mg\sin\theta_{\text{éq}}$. Ou encore $\theta_{\text{éq}} = \arctan\dfrac{qE}{mg}$

2. Utiliser le PFD en coordonnées polaires.

3. Utiliser les développement limités du sinus et du cosinus à l'ordre 1. On trouve

$$\omega_0^2 = \frac{mg\cos\theta_{\text{éq}} + qE\sin\theta_{\text{éq}}}{m\ell}$$

4.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m\ell}{mg\cos\theta_{\text{éq}} + qE\sin\theta_{\text{éq}}}} < T_{\text{pendule simple}} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

NB : les plus tenaces en calcul d'entre vous pourrons remarquer que $\cos(\arctan x) = \dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ et $\sin(\arctan x) = \dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$, ce qui permet d'écrire la pulsation sous la forme suivante, plus facilement interprétable :

$$\omega_0^2 = \frac{g}{\ell}\sqrt{1+\left(\frac{qE}{mg}\right)^2}.$$

On constate que la pulsation augmente d'autant plus que la force électrique est forte par rapport au poids. Si $E = 0$, on retrouve bien entendu le cas du pendule simple.

Électrocinétique 3

1. $f \simeq 200\,\mathrm{Hz}$

2. $U_5 \simeq 3\,\mathrm{V}$

3. **a)** On commence par relier $udlU_c$ et $\underline{U}$ avec le pont diviseur de tension : $\underline{U_c} = \dfrac{1}{1+jRC\omega}\underline{U}$. On a donc $\underline{U_{cn}} = \dfrac{1}{1+jRC\omega_n}\underline{U_n}$ où $\omega_n = n\omega$.

b) L'amplitude de l'harmonique de rang 5 est $U_{c5} = |\underline{U_{c5}}| = \dfrac{1}{\sqrt{1+(5RC\omega)^2}}U_5$. AN : $U_{c5} = 2{,}5\,\mathrm{V}$

c) C'est un filtre passe-bas d'ordre 1, de fréquence de coupure $f_c = 1{,}6\,\mathrm{kHz}$. f_5 est située dans la même décade que f_c, elle est donc faiblement atténuée.

VII Jour 7 – éléments de réponse

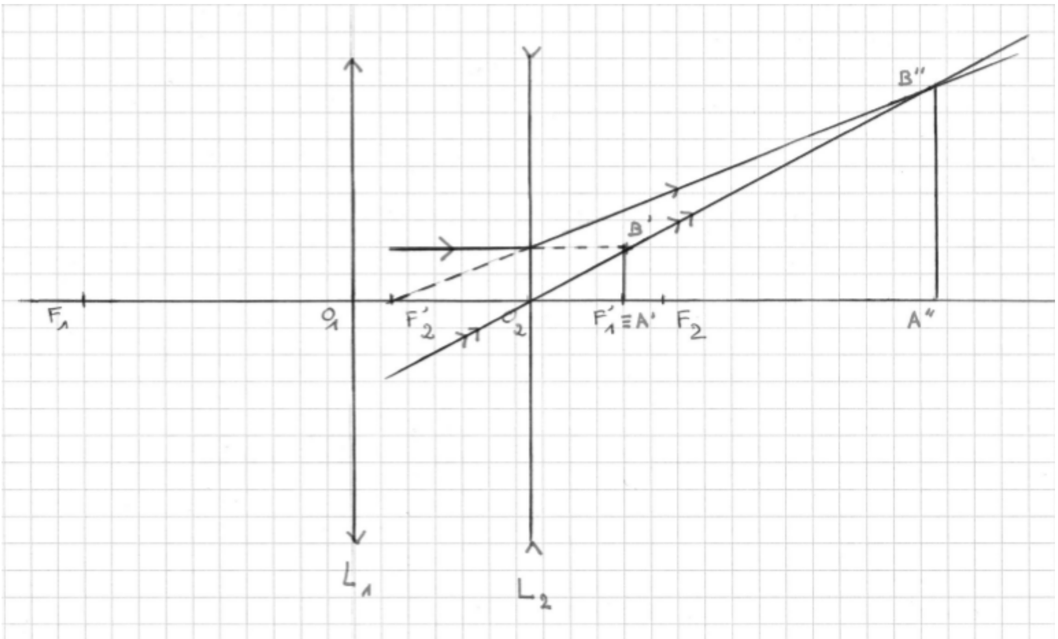
VII.1 Équations différentielles 6

Cf cours.

VII.2 Optique 1

1. $\overline{O_1A'} \simeq 50\,\mathrm{mm}$ et $\overline{O_2A'} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A'} = 18{,}8\,\mathrm{mm} > 0$ donc $A'B'$ est un objet virtuel pour L_2.

2. Construction :



$\overline{O_2A''} = 75{,}8\,\mathrm{mm}$; $\overline{A''B''} = -5\,\mathrm{mm}$. L'encombrement est l'espace occupé par l'objectif $E_1 = \overline{O_1A''} = 107\,\mathrm{mm}$.

3. Pour obtenir le même grandissement γ, il faut choisir $f'_3 = 20\,\mathrm{cm}$, qui correspond à un encombrement $E_3 = 200\,\mathrm{mm}$, quasiment deux fois plus grand que E_1, d'où l'intérêt de la lentille divergente.

VII.3 Chimie 4

1. Tableau récapitulatif :

Nature du domaine	Nom	Espèce
Existence	I	$Pb_{(s)}$
Prédominance	II	$Pb^{2+}_{(aq)}$
Existence	III	$PbO_{(s)}$
Existence	IV	$Pb_3O_{4(s)}$
Existence	V	$PbO_{2(s)}$

2. Nernst : $E_{V-II} = E^\circ(PbO_{2(s)}/Pb^{2+}_{(aq)}) - 0{,}12\,\text{pH}$. On lit graphiquement $E^\circ(PbO_{2(s)}/Pb^{2+}_{(aq)}) = 1{,}45\,\text{V}$

3. $O_{2(g)} + 4\,H^+_{aq} + 4\,e^- = 2\,H_2O_{(\ell)}$. Avec $P(O_2) = 1\,\text{bar}$, la formule de Nernst donne une pente de $-0{,}06\,\text{V}$ par unité de pH.

4. Le plomb (I) et l'eau ont des domaines disjoints pour $pH < 2{,}2$, le plomb est attaqué par l'eau pour former Pb^{2+}. Pour pH > 2, le plomb est stable dans l'eau.

5. $Pb_{(s)}$ et $PbO_{2(s)}$ ne partagent pas de frontière commune, il vont donc réagir :

$$PbO_{2(s)} + Pb_{(s)} + 4\,H^+_{(aq)} \rightleftharpoons 2\,Pb^{2+}_{(aq)} + 2\,H_2O_{[\ell)}$$

On parle de médiamutation.

VIII Jour 8 – éléments de réponse

VIII.1 Équations différentielles 7

Ordre 1 $\rightarrow$ décroissance exponentielle.

VIII.2 Thermodynamique 3

La variation d'entropie ne dépend pas du chemin suivi et sera donc la même pour les 3 méthodes :

$$\Delta S = nC_{v,m}\ln\left(\frac{T_F}{T_I}\right) + nR\ln\left(\frac{V_F}{V_I}\right) = nR\ln 2$$

L'entropie échangée vaut $S_e = Q/T_0$ avec Q le transfert thermique reçu par le gaz parfait de la part du thermostat à T_0. Il faut donc déterminer Q pour chaque méthode de transformation.

Pour cela, nous allons déterminer ΔU et W, puis en déduire $Q = \Delta U - W$ (1er principe).

Quelle que soit la méthode utilisée, $\Delta U = 0$ car $T_F = T_I$, et l'énergie d'un gaz parfait ne dépend que de la température.

Ainsi $Q = -W$ et $S_e = -W/T_0$, et l'entropie crée vaut $S_c = \Delta S - S_e$.

— Méthode 1 : transformation quasi-statique, isotherme ($PV =$ cste donc $W = -nRT_0\ln(2)$, $S_e = nR_l n2$, $S_c = 0$ (processus réversible).

— Méthode 2 : la détente brutale se fait contre la pression extérieure constante P_{ext}. On connaît l'état final : $P_F = \dfrac{nRT_0}{V_F} = P_{\text{ext}}$. Ainsi $W = -\displaystyle\int_I^F P_{\text{ext}}\mathrm{d}V = -\dfrac{nRT_0}{2}$. Entropies : $S_e = \dfrac{nR}{2}$ et $S_c = nR\left(\ln 2 - \dfrac{1}{2}\right)$

— Méthode 3 : la détente brutale se fait contre une pression nulle $P_{\text{ext}} = 0$ donc $W = 0$, $S_e = 0$ et $S_c = nR\ln 2$ (ce cas de figure assez théorique est souvent nommé *détente de Joule-Gay Lussac*).

VIII.3 Électrocinétique 4

1. $\ddot{q} + \dfrac{R}{L}\dot{q} + \dfrac{1}{LC}q = 0$. Qui s'écrit sous forme canonique avec $\omega_0^2 = \dfrac{1}{LC}$ et $\frac{\omega_0}{Q} = \dfrac{R}{L}$.

2. Avec $Q \gg 1$, la pseudo-pulsation vaut $\Omega \simeq \omega_0$. En utilisant les conditions initiales, on trouve $q(t) \simeq q_0\exp\left(-\dfrac{\omega_0}{2Q}t\right)\cos(\omega_0 t)$

3. Pseudo-période : $T \simeq \dfrac{2\pi}{\omega_0}$. La durée caractéristique du transitoire est : $\tau = 2Q/\omega_0 \gg T$

4. $i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$, donc $i(0) = 0$ par continuité du courant dans la bobine et $i(t) \simeq= -\omega_0 q_0\sin(\omega_0 t)\exp\left(-\dfrac{\omega_0}{2Q}t\right)$.

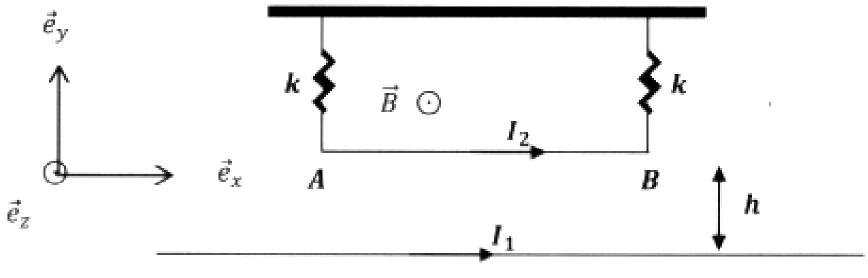
5. Graphique : les termes oscillants de q et i sont en quadrature de phase ; les deux grandeurs subissent la même décroissance exponentielle.

IX Jour 9 – éléments de réponse

IX.1 Mécanique 3

Cf cours.

IX.2 Induction 1



1. Le fil fixe, parcouru par un courant I_1, est à l'origine d'un champ $\vec{B}$. Le fil mobile constitue donc un conducteur parcouru par un courant I_2 et placé dans un champ $\vec{B}$, et il est donc soumis aux forces de Laplace.

   Le champ créé par le fil fixe est dirigé suivant le vecteur $\vec{u}_\theta$ des coordonnées cylindriques définies par rapport à l'axe du fil. Au niveau du fil mobile, $\vec{B}$ est selon $\vec{e}_y$ (voir schéma). Donc les forces de Laplace sont dirigées suivant $-\vec{e}_y$ si les courants sont positifs. Le fil 2 se rapproche du fil 1.
2. Calcul direct des forces de Laplace : la résultante vaut $\vec{F}_L = -\dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi h} AB\,\vec{e}_y$
3. Bilan des forces + relation de la statique : $k = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi h_1(h_0 - h_1)} AB$
4. On utilise $\vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}}\,E_p$, et on intègre selon y, la position du fil 2.
5. Les positions d'équilibre sont telles que $\dfrac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}y} = 0$. L'équilibre est stable si la dérivée seconde y est positive, instable sinon.

IX.3 Chimie 5 – Mélanges d'acides et de bases

Pour chaque cas, il faut tracer une échelle de pK_A et y positionner les espèces présentes à l'état initial. La règle du gamma permet de trouver la réaction favorisée : c'est celle qui a le plus grand gamma (dans le sens horaire), ou le plus petit gamma inverse (sens anti-horaire)

1. $HSO_4^- + HO^- \rightleftharpoons SO_4^{2-} + H_2O, \quad K° = 10^{12,1}$
2. $BO_2^- + H_2O \rightleftharpoons HBO_2 + HO^-, \quad K° = 10^{-4,8}$
3. $HClO + HCOO^- \rightleftharpoons ClO^- + HCOOH, \quad K° = 10^{-3,8}$

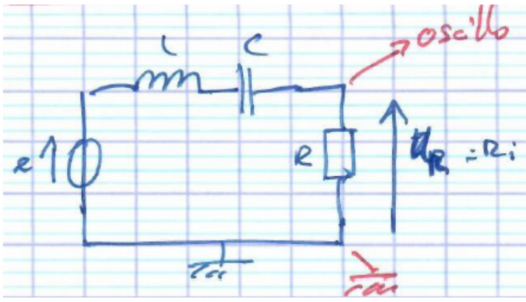
X Jour 10 – éléments de réponse

X.1 Chimie 6 – Cubique simple

1. Population 1, coordinence 6
2. $R = a/2$, compacité $\pi/6 \simeq 0{,}52$

X.2 Électrocinétique 5 – Courbe de résonance

1. On mesure la tension aux bornes de la résistance (attention au pb de masse de l'oscilloscope) :



2. Les lois de Kirchhoff donnent :

$$\underline{I_m} = \frac{1}{1 + j\left(\frac{L}{R}\omega - \frac{1}{RC\omega}\right)} \frac{E}{R} = \frac{1}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \frac{E}{R}$$

En posant $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ et $Q = \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}$ (on reconnaît un passe-bande d'ordre 2).

Il y a résonance quand $\omega = \omega_0$, et l'amplitude vaut alors $\max(I_m) = E/R$ on en déduit $R = 5{,}9\,\mathrm{k\Omega}$ par lecture graphique.

3. Graphiquement, la pulsation du maximum est telle que $10^{-4}\omega_0 = 1{,}0\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$, donc $\omega_0 = 1{,}0 \times 10^4\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$.

Pour déterminer L et C, il faut déterminer Q, et donc la largeur $\Delta\omega$ de la résonance. Cette dernière est définie par l'intervalle de pulsation telles que $I_m > \dfrac{\max(I_m)}{\sqrt{2}}$. On lit deux pulsations limites : $\omega_1 = 0{,}85 \times 10^4\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$ et $\omega_2 = 1{,}15 \times 10^4\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$, donc $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = 0{,}30 \times 10^4\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$.

Sachant que pour le passe bande, $Q = \dfrac{\omega_0}{\Delta\omega}$, on trouve $L = \dfrac{R}{\Delta\omega} = 2\,\mathrm{H}$ et $C = \dfrac{1}{L\omega_0^2} = 5\,\mathrm{nF}$.

4. $Q = 3{,}3$

X.3 Mécanique 4 – spire en rotation

1. Cette question doit être découpée en plusieurs étapes :

— On commence par chercher l'**équation électrique**. Selon la loi de Faraday, $e = -\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = \pi a^2 B\dot{\alpha}\sin\alpha$. Avec la loi d'Ohm on obtient

$$i = \frac{\pi a^2 B}{R}\dot{\alpha}\sin\alpha$$

— On cherche ensuite l'**équation mécanique**. On utilise pour cela le TMC projeté sur l'axe Oz, qui permet d'éliminer le moment du poids et de la tension du fil. Reste à calculer le moment des forces de Laplace. Ces dernières étant de résultante nulles, on utilise la formule $\vec{\Gamma}_L = i\vec{S} \wedge \vec{B}$, où $\vec{S}$ est le vecteur surface de la spire (orienté dans le sens du courant). On trouve finalement

$$\Gamma_z = \vec{\Gamma}_L \cdot \vec{e}_z = -i\pi a^2 B\sin\alpha$$

Le TMC s'écrit alors :

$$\frac{\mathrm{d}L_z}{\mathrm{d}t} = \Gamma_z$$

$$\frac{1}{2}ma^2\ddot{\alpha} = -i\pi a^2 B\sin\alpha$$

En injectant l'expression de i dans l'équation mécanique, on trouve finalement l'équation du mouvement :

$$\ddot{\alpha} + \frac{2(\pi a^2 B)^2}{mR}\dot{\alpha}\sin^2\alpha = 0$$

Cette équation est non-linéaire, et fort difficile à résoudre ! Il n'est pas possible de trouver explicitement $\alpha(t)$, mais la loi de Lenz permet d'affirmer que l'effet de l'induction sera opposé à sa cause, qui est la vitesse angulaire initiale. Nous sommes donc en présence d'un phénomène de freinage inductif : la spire va finir par s'arrêter.

2. En intégrant l'équation du mouvement, on trouve :

$$\dot{\alpha} + \frac{(\pi a^2 B)^2}{mR} \left(\alpha - \frac{1}{2} \sin(2\alpha) \right) = \dot{\alpha}_0$$

3. Lorsque la spire s'arrête, $\dot{\alpha} = 0$ et $\alpha = \alpha_f$. D'après l'équation précédente,

$$\frac{(\pi a^2 B)^2}{mR} \left(\alpha_f - \frac{1}{2} \sin(2\alpha_f) \right) = \dot{\alpha}_0$$

4. Pour donner une interprétation énergétique, il faut :

- multiplier l'équation électrique par i, ce qui donne une première relation sur les puissances
- multiplier l'équation mécanique par la $al\dot{p}ha$, ce qui donne une seconde relation.
- combiner les deux relations en éliminant le terme commun.

On trouve littéralement :

$$J_z \ddot{\alpha} \dot{\alpha} = -Ri^2$$

et sachant que $E_c = \dfrac{1}{2} J_z \dot{\alpha}^2$ pour un solide en rotation autour d'un axe fixe, la relation se réécrit :

$$\frac{\mathrm{d}E_c}{\mathrm{d}t} = -Ri^2 < 0$$

Interprétation : la diminution de l'énergie cinétique de la spire au cours du temps est égale à la puissance dissipée par effet Joule dans la spire. Il s'agit bien d'un phénomène de freinage par induction.

XI Jour 11 – éléments de réponse

XI.1 Optique 2 – Réflexion totale

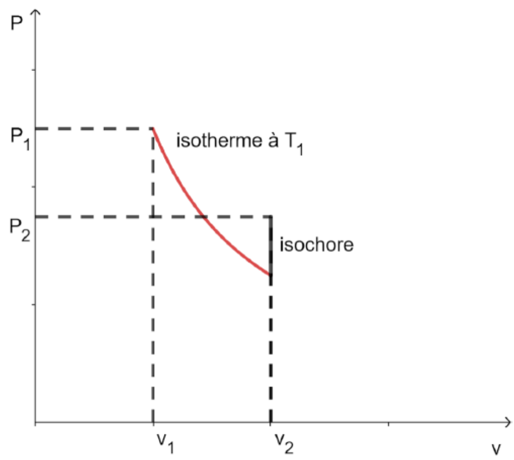
Cf cours.

XI.2 Thermodynamique 4 – Transformation selon deux chemins différents

1. Le travail est nul pour l'isochore et vaut $W_{\text{isoT}} = -nRT_2 \ln(2)$ lors de l'isotherme. On calcule Q à l'aide du premier principe et de la première loi de Joule : $Q = \Delta U - W = C_v(T_2 - T_1) - W$.

2. La détente s'effectue maintenant par une détente isotherme suivi d'un chauffage isochore.

a) Dans le diagramme (P, V) (identique au diagramme de Clapeyron car le système fermé) :



b) Avec les mêmes méthodes, $W' = -nRT_1 \ln(2)$ et $Q' = C_v(T_2 - T_1)$.

3. $Q\ neqQ'$ et $W \neq W'$, autrement dit ils dépendent du chemin suivi, ce ne sont pas des fonctions d'état.

XI.3 Chimie 7 – Titrage de l'acide citrique

1. Élimination du CO_2 dissous (boisson gazeuse). Il est nécessaire de l'éliminer car c'est un acide faible qui serait titré en même temps que l'acide citrique.
2. Pipette jaugée.
3. $[Na^+] = [HO^-] = 0{,}10\,\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$
4. Les courbes 1 à 4 donnent le pourcentage de chacune des espèces (respectivement H_3A, H_2A^-, HA^{2-}, et A^{3-}) en fonction du volume de soude versé V. Plus V est grand plus le pH augmente et plus les espèces basiques sont majoritaires.
5. Lorsque $[H_3A] = [H_2A^-]$, alors $\mathrm{pH} = \mathrm{p}K_A(H_3A/H_2A^-)$ (formule d'Henderson). En lisant le pH au volume d'intersection des courbes 1 à 4, on trouve des pK_A de 3,0, 4,7, et 6,2 pour les trois couples successifs.
6. Il y a trois réactions :
$$H_3A + HO^- \rightleftharpoons H_2A^- + H_2O \qquad K_1^\circ = 10^{11,0}$$
$$H_2A^- + HO^- \rightleftharpoons HA^{2-} + H_2O \qquad K_2^\circ = 10^{9,3}$$
$$HA^{2-} + HO^- \rightleftharpoons A^{3-} + H_2O \qquad K_3^\circ = 10^{7,8}$$
7. Toutes les réactions sont quantitatives, mais les rapports de leurs constantes d'équilibre deux à deux sont inférieurs à 10^4. Dans ce cas les trois acides sont titrés en même temps.
8. Écrire les tableaux d'avancement. À l'équivalence, $\xi = [HO^-]V_{\text{éq}} = 3[H_3A]V_0$.

   A.N. $[H_3A] = 8{,}00 \times 10^{-3}\,\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$

XII Jour 12 – éléments de réponse

XII.1 Chimie 8 – Cubique centré

1. Population 2, coordinence 8.
2. $R = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. Compacité $\mathcal{C} = \dfrac{\pi\sqrt{3}}{8} = 0{,}68$.

XII.2 Ondes 2 - Trous d'Young

1. Cf cours, $\delta(M) = -\dfrac{ax}{D}$
2. Formule de Fresnel (la démonstration n'est pas directement demandée) : $I(M) = 2I_0\left(1 + \cos\left(\dfrac{2\pi}{\lambda}\dfrac{ax}{D}\right)\right)$.

   Interfrange $i = \dfrac{\lambda D}{a}$.
3. $\delta(M) = 0$ donc $x = 0$
4. $(S_1M) - (S_2M)$ reste identique. Mais $(SS_1) - (SS_2) = (n-1)e$. Donc $\delta(M) = (n-1)e - \dfrac{ax}{D}$
5. Ici $\delta(M) = 0$ ssi $x = \dfrac{D(n-1)e}{a}$.
6. Le nombre de franges qui ont défilé est $N = \dfrac{x}{i} = \dfrac{(n-1)e}{\lambda}$
7. $e = 12{,}5\,\mu\mathrm{m}$.

XII.3 Mécanique 5 – Séparateur d'isotopes

1. Il faut que les forces qui s'appliquent sur les particules se compensent : $q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) = \vec{0}$. $\vec{E}$ est dirigé selon $+\vec{u}_y$ et $\vec{v}$ selon $+\vec{u}_x$, donc $\vec{B}$ doit être dirigé selon $+\vec{u}_z$ et $v_0 = \dfrac{E}{B}$. A.N. : $v_0 = 1{,}0 \times 10^5\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.
2. On détermine les vitesses initiales des deux types d'ions à l'aide du TEM : $\Delta E_c = -\Delta E_p$ donc $\dfrac{1}{2}m_1 v_{01}^2 = 2eU_0$.

   Ainsi $v_{01} = \left(\dfrac{4eU_0}{m_1}\right)^2$ et $v_{02} = \left(\dfrac{4eU_0}{m_2}\right)^2$. On remarque que les vitesses initiales sont différentes.

Pour que les ions de masse m_1 passent par la fente, il faut $v_{01} = \dfrac{E}{B} = \dfrac{U_1}{d \cdot B}$ (idem avec U_2 pour les ions de masse m_2).

3. On peut démontrer $\dfrac{U_2}{U_1} = \left(\dfrac{m_1}{m_2}\right)^{1/2}$, soit $U_2 = 115\,\mathrm{V}$.

XIII Jour 13 – éléments de réponse

Ce dernier jour de révision constitue le DM de rentrée