

DS de physique n°1 (durée : 4h)

L'usage des calculatrices est interdit.

AVERTISSEMENT

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, **la clarté et la précision** des raisonnements entrent pour une **part importante** dans **l'appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne sont pas pris en compte. Les résultats numériques doivent être donnés impérativement avec leurs unités. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

Il est notamment recommandé de noter clairement les numéros des questions traitées.

La calculatrice étant interdite, le candidat pourra être amené lors des calculs numériques à procéder à des simplifications.

Les candidats feront les arrondis qu'ils jugent nécessaires pour fournir des résultats numériques à un ou deux chiffres significatifs, ce dernier point étant laissé à l'initiative du candidat. Les calculs numériques entreront pour une part importante du barème.

Les différentes parties du problème proposé sont indépendantes et peuvent être traitées séparément.

Etudes de quelques capteurs et systèmes utilisant des ALI

La plupart des dispositifs étudiés dans ce problème comportent des amplificateurs linéaires intégrés. Il est important de se rappeler les principales propriétés de ce composant.

Partie I : Généralités sur les ALI

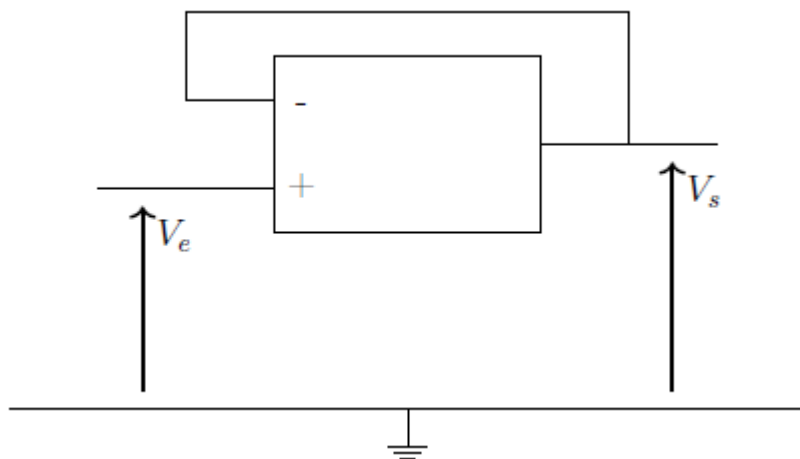
Dans cette partie, on considère un ALI alimenté en $+15/-15$ Volts par une alimentation à point milieu. On admettra que les tensions de saturation haute et basse sont $+/-15$ Volts.

Q1. On considère un amplificateur linéaire intégré de type standard en régime continu indépendant du temps.

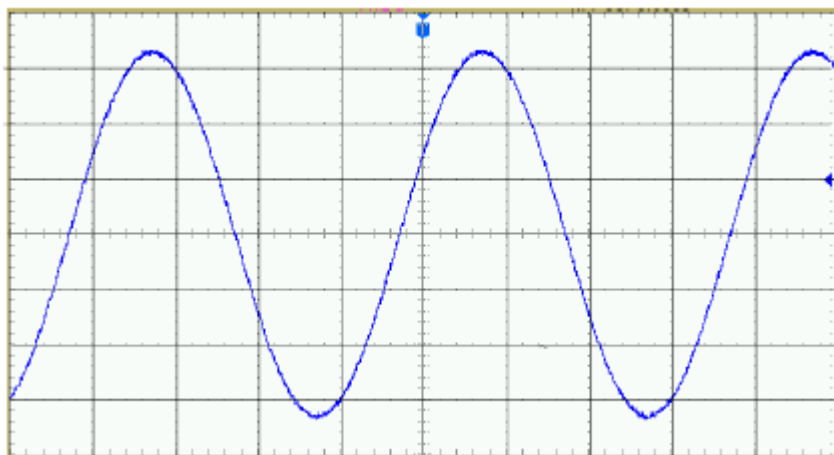
- a)** Donner les ordres de grandeur des courants électriques d'entrée, des résistances d'entrée et de sortie et du gain statique.
- b)** Donner la relation entre la tension de sortie et la tension différentielle d'entrée en fonctionnement linéaire.
- c)** Représenter la tension de sortie en fonction de la tension différentielle d'entrée, en indiquant clairement la partie correspondant au régime linéaire et celle correspondant au régime saturé. On donnera un ordre de grandeur du domaine de fonctionnement linéaire.

Q2. On considère le modèle de l'ALI idéal. Que deviennent les grandeurs mentionnées à la question Q1.a) ? Représenter la tension de sortie en fonction de la tension différentielle d'entrée dans le cas de ce modèle.

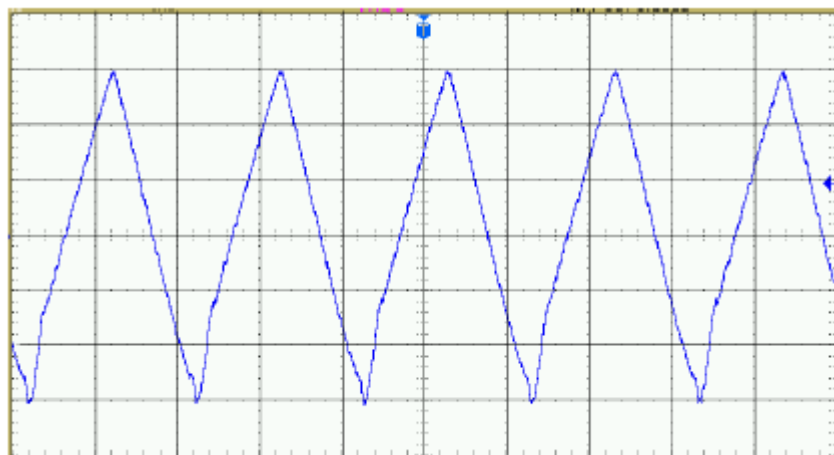
Q3. On s'intéresse au montage représenté ci-dessous. L'ALI est supposé idéal et fonctionnant en régime linéaire. Montrer que $V_s = V_e$. Comment s'appelle ce montage ? Donner un exemple illustrant son intérêt.



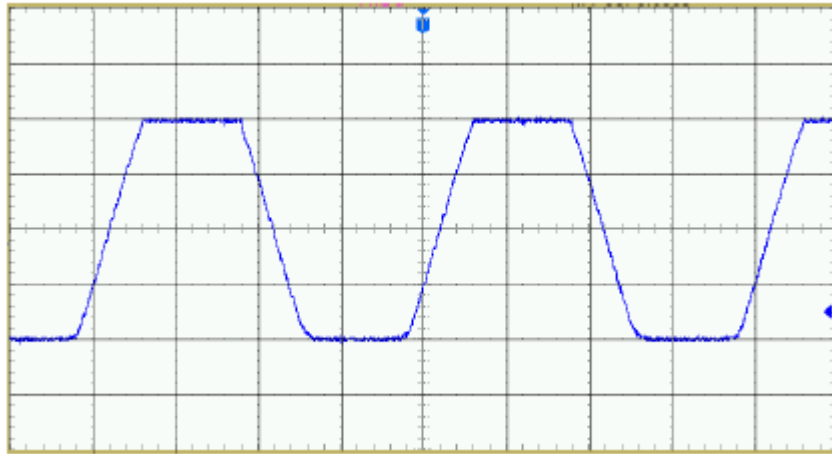
Q4. On alimente ce montage avec en entrée la tension dont l'oscillogramme est donné ci-dessous. Les réglages sont 2 V/div et $100 \mu\text{s/div}$, quelles sont les caractéristiques de cette tension ? Peut-on raisonnablement penser observer la même chose en sortie ?



Q5. Toutes choses égales par ailleurs, on augmente la fréquence et l'on observe en sortie la tension ci-dessous. Les réglages sont 2 V/div et $1 \mu\text{s/div}$. Quelle caractéristique de l'ALI est ainsi mise en évidence ? Evaluer sa valeur numérique.



Q6. On revient à la fréquence de la question Q4, et l'on ajoute une résistance de charge $R_0 = 160 \, \Omega$ entre la sortie et la masse. On obtient l'oscillogramme ci-dessous. Les réglages sont $2 \, \text{V/div}$ et $100 \, \mu\text{s/div}$. Pourquoi ne peut-il s'agir d'une saturation en tension ? Quelle caractéristique de l'ALI est ainsi mise en évidence ? Evaluer sa valeur numérique.



Q7. On considère un montage amplificateur non inverseur utilisant un ALI et 2 résistances notées R_1 et R_2 .

- Donner le schéma de ce montage (R_2 connectée à la sortie). On représentera sur ce schéma les tensions d'entrée V_e et de sortie V_s .
- Établir la relation entre V_e et V_s en supposant l'ALI idéal et fonctionnant en régime linéaire. On donnera l'expression du gain de ce montage.
- On se place en régime continu (la tension d'entrée est une tension continue). Établir la relation entre V_e et V_s dans le cas d'un ALI réel de type standard fonctionnant en régime linéaire.
- Proposer des valeurs pour les résistances afin d'obtenir des gains de 10, 100 et 1000. Jusqu'à quelle valeur de gain peut-on aller avec un tel montage si la tension d'entrée est continue ? Si la tension d'entrée est sinusoïdale de fréquence 10 kHz ? (de simples ordres de grandeur sont attendus).
- On alimente ce montage, en prenant un gain de 10, avec la tension d'entrée de la question Q4. Dessiner l'allure de la tension attendue en sortie.

Partie II : Compteur d'impulsions

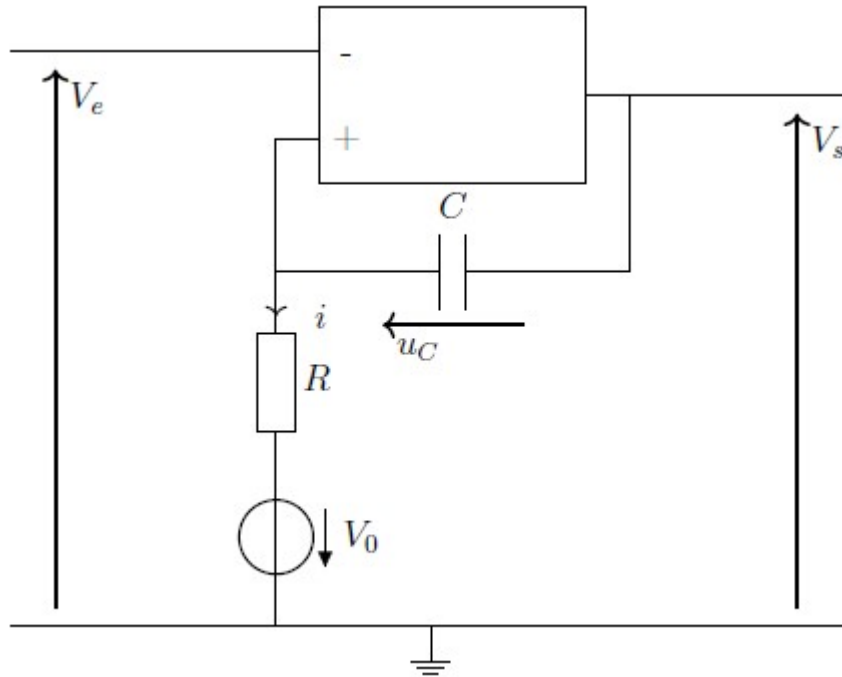
Le montage ci-après (page suivante) permet de réaliser un compteur d'impulsions analogique.

L'ALI est alimenté en $+V_{cc}$ / $-V_{cc}$ avec $V_{cc} = 7 \, \text{Volts}$ par une alimentation à point milieu.

Dans toute cette partie, il fonctionne en régime saturé et les tensions de saturation $+V_{sat}$ et $-V_{sat}$ sont considérées comme égales aux tensions d'alimentation $+V_{cc}$ et $-V_{cc}$.

Les courants d'entrée sont supposés nuls et l'on considérera que le temps de réponse de l'ALI est négligeable (on bascule de $+/-V_{sat}$ à son opposé de manière instantanée).

On prend pour ce montage $R = 10 \, \text{k}\Omega$, $C = 650 \, \text{nF}$ et $V_0 = 1 \, \text{V}$.



Q8. Quelle est la valeur de i en régime stationnaire (régime indépendant du temps) ? De V_+ ? Justifier le fait que $V_s = -V_{sat}$ en régime stationnaire si $V_e = 0$. Quelle est alors la valeur de u_C ?

Q9. A $t = 0$, on envoie en entrée une impulsion *très brève* de durée Δt : V_e passe *instantanément* de 0 à -5 Volts puis, un temps Δt plus tard, repasse à 0 (toujours *instantanément*). Représenter cette impulsion.

Q10. Que signifie *très brève* pour Δt ? On précisera la grandeur caractéristique du circuit avec laquelle il faut comparer Δt et l'on rappellera le sens physique de cette grandeur. En déduire une condition sur Δt . Expliquer pourquoi la valeur de u_C ne varie quasiment pas entre $t = 0$ et $t = \Delta t$.

Q11. Expliquer pourquoi le passage de V_e de 0 à -5 Volts à $t = 0$ fait basculer la sortie à $+V_{sat}$, et pourquoi le retour à 0 à $t = \Delta t$ ne provoque pas un autre basculement.

Q12. Montrer que, suite au basculement (on prend $t = 0$ au moment du basculement), u_C évolue de la manière suivante :

$$u_C = 2 V_{sat} e^{\left(-\frac{t}{\tau}\right)} - (V_{sat} + V_0)$$

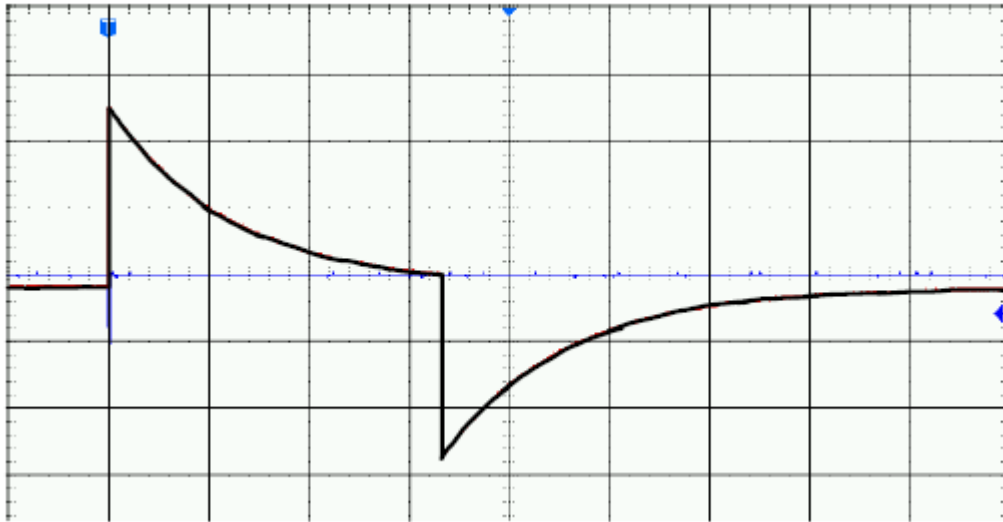
Donner l'expression de τ .

Q13. A quel instant t_1 la sortie va-t-elle repasser en saturation basse ? Donner l'expression en fonction de R , C , V_{sat} et V_0 et faire l'application numérique. On donne $\ln(14) \approx 2,6$.

On donne ci-après (page suivante) un enregistrement de la tension V_+ suite à une impulsion.

L'instant $t = 0$ est décalé à une division après la gauche de l'écran.

Les réglages sont 5 V/div et 5 ms/div.



Q14. Justifier les valeurs prises par V_+ pour $t < 0$, à $t = 0^+$ et la valeur minimale de V_+ . Donner la loi d'évolution de V_+ lors de la première phase ($0 < t < t_1$).

Q15. Sur la même échelle de temps que l'enregistrement précédent, représenter l'évolution des tensions u_C et V_s .

Le montage reçoit en entrée des impulsions périodiques, toujours de largeur Δt et avec une période T , dans le but de pouvoir mesurer la fréquence f de ces impulsions.

Q16. Quelle condition doit respecter T vis-à-vis des caractéristiques du montage ?

Q17. Représenter sur un même graphe, sans échelle mais en respectant les conditions des questions Q10 et Q16, les tensions V_e et V_s (sur au moins une période T et au plus deux). Indiquer clairement les trois temps caractéristiques.

Q18. Donner l'expression de la valeur moyenne $\langle V_s \rangle$ de V_s en fonction de V_{sat} , f et t_1 .

Q19. Quel type de filtre pourrait-on utiliser en aval du montage précédent pour obtenir $\langle V_s \rangle$? Préciser comment il doit être branché (faire un schéma) et proposer des valeurs pour ses composants si $f = 10 \text{ Hz}$.

Q20. On souhaite obtenir avec un voltmètre une tension directement proportionnelle à f . Expliquer comment compléter le montage en aval du filtre pour obtenir ce résultat.

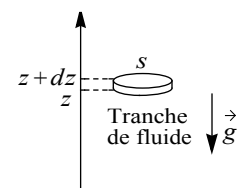
Partie III : Mesure de la température et de la profondeur d'un lac de montagne

Q21. Question préliminaire

Le référentiel terrestre est supposé galiléen. On considère un fluide au repos dans le champ de pesanteur uniforme. On appelle $P(z)$ la pression à la cote z .

Faire un bilan des forces s'exerçant sur une tranche de fluide de base s , comprise entre les côtes z et $z + dz$ (figure ci-contre).

En déduire l'équation différentielle vérifiée par $P(z)$.



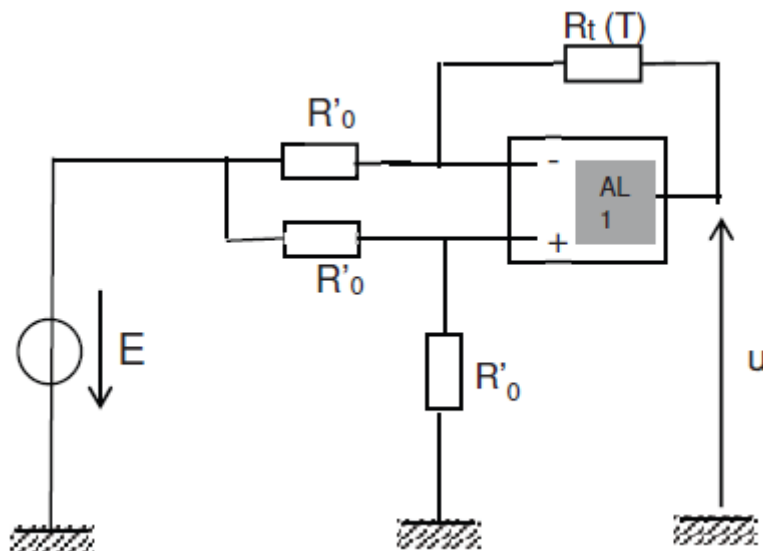
En été, la température du lac fluctue entre 18 °C et 24 °C (soit entre 291 K et 297 K).

On considère que la pression atmosphérique vaut $P_0 = 1$ bar.

Pour mesurer la température, on insère dans le montage ci-dessous une résistance R_t qui varie de façon quasi-affine avec la température autour de la valeur T_0 , selon la loi :

$$R_t(T) = R'_0 [1 + \alpha (T - T_0)]$$

avec $R'_0 = 5000 \, \Omega$, $\alpha = -2.10^{-2} \, K^{-1}$ et $T_0 = 294 \, K$



Le montage comprend un générateur idéal de tension continue de force électromotrice $E = 400 \, V$ et un ALI (AL1) supposé idéal dont l'alimentation (+ 15 V, - 15 V) n'est pas représentée.

La tension de saturation est $U_{sat} = 15 \, V$.

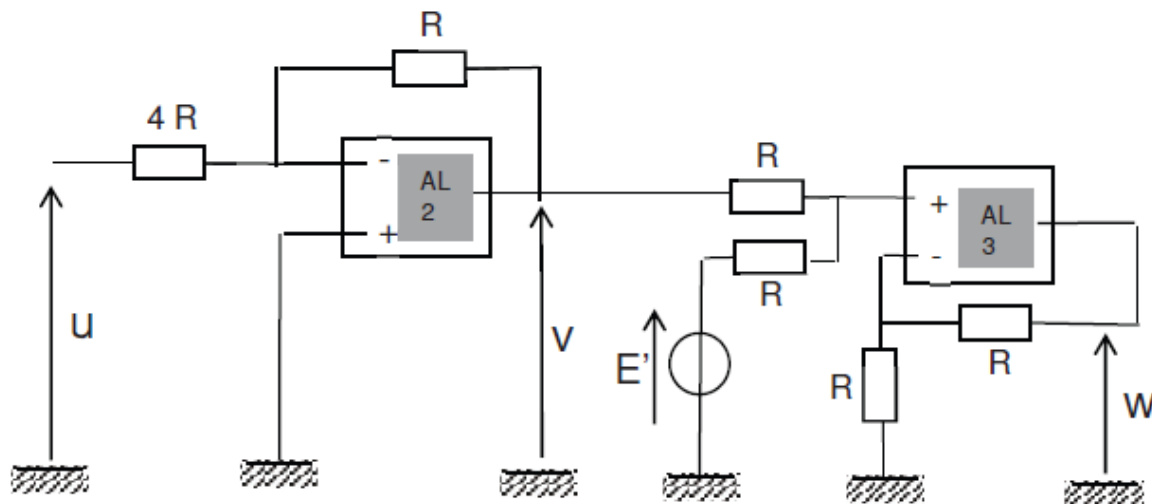
Q22. Pourquoi peut-on envisager un fonctionnement en régime linéaire ? Que vaut alors la tension d'entrée ($V^+ - V^-$) de l'ALI ?

Q23. En supposant un fonctionnement linéaire de l'ALI, déterminer la tension de sortie u du montage en fonction de E , α et de la différence $(T - T_0)$.

Q24. Vérifier que pour la plage de température considérée, l'hypothèse du régime linéaire est validée.

La tension u précédente est placée à l'entrée du montage suivant dans lequel AL2 et AL3 sont des ALI supposés idéaux et fonctionnant en régime linéaire, identiques à AL1 et alimentés de la même façon.

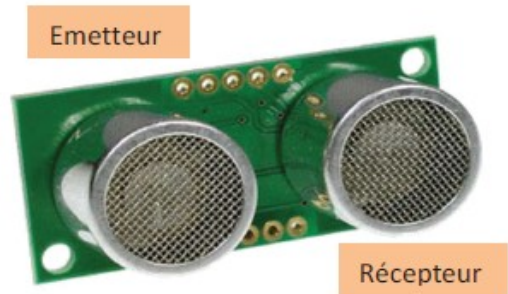
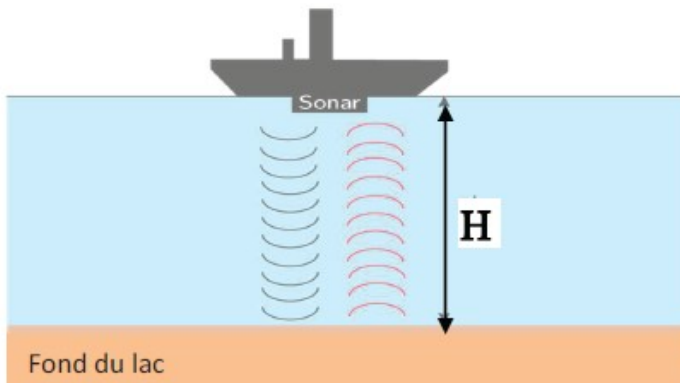
On donne $R = 1 \, k\Omega$.



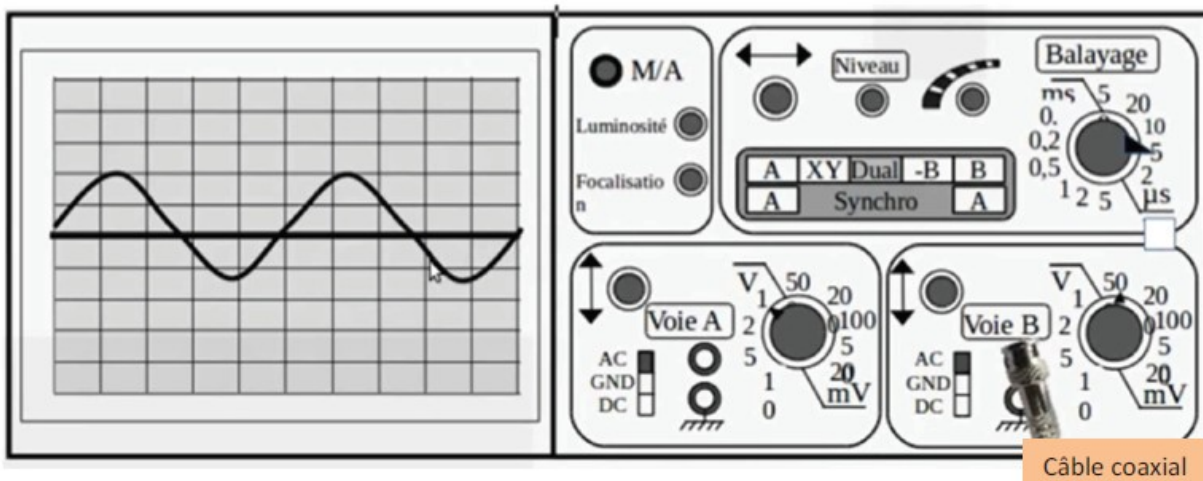
Q25. Exprimer v en fonction de u , puis w en fonction de v et E' .

Q26. Montrer que pour une valeur bien choisie de E' que l'on précisera, la tension w correspond exactement à la température θ exprimée en °Celsius. (On rappelle $\theta(^{\circ}\text{C}) = T(\text{K}) - 273$).

On souhaite mesurer la profondeur H du lac à l'aide d'un sonar comportant un émetteur et un récepteur :



Le sonar émet des impulsions électriques qui sont converties en ondes ultrasonores par l'émetteur. Après réflexion sur le fond du lac, l'onde revient vers le sonar, et le récepteur convertit l'onde réfléchiée en un signal électrique. Les signaux électriques sont observés sur l'oscilloscope ci-dessous. La vitesse de propagation des ultrasons dans l'eau est égale à $1,5 \cdot 10^3 \text{ m.s}^{-1}$.



Q27. Déterminer la fréquence f des signaux émis.

Q28. On mesure la durée $\tau = 40 \text{ ms}$ qui sépare la réception et l'émission de l'impulsion. Déterminer la valeur de la profondeur H du lac.

Q29. Exploiter l'équation différentielle déterminée à la question Q21 pour évaluer la pression en bar au fond du lac, en précisant les valeurs numériques des grandeurs utiles.

On souhaite vérifier la valeur de cette pression à l'aide d'un capteur magnétique.

Le capteur inductif de pression est formé par une bobine à l'intérieur de laquelle on introduit un barreau ferromagnétique. Cette introduction fait varier son inductance propre.

Le barreau pénètre plus ou moins dans la bobine sous l'effet d'une augmentation de la pression P par rapport à la pression atmosphérique P_0 et l'on admet que l'inductance devient alors :

$$L_1 = L_0 \left(1 + \beta \frac{P - P_0}{P_0} \right)$$

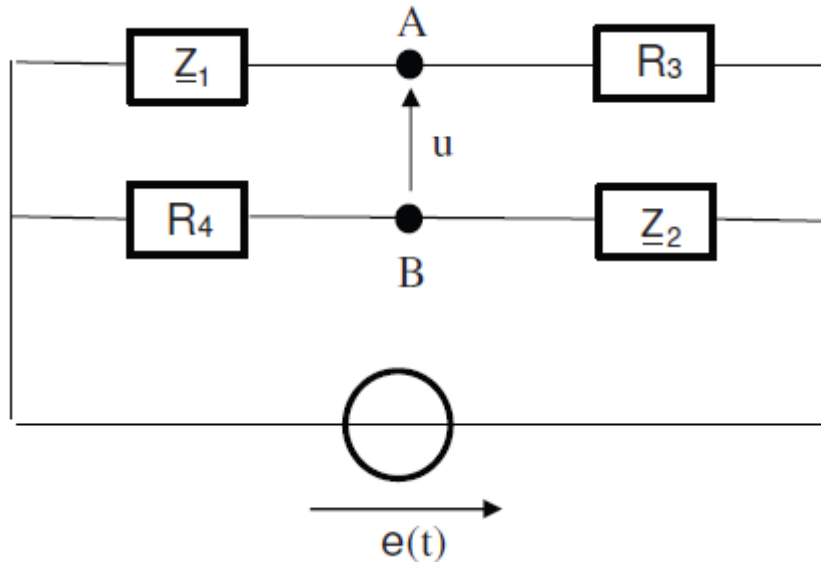
avec $L_0 = 25 \text{ mH}$, $\beta = 0,1$ et $P_0 = 1 \text{ bar}$.

Pour mesurer la valeur de L_1 , on utilise le circuit suivant alimenté par un générateur de tension sinusoïdale $e(t)$ de pulsation ω , et étudié en régime permanent (i.e. établi).

La bobine est modélisée par l'association série d'une inductance L_1 et d'une résistance interne R_1 ; on notera $\underline{Z}_1$ son impédance complexe.

Dans ce circuit, $\underline{Z}_2$ est l'impédance correspondant à l'association parallèle d'un condensateur de capacité C_2 réglable et d'un résistor de résistance R_2 réglable.

R_3 et R_4 sont deux résistors de résistances fixes.



Q30. Exprimer les impédances $\underline{Z}_1$ et $\underline{Z}_2$.

La mesure consiste à régler R_2 et C_2 de façon à ce que la tension u entre les points A et B soit nulle.

Q31. Montrer que l'on a la relation : $\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2 = R_3 \cdot R_4$.

Q32. En déduire les expressions de R_1 et L_1 en fonction de R_2 , R_3 , R_4 et C_2 .

On fixe $R_3 = 100 \, \Omega$ et $R_4 = 10 \, \Omega$, et l'on mesure $R_2 = 100 \, \Omega$ et $C_2 = 32,5 \, \mu F$.

Q33. Calculer R_1 et L_1 , puis vérifier que cette dernière valeur est compatible avec la valeur de la pression P attendue.

Partie IV : Oscillateurs électroniques

Le premier oscillateur auquel on s'intéresse est un oscillateur de relaxation. Cet oscillateur associe un comparateur à hystérésis et un circuit RC.

Dans un premier temps on considère le comparateur à hystérésis (Figure F1 ci-après, page suivante).

L'ALI noté U0 est supposé idéal. Il est alimenté sous les tensions $\pm 15 \, V$ et l'on considère que la tension de saturation vaut $V_{sat} = 14 \, V$.

On choisit des résistances parmi la série E12 à 10 % de précision : $R_1 = 1,8 \, k\Omega$ et $R_2 = 2,2 \, k\Omega$.

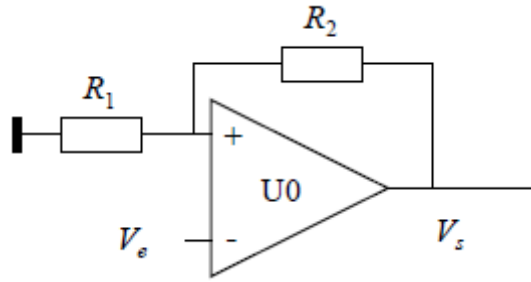


Figure F1 : Comparateur à hystérésis.

Q34. Que peut-on dire du fonctionnement du circuit U0 ?

Q35. Exprimer la tension de l'entrée (+), notée V^{+} , en fonction des éléments du schéma et de la tension V_s .

Q36. La tension V_e croît de -15 V à $+15\text{ V}$. Montrer qu'il existe une tension de basculement. Tracer la courbe donnant V_s en fonction de V_e ; préciser quelques valeurs numériques permettant un tracé relativement satisfaisant de cette courbe.

Q37. Même question si maintenant la tension V_e décroît de $+15\text{ V}$ à -15 V . Tracer la courbe donnant V_s en fonction de V_e sur le même graphe qu'à la question précédente, mais avec une couleur différente.

Pour tester le comparateur à hystérésis on impose à présent, à l'aide d'un générateur de fonctions, une tension $V_e(t)$, triangulaire, symétrique, de période T et d'amplitude $E = 15\text{ V}$ (voir Figure F2).

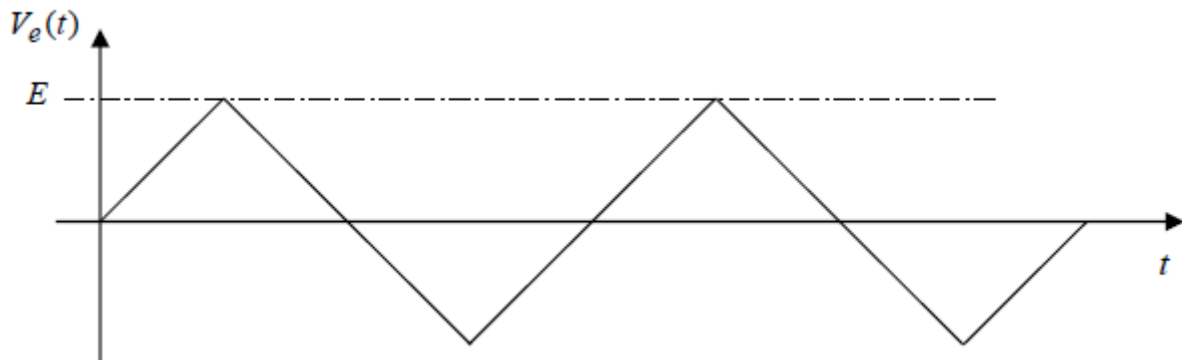


Figure F2 : Signal de test appliqué au comparateur.

Q38. Reproduire cette courbe sur la copie et y superposer le tracé de la courbe donnant $V_s(t)$ en fonction du temps, à la même échelle.

Le comparateur étudié précédemment est maintenant associé à un circuit RC selon le schéma de la Figure F3 ci-après, page suivante).

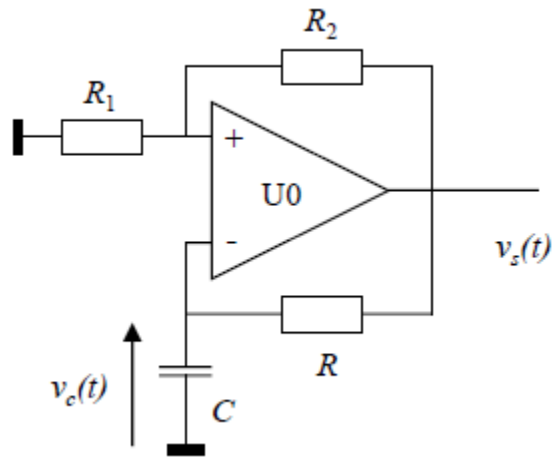


Figure F3 : Schéma de l'oscillateur.

A la mise sous-tension on observe assez rapidement un régime périodique avec une succession de phases de croissance puis de décroissance de v_c . La Figure F4 ci-dessous donne les enregistrements à l'oscilloscope de $v_s(t)$ (voie C1) et de $v_c(t)$ (voie C2) en fonction du temps.

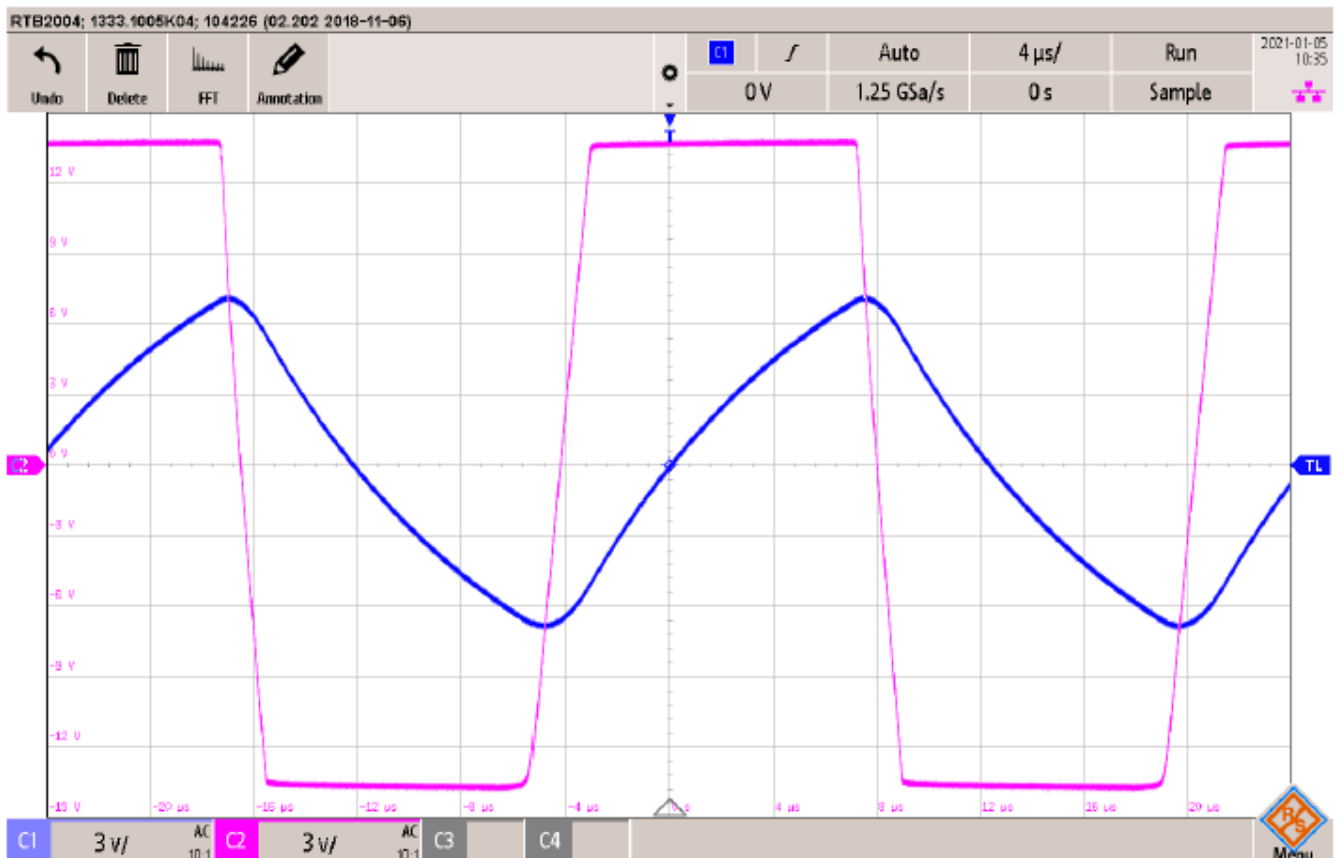


Figure F4 : Enregistrement des signaux fournis par l'oscillateur de relaxation.

La sensibilité horizontale est de $4 \mu\text{s}/\text{div}$ et la sensibilité verticale de $3 \text{ V}/\text{div}$ pour les deux voies de mesure.

⇒ Étude de la phase de croissance

Q39. On suppose qu'à l'instant $t = 0$ le condensateur est déchargé et que la tension de sortie de l'amplificateur $U0$ vaut $+V_{sat}$. Établir l'équation différentielle régissant la tension $v_c(t)$.

Q40. En déduire l'équation horaire de $v_c(t)$ et l'instant t_1 de fin de cette phase.

⇒ Étude de la phase de décroissance

Q41. Expliquer pourquoi v_c se met à décroître.

Q42. Établir l'équation différentielle de v_c dans cette phase.

Q43. En déduire l'équation horaire de $v_c(t)$, et l'instant t_2 de fin de cette phase.

Q44. Déterminer, d'après la durée de la deuxième phase, l'expression littérale de la période de v_c .

Q45. Déduire de l'enregistrement de la Figure F4 les valeurs numériques approchées des quantités suivantes : V_{sat} ; le rapport R_2 / R_1 et le produit RC . Pour le calcul numérique du logarithme népérien on pourra considérer les nombres entre 2,5 et 3 comme voisins de 2,72.

Le second oscillateur sera construit autour d'un filtre et d'un montage amplificateur. Ces deux blocs fonctionnels sont tout d'abord étudiés séparément.

Sur la Figure F5 on donne le schéma d'un filtre. On note $\underline{H}_F(\omega)$ sa fonction de transfert.

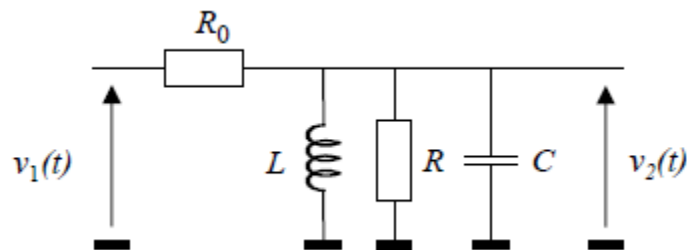


Figure F5 : Schéma du filtre.

Q46. Déterminer l'expression de $\underline{H}_F(\omega)$ et la mettre sous la forme $\underline{H}_F = \frac{H_0}{1 + j Q_F \left[x - \frac{1}{x} \right]}$ avec $x = \frac{\omega}{\omega_0}$, ω_0 étant la pulsation propre du filtre. Expliciter littéralement Q_F , H_0 et la fréquence caractéristique f_0 .

Q47. Donner l'expression reliant le facteur de qualité, la fréquence propre et la bande passante à -3 dB.

On choisit $R_0 = 470 \, \Omega$, $R = 120 \, \Omega$, $L = 50 \, \mu\text{H}$ et $C = 50 \, \text{nF}$ de sorte que : $H_0 \approx 0,2$, $f_0 \approx 100 \, \text{kHz}$ et $Q_F \approx 3$.

Q48. Faire une représentation graphique approchée du gain en décibel G_{dB} en fonction de $\log(x)$; préciser quelques valeurs sur ce graphe. Faire apparaître sur ce graphe la « bande passante à -3 dB ».

On considère deux structures possibles à placer en sortie du filtre pour amplifier le signal (Figures F6 et F7 ci-après, page suivante). Le circuit U1 est un ALI supposé idéal.

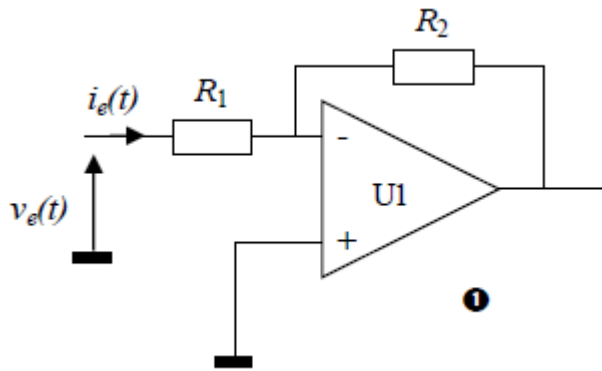


Figure F6 : Structure amplificatrice n°1.

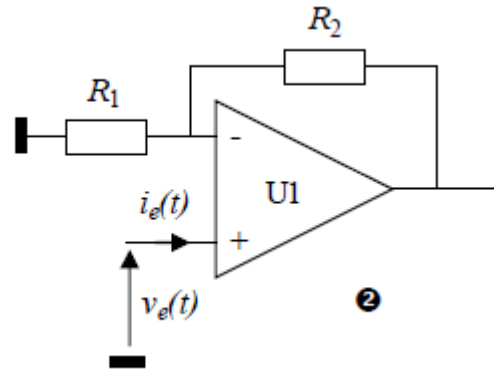


Figure F7 : Structure amplificatrice n°2.

Q49. Déterminer, en précisant bien les hypothèses faites, les fonctions de transfert de ces deux structures, notées respectivement A_1 et A_2 .

Q50. Déterminer les impédances d'entrée Z_{e1} et Z_{e2} de chaque montage et expliquer pourquoi la structure n°2 est a priori un meilleur choix pour l'application envisagée.

Q51. En déduire alors l'expression de la fonction de transfert globale du montage associant les deux blocs fonctionnels filtre puis amplificateur en la mettant sous la forme :

$$H_{FA} = \frac{H_1}{1 + jQ \left[x - \frac{1}{x} \right]}.$$

Expliciter H_1 et Q .

On associe maintenant les deux blocs en connectant la sortie du montage amplificateur à l'entrée du filtre, réalisant le système dont le schéma est donné Figure F8.

La sortie de l'amplificateur U1, toujours supposé dans un premier temps comme idéal, est connectée à l'entrée du filtre au travers d'un interrupteur K.

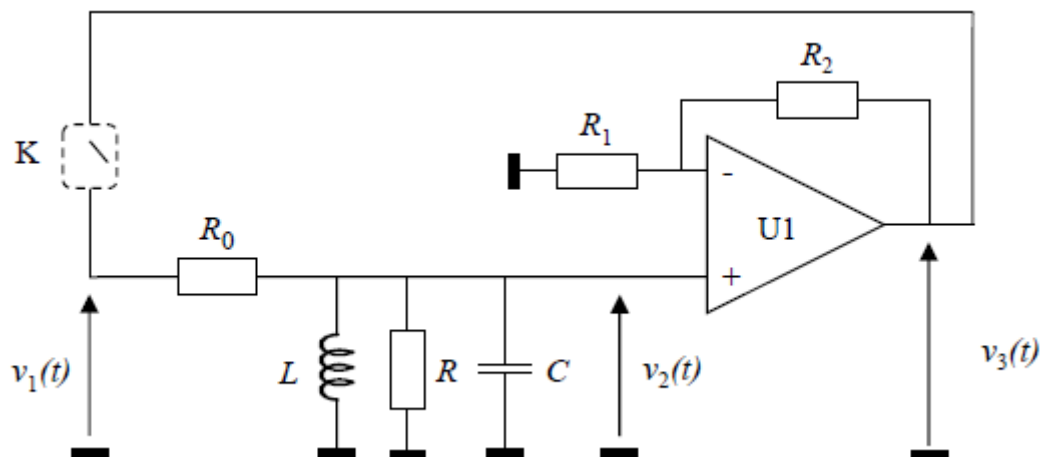


Figure F8 : Structure bouclée associant le filtre et l'étage amplificateur.

A l'instant $t = 0$ on ferme l'interrupteur K , le condensateur C étant déchargé.

Q52. Déterminer l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension $v_3(t)$; on fera apparaître dans cette équation la pulsation propre, le facteur de qualité et le gain maximal.

On désire obtenir à la fermeture de l'interrupteur des oscillations pseudo-périodiques d'amplitude croissante.

Q53. A quelle condition sur H_1 cela sera-t-il possible ?

Q54. Que vaut la fréquence d'oscillation pendant la phase de démarrage ?

Q55. A quelles conditions la fréquence des oscillations peut-elle être considérée comme égale à la fréquence propre du filtre ?

FIN DU SUJET