

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Électrostatique.	
Loi de Coulomb. Champ électrostatique. Champ électrostatique créé par un ensemble de charges ponctuelles. Principe de superposition.	Exprimer le champ électrostatique créé par une distribution discrète de charges. Citer quelques ordres de grandeur de champs électrostatiques.
Distributions continues de charges : volumique, surfacique, linéique.	Décomposer une distribution en des distributions plus simples dans le but de calculer un champ électrostatique par superposition. Choisir un type de distribution continue adaptée à la situation modélisée. Justifier le choix d'une modélisation d'une distribution de charges par une distribution « infinie ». Évaluer la charge totale d'une distribution continue dans des situations à géométries simples.
Symétries et invariances du champ électrostatique.	Identifier les plans de symétrie et d'antisymétrie d'une distribution de charges. Identifier les invariances d'une distribution de charges. Exploiter les symétries et les invariances d'une distribution de charges pour caractériser le champ électrostatique créé.
Circulation du champ électrostatique. Notion de potentiel électrostatique. Opérateur gradient.	Relier le champ électrostatique au potentiel. Exprimer le potentiel créé par une distribution discrète de charges. Connaître l'expression de l'opérateur gradient en coordonnées cartésiennes. Calculer un champ électrostatique à partir du potentiel, l'expression de l'opérateur gradient étant fournie dans le cas des coordonnées sphériques et cylindriques. Calculer une différence de potentiel par circulation du champ électrostatique dans les cas simples.
Flux du champ électrostatique. Théorème de Gauss.	Reconnaître les situations pour lesquelles le champ électrostatique peut être calculé à l'aide du théorème de Gauss. Utiliser le théorème de Gauss pour déterminer le champ électrostatique créé par une distribution présentant un haut degré de symétrie.

Cas de la sphère, du cylindre « infini » et du plan « infini ».	Établir les expressions des champs électrostatiques créés en tout point de l'espace par une sphère uniformément chargée en volume, par un cylindre « infini » uniformément chargé en volume et par un plan « infini » uniformément chargé en surface. Établir et exploiter le fait qu'à l'extérieur d'une distribution à symétrie sphérique, le champ électrostatique créé est le même que celui d'une charge ponctuelle concentrant la charge totale et placée au centre de la distribution.
Étude du condensateur plan comme la superposition de deux distributions surfaciques, de charges opposées.	Établir l'expression de la capacité d'un condensateur plan dans le vide.
Lignes de champ, tubes de champ, surfaces équipotentiels.	Orienter les lignes de champ du champ électrostatique créé par une distribution de charges. Représenter les surfaces équipotentiels connaissant les lignes de champ et inversement. Associer les variations de l'intensité du champ électrostatique à la position relative des lignes de champ. Vérifier qu'une carte de lignes de champ est compatible avec les symétries et les invariances d'une distribution. Approche numérique : représenter des cartes de lignes de champ et d'équipotentiels.
Énergie potentielle électrostatique d'une charge placée dans un champ électrostatique extérieur.	Établir et exploiter l'expression de l'énergie potentielle d'une charge ponctuelle placée dans un champ électrostatique extérieur.
Analogies avec la gravitation.	Utiliser le théorème de Gauss dans le cas de la gravitation.

L'électromagnétisme est l'étude de l'ensemble des phénomènes liés aux interactions entre particules chargées. Ce domaine initialement séparé entre le domaine électrique et le domaine magnétique a été unifié par les équations de Maxwell (voir chapitre plus tard) ce qui a permis de décrire le champ électromagnétique, ainsi que sa propagation. Ces développements ont permis en particulier la description de la lumière visible en terme d'ondes.

Pour commencer, dans ce chapitre, nous allons nous intéresser au champ électrique permanent, créé par des charges fixes dans un référentiel donné.

I La charge électrique

On appelle charge électrique d'une particule une grandeur qui caractérise l'intensité des interactions électromagnétiques qu'elle subit ou qu'elle exerce (cf cours première année). La charge est une grandeur scalaire, positive, négative ou nulle. Son unité est le Coulomb (C).

La charge électrique est quantifiée : toutes¹ les particules élémentaires portent une charge $q = Ze$ où Z est un entier relatif et e une grandeur appelée charge élémentaire

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Expérimentalement, la charge est² une grandeur qui se **conserve** lors des évolutions d'un système. Elle est aussi identique quel que soit le référentiel dans laquelle on la mesure, on dit qu'il y a **invariance** de la charge.

II Le champ électrostatique

II.1 Loi de Coulomb

Soient deux particules chargées M_1 (de charge q_1) et M_2 (de charge q_2) distantes de $r = M_1M_2$ et le vecteur unitaire $\vec{u}_{1 \rightarrow 2} = \frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{M_1M_2}$. On admet que la force exercée par M_1 sur M_2 s'écrit

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{u}_{1 \rightarrow 2}}{r^2}$$

où $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$ est la **permittivité du vide**.

On appelle **champ électrique créé par la charge q_1** la grandeur

$$\vec{E}_1 = \frac{\vec{F}_{1 \rightarrow 2}}{q_2} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{u}_{1 \rightarrow 2}}{r^2}$$

Remarques Si, judicieusement, la charge M_1 est placée à l'origine du repère, alors r s'identifie à la première coordonnée du système de coordonnées sphériques et $\vec{u}_{1 \rightarrow 2} = \vec{u}_r$.

Par ailleurs, le champ électrique d'une charge ponctuelle n'est pas défini à la position de la charge.

II.2 Principe de superposition et champ électrostatique créé par une distribution discrète de charges

Soit une distribution (D) de charges ponctuelles q_i situées en des points P_i . On appelle $\vec{F}(M)$ la force exercée par l'ensemble des charges de la distribution sur une charge q située en M . On admet que

¹sauf les quarks !!!

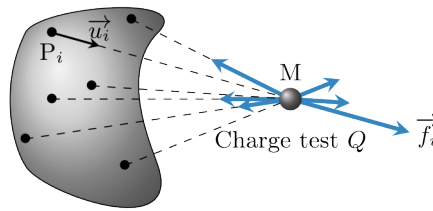
²jusqu'à présent

cette force est la somme des forces produites par chacune des charges q_i séparément sur la charge q^3

$$\vec{F}(M) = \sum_i \frac{q_i q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{u}_{i \rightarrow M}}{r_{iM}^2}$$

Le champ électrostatique créé par la distribution de charge est alors donnée par

$$\vec{E}(M) = \frac{\vec{F}(M)}{q} = \sum_i \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{u}_{i \rightarrow M}}{r_{iM}^2}$$



II.3 Champ électrostatique créé par une distribution continue de charges

II.3.1 Distribution volumique

Soit un volume élémentaire $d\tau$ entourant un point P et contenant une charge totale dq . On définit alors la densité volumique de charge par

$$\rho(P) = \frac{dq}{d\tau}$$

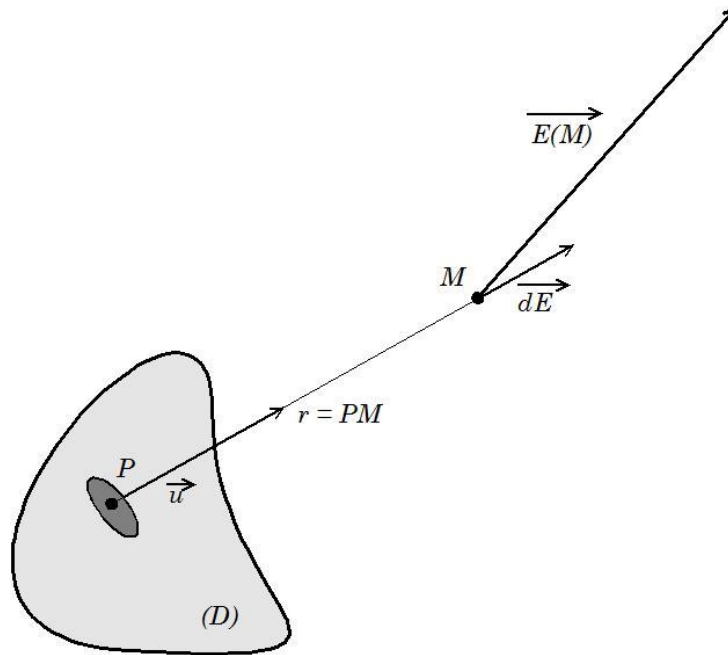
On considère maintenant une distribution de charges (D) et un point P de cette distribution. Il est possible de décomposer la distribution en petits domaines de volume $d\tau$ de charge $dq = \rho(P)d\tau$ situés autour de P . La charge totale de la distribution s'écrit alors comme la somme de la charge de chacun des petits volumes

$$Q = \iiint_{(D)} dq = \iiint_{(D)} \rho(P) d\tau$$

Chaque petit volume peut être considéré comme une charge ponctuelle et crée donc un champ électrostatique élémentaire en M

$$d\vec{E}(M) = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{u}}{r^2} = \frac{\rho(P)}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{u}}{r^2} d\tau$$

³Propriété de linéarité cachée ?



En utilisant le théorème de superposition, on peut alors calculer le champ créé par la distribution (D) au point M

$$\vec{E}(M) = \iiint_{(D)} \frac{\rho(P)}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{u}}{r^2} d\tau$$

Cette formule est une formule intrinsèque, il faut évidemment choisir le système de coordonnées le plus adéquat à utiliser pour rendre le calcul de l'intégrale le plus facile possible.

On peut montrer que cette expression permet de définir en tout point de l'espace un champ électrique continu tant que la distribution est de densité de charge ρ bornée.

II.3.2 Distribution surfacique de charges

Cette distribution peut paraître peu pertinente mais nous verrons qu'elle permet de modéliser un certain nombre de systèmes réels de manière très correcte. Elle trouve son intérêt quand deux des trois dimensions spatiales d'un système sont largement plus grande que la troisième.

Soit $\sigma(P)$ la densité surfacique de la distribution (D) de charge en un point P entouré de la surface dS . La charge totale portée par la surface est dq et par définition

$$\sigma(P) = \frac{dq}{dS}$$

On peut, de la même manière que pour la distribution volumique, utiliser le théorème de superposition pour obtenir le champ électrostatique total

$$\vec{E}(M) = \iint_{(D)} \frac{\sigma(P)}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{u}}{r^2} dS$$

On peut montrer que⁴ le champ électrostatique est défini partout mais qu'il subit une discontinuité à la traversée de la surface chargée, telle que

$$\vec{E}_2 - \vec{E}_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \vec{n}_{1 \rightarrow 2}$$

où $\vec{E}_1$ et $\vec{E}_2$ représentent les champs de part et d'autre de la surface chargée.

II.3.3 Distribution linéique de charge

Cette distribution peut à nouveau paraître peu pertinente, mais il suffit d'imaginer un fil électrique dans lequel on "oublie" facilement les directions transversales pour se faire une bonne idée du cadre d'application.

Soit $\lambda(P)$ la densité surfacique de la distribution (D) de charge en un point P entouré de la longueur dl . La charge totale portée par la longueur est dq et par définition

$$\lambda(P) = \frac{dq}{dl}$$

On peut, de la même manière que pour la distribution volumique, utiliser le théorème de superposition pour obtenir le champ électrostatique total

$$\vec{E}(M) = \int_{(D)} \frac{\lambda(P)}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\vec{u}}{r^2} dl$$

On peut montrer que le champ ainsi défini l'est partout sauf au niveau de la distribution linéique.

III Propriétés de symétrie et d'invariance

On dit qu'un système Σ est invariant par une transformation T si le résultat $T(\Sigma)$ de la transformation est identique au système initial. On admet dans la suite la propriété suivante : **un champ électrostatique possède les mêmes propriétés d'invariance que la distribution de charges qui en est la source.**

III.1 Plan de symétrie

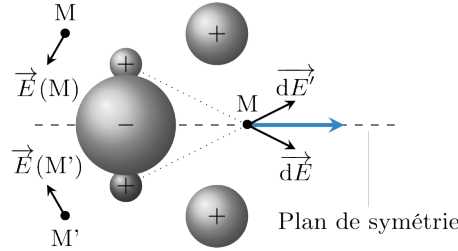
Soit Π un plan de symétrie des charges. Soient M un point de l'espace et M' son symétrique par rapport à Π . Soient, enfin, $\vec{E}_n(M)$ la composante de $\vec{E}(M)$ normale à Π et $\vec{E}_t(M)$ la composante de $\vec{E}(M)$ tangente à Π .

D'après la propriété ci dessus, le champ $\vec{E}(M')$ est le symétrique de $\vec{E}(M)$ par rapport à Π , soit

$$\vec{E}_t(M') = \vec{E}_t(M) \quad \text{et} \quad \vec{E}_n(M') = -\vec{E}_n(M)$$

⁴ceci est directement du à la modélisation surfacique

En faisant tendre M vers M' , les deux points tendent vers un même point appartenant à Π . Dans ce cas, $\vec{E}_n(M') = -\vec{E}_n(M)$ ce qui impose que $\vec{E}_n(M) = \vec{0}$. La composante du champ électrostatique normale au plan de symétrie des charges est nulle, ce que nous reprenons en propriété : **En un point M du plan de symétrie des charges, le champ $\vec{E}$ appartient à ce plan.**



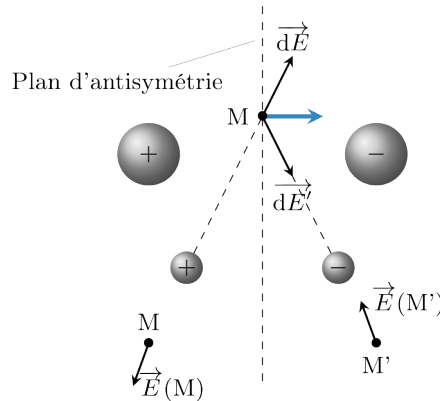
III.2 Plan d'anti-symétrie

Soit Π^* un plan d'anti-symétrie des charges. Soient M un point de l'espace et M' son symétrique par rapport à Π . Soient, $\vec{E}_n(M)$ la composante de $\vec{E}(M)$ normale à Π^* et $\vec{E}_t(M)$ la composante de $\vec{E}(M)$ tangente à Π^* .

D'après la propriété ci dessus, le champ $\vec{E}(M')$ est égal à l'opposé du symétrique de $\vec{E}(M)$ par rapport à Π^* , soit

$$\vec{E}_t(M') = -\vec{E}_t(M) \quad \text{et} \quad \vec{E}_n(M') = \vec{E}_n(M)$$

En faisant tendre M vers M' , les deux points tendent vers un même point appartenant à Π^* . Dans ce cas, $\vec{E}_t(M') = -\vec{E}_t(M)$ ce qui impose que $\vec{E}_t(M) = \vec{0}$. La composante du champ électrostatique tangente au plan de symétrie des charges est nulle, ce qui nous reprenons en : **En un point M du plan d'anti-symétrie des charges, le champ $\vec{E}$ est normal à ce plan.**



Notons que c'est plutôt cette deuxième propriété qui nous sera utile dans la mesure où elle fixe la direction du champ $\vec{E}$ alors que la propriété de symétrie fixe un plan, c'est à dire deux directions.

III.3 Invariance par translation ou rotation

On dit qu'un système est **invariant par translation** suivant une direction donnée si quel que soit la translation effectuée par le système dans cette direction, le système se superpose à lui même (exemple : translation dans la direction d'une portion d'autoroute infinie et rectiligne).

On dit qu'un système est **invariant par rotation** autour d'un axe donné si quel que soit la rotation effectuée par le système autour de cet axe, le système se superpose à lui même (exemple : rotation autour d'un axe passant par le centre d'un cercle et perpendiculaire au plan du cercle).

Si la distribution de charges présente ces invariances, alors le champ électrique aussi, ce qui signifie qu'il ne dépend pas de certaines coordonnées.

Il résulte des observations précédentes qu'il conviendra donc de choisir judicieusement le système de coordonnées le plus adapté à l'étude du problème.

IV Circulation du champ électrique et potentiel électrostatique

IV.1 Circulation d'un champ vectoriel

Par définition, la circulation d'un champ $\vec{A}$ sur un contour $\mathcal{C}$ est la grandeur suivante

$$C = \int_{\mathcal{C}} \vec{A} \cdot d\vec{l}$$

IV.2 Exemple : Circulation du champ créé par une charge unique

Soit Q une charge située en O , alors le champ électrostatique créé par cette charge en un point M s'écrit

$$\vec{E}(M) = \vec{E}(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{u}_r}{r^2}$$

avec $\vec{u}_r$ en coordonnées sphériques. Le déplacement élémentaire s'écrit alors

$$d\vec{l} = dr\vec{u}_r + r d\theta\vec{u}_\theta + r \sin\theta d\varphi\vec{u}_\varphi$$

La circulation du champ s'écrit alors

$$C = \int \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{u}_r}{r^2} \cdot (dr\vec{u}_r + r d\theta\vec{u}_\theta + r \sin\theta d\varphi\vec{u}_\varphi) = \int_{r_1}^{r_2} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{u}_r}{r^2} \cdot dr\vec{u}_r = \int_{r_1}^{r_2} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r^2}$$

qui s'intègre en $-1/r$

$$C = \int_{r_1}^{r_2} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_1} \right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

La valeur de cette circulation ne dépend que du point de départ r_1 et du point d'arrivée r_2 : on dit que le champ est à **circulation conservative**. On réécrit alors $C = -(V_2 - V_1)$ en introduisant le potentiel

électrostatique associé au point M de coordonnées r :

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} + cste$$

Par ailleurs, en revenant un peu en arrière, la circulation élémentaire s'écrit ici

$$dC = \vec{E}(r) \cdot d\vec{l} = -dV(r)$$

ce qui permet d'introduire l'opérateur **gradient**⁵ (on dit aussi que le champ électrostatique est un champ de gradient)

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V$$

Enfin, comme la circulation est conservative, la circulation sur un contour fermé est nulle

$$C = \oint \vec{E}(r) \cdot d\vec{l} = 0$$

IV.3 Circulation du champ électrostatique et potentiel électrostatique

L'opérateur gradient étant un opérateur linéaire, le principe de superposition admis pour le champ électrostatique est aussi vrai pour le potentiel. Le potentiel créé par une distribution de charges est donc la somme des potentiels créés par chacune des distributions de charges élémentaires. Les propriétés découvertes sur l'exemple de la charge ponctuelles sont donc générales :

- la circulation du champ électrostatique $C = \int \vec{E} \cdot d\vec{l}$ est conservative ce qui permet de définir le potentiel électrostatique par l'une des deux relations suivantes ;

$$\vec{E} \cdot d\vec{l} = -dV \iff \vec{E} = -\overrightarrow{grad}V$$

- la circulation du champ électrostatique sur un contour fermé est nulle

$$C = \oint \vec{E}(r) \cdot d\vec{l} = 0$$

IV.4 Énergie potentielle électrostatique d'une charge

On considère une charge électrique q placée dans un champs électrostatique $\vec{E}$. La force qui s'exerce sur cette charge est la force de Lorentz électrique $\vec{F} = q\vec{E}$. Le travail de cette force conservative est tel que

$$dW(\vec{F}) = q\vec{E} \cdot d\vec{l} = -dE_p$$

On reconnait dans cette expression le potentiel électrostatique

$$dE_p = qdV \Rightarrow E_p = qV + cste$$

⁵Voir poly calcul vectoriel

L'expression de l'énergie potentielle d'une charge électrique dans un champ électrostatique est donc à une constante près

$$E_p = qV$$

V Flux du champ électrostatique et théorème de Gauss

V.1 Flux d'un champ vectoriel

Par définition, le flux d'un champ $\vec{A}$ à travers une surface Σ est la grandeur suivante

$$\Phi = \int_{\Sigma} \vec{A} \cdot d\vec{S}$$

V.2 Théorème de Gauss

Le flux sortant du champs électrostatique à travers une **surface fermée** est égal au quotient de la somme des charges contenues à l'intérieur de la surface par ε_0

$$\oiint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

où Q_{int} est la charge totale à l'intérieur de la surface.

Remarques :

- la surface est fermée ce qui permet de définir l'intérieur et l'extérieur, sinon on ne peut pas !,
- cette surface est orientée vers l'extérieur (cf ci dessus),
- dans une région vide de charge, le flux à travers une surface fermée est nul,
- le théorème de Gauss est un outil très puissant pour calculer le champ électrostatique $\vec{E}$ lorsque la distribution de charges possède suffisamment de symétries pour le déterminer dans tous l'espace,
- pour pouvoir appliquer le théorème de Gauss, il est nécessaire de définir la surface à laquelle l'appliquer, ce qui nécessite une étude des symétries et invariances du problème posé.

V.3 Exemples d'application du théorème de Gauss

V.3.1 Fil infini

Soit un fil infini porté par l'axe Oz et portant une densité linéique de charges constante λ . Nous allons a priori utiliser les coordonnées cylindriques compte tenu de la géométrie du problème.

Symétries et invariance Il y a invariance par translation sur l'axe Oz et par rotation autour de cet axe, donc

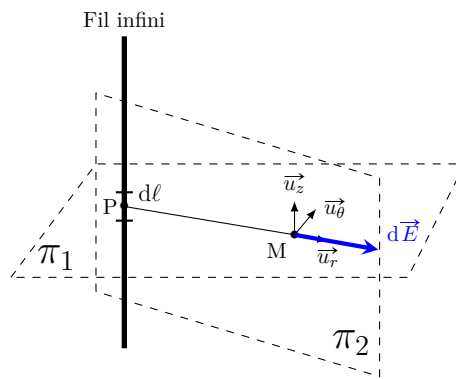
$$\vec{E}(r, \theta, z) = \vec{E}(r)$$

Le plan contenant l'axe Oz et le point M ($M, \vec{u}_r, \vec{u}_z$) est un plan de symétrie de la distribution, donc le $\vec{E}$ est contenu dans ce plan, donc il n'y a pas de composante selon $\vec{u}_\theta$.

Le plan perpendiculaire à l'axe Oz et passant par le point M ($M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta$) est un plan de symétrie de la distribution, donc le $\vec{E}$ est contenu dans ce plan, donc il n'y a pas de composante selon $\vec{u}_z$.

Finalement, le champ a pour expression

$$\vec{E}(M) = E(r)\vec{u}_r$$



Théorème de Gauss On cherche une surface de Gauss pour laquelle le produit scalaire $\vec{E} \cdot d\vec{S}$ est facile à calculer, c'est à dire soit tangent, soit perpendiculaire. Ici, la surface la plus simple est un cylindre d'axe Oz , de hauteur h et de rayon r , ce qui permet en tout point de la surface d'avoir un champ parallèle à $d\vec{S}$.

Cette surface doit être fermée pour appliquer le théorème de Gauss, on choisi donc de la fermer aux deux extrémités par deux disques perpendiculaires à Oz pour lesquels $d\vec{S}$ est porté par Oz , et qui donne un produit scalaire nul.

Le théorème de Gauss s'écrit alors

$$\oiint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

On commence par calculer le flux sortant

$$\oiint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_{sup} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \iint_{inf} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \iint_{lat} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_{sup} E(r)\vec{u}_r \cdot \vec{u}_z dS + \iint_{inf} E(r)\vec{u}_r \cdot (-)\vec{u}_z dS + \iint_{lat} E(r)\vec{u}_r \cdot \vec{u}_r dS$$

ce qui donne

$$\oiint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_{lat} E(r) dS$$

L'élément de surface en coordonnées cylindrique vaut $dS = r d\theta dz$ donc

$$\oiint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_{lat} E(r) r d\theta dz = E(r) r \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^h dz = 2\pi r h E(r)$$

Il nous reste à calculer la charge totale, qui vaut simplement

$$Q_{int} = \lambda h$$

Finalement

$$2\pi r h E(r) = \frac{\lambda h}{\varepsilon_0} \Rightarrow E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

soit vectoriellement

$$\vec{E}(M) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} \vec{u}_r$$

Calcul du potentiel Le potentiel est tel que $dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l}$, soit en exprimant le déplacement élémentaire en coordonnées cylindriques

$$\int_A^B dV = \int_A^B -\vec{E} \cdot (dr\vec{u}_r + r d\theta \vec{u}_\theta + dz\vec{u}_z) = - \int_A^B E(r) dr = - \int_A^B \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} dr$$

qui s'intègre en $\ln(r)$

$$V_B - V_A = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} (\ln(r_B) - \ln(r_A)) = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln\left(\frac{r_B}{r_A}\right)$$

En posant $r_A = r_0$ et $r_B = r$, et en choisissant $V(r_0) = 0$ (par exemple), on en déduit l'expression du potentiel électrostatique

$$V = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln\left(\frac{r_0}{r}\right)$$

V.3.2 Sphère uniformément chargée en volume

Soit une sphère de rayon R et de centre O portant une densité volumique de charges constante ρ et une charge totale $Q = \rho \frac{4}{3}\pi R^3$. Nous allons a priori utiliser les coordonnées sphériques compte tenu de la géométrie du problème.

Symétries et invariance Il y a invariance par rotation des angles θ et φ , donc

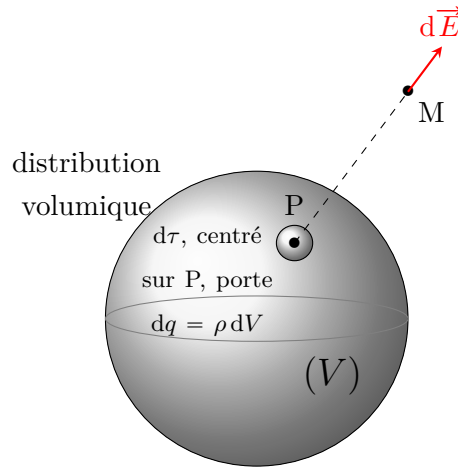
$$\vec{E}(r, \theta, \varphi) = \vec{E}(r)$$

Le plan contenant le point O et le point M ($M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta$) est un plan de symétrie de la distribution, donc le $\vec{E}$ est contenu dans ce plan, donc il n'y a pas de composante selon $\vec{u}_\varphi$.

Le plan contenant le point O et le point M ($M, \vec{u}_r, \vec{u}_\varphi$) est un plan de symétrie de la distribution, donc le $\vec{E}$ est contenu dans ce plan, donc il n'y a pas de composante selon $\vec{u}_\theta$ ⁶.

Finalement, le champ a pour expression

$$\vec{E}(M) = E(r)\vec{u}_r$$



Théorème de Gauss On cherche une surface de Gauss pour laquelle le produit scalaire $\vec{E} \cdot d\vec{S}$ est facile à calculer, c'est à dire soit tangent, soit perpendiculaire. Ici, la surface la plus simple est une sphère de centre O et de rayon $r = OM$ ce qui permet en tout point de la surface d'avoir un champ parallèle à $d\vec{S}$. Cette surface est automatiquement une surface fermée.

Le théorème de Gauss s'écrit alors

$$\oiint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

On commence par calculer le flux sortant, il faut pour cela exprimer l'élément de surface $d\vec{S} = r^2 \sin\theta d\theta d\varphi \vec{u}_r$

$$\oiint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oiint_{\Sigma} E(r)\vec{u}_r \cdot \vec{u}_r r^2 \sin\theta d\theta d\varphi = \oiint_{\Sigma} E(r)r^2 \sin\theta d\theta d\varphi$$

le champ ne dépend pas des variables d'intégration ce qui donne

$$\oiint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = 4\pi r^2 E(r)$$

Il nous reste à calculer la charge totale. Le calcul à effectuer dépend de la valeur de r (intérieur ou extérieur de la sphère)

⁶En fait, tous les plans passant contenant OM sont des plans de symétrie

- si $r > R$ alors la totalité de la sphère est englobée dans la surface de Gauss et

$$Q_{int} = \rho \frac{4}{3} \pi R^3 = Q$$

- si $r < R$ alors seule une partie de la sphère est englobée dans la surface de Gauss et

$$Q_{int} = \rho \frac{4}{3} \pi r^3 = Q \frac{r^3}{R^3}$$

Finalement nous distinguons à nouveau deux cas :

- si $r > R$

$$4\pi r^2 E(r) = \rho \frac{4}{3\epsilon_0} \pi R^3 \Rightarrow E(r) = \rho \frac{1}{3\epsilon_0} \frac{R^3}{r^2}$$

- si $r < R$

$$4\pi r^2 E(r) = \rho \frac{4}{3\epsilon_0} \pi r^3 \Rightarrow E(r) = \rho \frac{1}{3\epsilon_0} r$$

soit vectoriellement

- si $r > R$

$$\vec{E}(M) = \rho \frac{1}{3\epsilon_0} \frac{R^3}{r^2} \vec{u}_r$$

- si $r < R$

$$\vec{E}(M) = \rho \frac{1}{3\epsilon_0} r \vec{u}_r$$

Dans le cas où $r > R$, on peut réécrire le champ en faisant apparaître la charge totale $Q = Q_{int}$

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{u}_r}{r^2}$$

qui est le champ produit par une charge ponctuelle Q placée en O . Tout se passe donc à l'extérieur de la sphère comme si la charge était concentrée en O . Cette propriété est liée à la symétrie sphérique et nous la réutiliserons un peu plus tard.

Calcul du potentiel Le potentiel est tel que $dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l}$, soit en exprimant le déplacement élémentaire en coordonnées sphériques $d\vec{l} = dr\vec{u}_r + r d\vec{u}_r$ avec $\vec{u}_r \cdot d\vec{u}_r = 0$

$$\int_A^B dV = \int_A^B -\vec{E} \cdot (dr\vec{u}_r + r d\vec{u}_r) = - \int_A^B E(r) dr$$

Il faut à nouveau distinguer deux cas :

- si $r > R$

$$V_B - V_A = - \int_A^B \rho \frac{1}{3\epsilon_0} \frac{R^3}{r^2} dr = \rho \frac{1}{3\epsilon_0} R^3 \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$$

En posant $r_A = +\infty$ et $r_B = r$, et en choisissant $V(+\infty) = 0$, on en déduit le potentiel électrostatique

$$V(r) = \rho \frac{R^3}{3\varepsilon_0 r} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

- si $r < R$

$$V_B - V_A = - \int_A^B \rho \frac{1}{3\varepsilon_0} r dr = -\rho \frac{1}{3\varepsilon_0} \frac{1}{2} (r_B^2 - r_A^2)$$

Le potentiel doit être continu en $r = R$ donc en posant $r_B = r$ et $r_A = R$, on a $V_A = \rho \frac{R^3}{3\varepsilon_0 R} = \rho \frac{R^2}{3\varepsilon_0}$ on obtient

$$V(r) - \rho \frac{R^2}{3\varepsilon_0} = -\rho \frac{1}{6\varepsilon_0} (r^2 - R^2)$$

soit

$$V(r) = \rho \frac{1}{6\varepsilon_0} (3R^2 - r^2)$$

Cette dernière expression peut aussi se réécrire en faisant apparaître la charge totale Q

$$V(r) = \frac{Q}{\rho \frac{4}{3}\pi R^3} \rho \frac{1}{6\varepsilon_0} (3R^2 - r^2) = \frac{Q}{8\pi\varepsilon_0 R} \left(3 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

V.3.3 Cylindre infini uniformément chargé en volume

Soit un cylindre infini d'axe Oz de rayon R et portant une densité volumique de charges constante ρ . Nous allons a priori utiliser les coordonnées cylindriques compte tenu de la géométrie du problème.

Symétries et invariance Il y a invariance par translation sur l'axe Oz et par rotation autour de cet axe, donc

$$\vec{E}(r, \theta, z) = \vec{E}(r)$$

Le plan contenant l'axe Oz et le point $M (M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$ est un plan de symétrie de la distribution, donc le $\vec{E}$ est contenu dans ce plan, donc il n'y a pas de composante selon $\vec{u}_\theta$.

Le plan perpendiculaire à l'axe Oz et passant par le point $M (M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ est un plan de symétrie de la distribution, donc le $\vec{E}$ est contenu dans ce plan, donc il n'y a pas de composante selon $\vec{u}_z$.

Finalement, le champ a pour expression

$$\vec{E}(M) = E(r)\vec{u}_r$$

Théorème de Gauss On cherche une surface de Gauss pour laquelle le produit scalaire $\vec{E} \cdot d\vec{S}$ est facile à calculer, c'est à dire soit tangent, soit perpendiculaire. Ici, la surface la plus simple est un cylindre d'axe Oz , de hauteur h et de rayon r , ce qui permet en tout point de la surface d'avoir un champ parallèle à $d\vec{S}$.

Cette surface doit être fermée pour appliquer le théorème de Gauss, on choisi donc de la fermer aux deux extrémités par deux disques perpendiculaires à Oz pour lesquels $d\vec{S}$ est porté par Oz , et qui donne

un produit scalaire nul.

Le théorème de Gauss s'écrit alors

$$\oiint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

On commence par calculer le flux sortant

$$\oiint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_{sup} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \iint_{inf} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \iint_{lat} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_{sup} E(r) \vec{u}_r \cdot \vec{u}_z dS + \iint_{inf} E(r) \vec{u}_r \cdot (-) \vec{u}_z dS + \iint_{lat} E(r) \vec{u}_r \cdot \vec{u}_r dS$$

ce qui donne

$$\oiint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_{lat} E(r) dS$$

L'élément de surface en coordonnées cylindrique vaut $dS = r d\theta dz$ donc

$$\oiint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_{lat} E(r) r d\theta dz = E(r) r \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^h dz = 2\pi r h E(r)$$

Il nous reste à calculer la charge totale. Le calcul à effectuer dépend de la valeur de r (intérieur ou extérieur du cylindre) :

- $r > R$ alors la surface englobe la totalité du cylindre et

$$Q_{int} = \rho \pi R^2 h$$

- $r < R$ alors on a seulement une partie englobée

$$Q_{int} = \rho \pi r^2 h$$

On obtient donc le champ dans les deux domaines

- si $r > R$

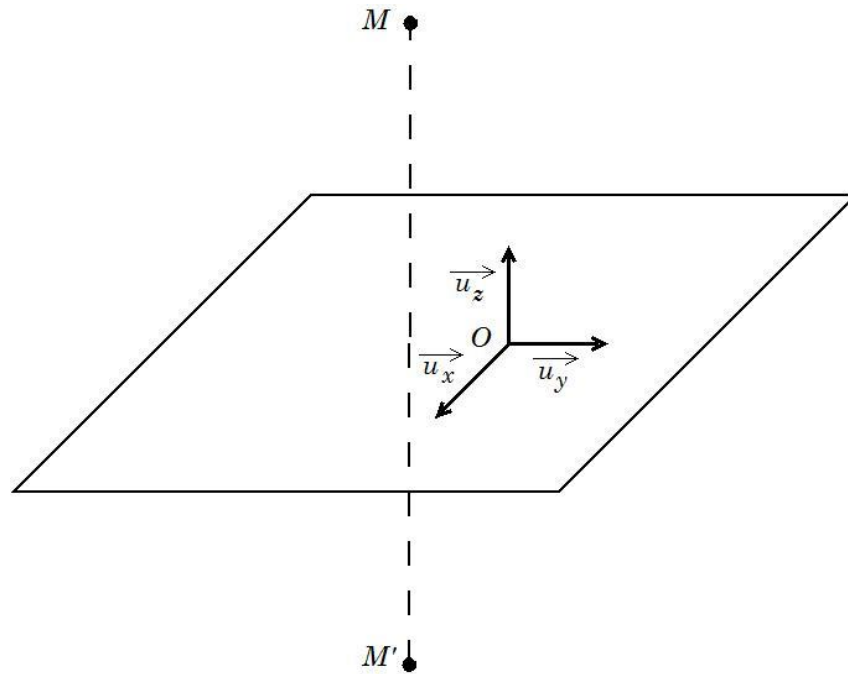
$$2\pi r h E(r) = \frac{\rho \pi R^2 h}{\varepsilon_0} \Rightarrow E(r) = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r} \Rightarrow \vec{E}(M) = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r} \vec{u}_r$$

- si $r < R$

$$2\pi r h E(r) = \frac{\rho \pi r^2 h}{\varepsilon_0} \Rightarrow E(r) = \frac{\rho}{2\varepsilon_0 r} \Rightarrow \vec{E}(M) = \frac{\rho r}{2\varepsilon_0} \vec{u}_r$$

V.3.4 Plan infini uniformément chargé

Soit un plan d'épaisseur négligeable, de densité surfacique σ uniforme.



Compte tenu de l'allure du problème on choisit les coordonnées cartésiennes (on pourrait prendre les coordonnées cylindriques).

Symétries et invariances Il y a invariance par translation sur les axes Ox et Oy , donc $\vec{E}(M) = \vec{E}(z)$. Tous les plans passant par le point M et perpendiculaires à la surface chargée sont des plans de symétrie, donc le champ électrostatique est contenu dans l'intersection de ces plans, qui est porté par $\vec{u}_z$. On a donc finalement $\vec{E} = E(z)\vec{u}_z$.

Notons aussi que le plan de la distribution de charge est un plan de symétrie. Si M' est le symétrique de M par rapport au plan Oxy de la distribution, alors $\vec{E}(M') = -\vec{E}(M)$ puisque le champ est ici uniquement composé d'un champ normal à la distribution de charges. On en déduit que $E(z) = -E(-z)$.

Théorème de Gauss On cherche une surface de Gauss pour laquelle le produit scalaire $\vec{E} \cdot d\vec{S}$ est facile à calculer, c'est à dire soit nul, soit égal à 1. On voudrait deux plans d'aire S à z constant (notées dans la suite z_A et z_B , $z_A > z_B$) puisque le champ ne dépend que de z . Cette surface n'étant pas fermée, il faut aussi ajouter des plans à x constant et à y constant ce qui donne comme surface de Gauss un parallélépipède rectangle.

Sur les plans :

- à x constant, $d\vec{S} = dS\vec{u}_x$, donc le produit scalaire avec $\vec{E}$ est nul.
- à y constant, $d\vec{S} = dS\vec{u}_y$, donc le produit scalaire avec $\vec{E}$ est nul.
- à z constant, $d\vec{S} = dxdy\vec{u}_z$ en z_A et $d\vec{S} = -dxdy\vec{u}_z$ en z_B .

Le théorème de Gauss s'écrit alors

$$\oiint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

On commence par calculer le flux

$$\oiint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_{sup} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \iint_{inf} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \iint_{lat} \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

Il reste seulement le flux sur les surfaces supérieures et inférieures

$$\oiint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_{sup} E(z_A) \vec{u}_z \cdot \vec{u}_z dx dy + \iint_{inf} E(z_B) \vec{u}_z \cdot (-\vec{u}_z) dx dy = E(z_A)S - E(z_B)S$$

où S est l'aire des plans. En choisissant $z_A = -z_B = z$

$$\oiint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = S(E(z) - E(-z))$$

et en utilisant la propriété de symétrie du champ $E(-z) = -E(z)$, on obtient

$$\oiint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = 2E(z)S$$

Il nous reste à calculer la charge totale qui est simplement la charge portée par la surface S , soit

$$Q_{int} = \sigma S$$

On obtient finalement

$$E(z) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \Rightarrow \vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \vec{u}_z$$

expression valable pour $z > 0$. Dans le cas où $z < 0$, alors par symétrie

$$\vec{E} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \vec{u}_z$$

V.4 Analogie avec le champ gravitationnel

Il existe une analogie formelle entre champ électrostatique et champ gravitationnel

	Grandeur électrostatique	Grandeur gravitationnelle
Force exercée par $M_1(q_1, m_1)$ sur $M_2(q_2, m_2)$	$\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{u}_{12}}{r_{12}^2}$	$-G m_1 m_2 \frac{\vec{u}_{12}}{r_{12}^2}$
Champ créé par une charge q (ou une masse m)	$\vec{E}(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{u}_r}{r^2}$	$\vec{\mathcal{G}}(M) = -Gm \frac{\vec{u}_r}{r^2}$
Source	Charge q	Masse m
Facteur constant	$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$	$-G$
Théorème de Gauss	$\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}_{sortant} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$	$\oiint_S \vec{\mathcal{G}} \cdot d\vec{S}_{sortant} = -4\pi G m_{int}$

C'est cette analogie, couplée au calcul du champ électrostatique d'une sphère uniformément chargée, qui justifie après coup que l'on étudie le mouvement des satellites en faisant comme si toute la masse était concentrée au centre de la sphère qui constitue l'astre.

VI Condensateur

VI.1 Capacité d'un condensateur

Un condensateur est constitué de deux conducteurs C_1 et C_2 appelés armatures du condensateur et séparées par un isolant (diélectrique). Dans le cadre du programme, l'isolant est toujours du vide de permittivité ϵ_0 .

On admet dans la suite que si l'armature C_1 porte la charge Q_1 , alors l'armature C_2 porte la charge $Q_2 = -Q_1$. On note alors $Q_1 = Q$ la charge du condensateur, qui est dit chargé si $Q \neq 0$.

La charge portée par le condensateur est proportionnelle à la différence de potentiel entre les deux armatures. Le coefficient de proportionnalité est une caractéristique du condensateur :

- qui dépend de la géométrie, de l'isolant ... il mesure la capacité du condensateur à porter une charge lorsqu'il est soumis à une tension donnée, d'où son nom de ... **capacité** du condensateur,
- que nous avons déjà rencontré en électrocinétique en admettant la relation entre charge Q et tension U aux bornes d'un condensateur en convention récepteur $Q = CU$.

La capacité d'un condensateur s'exprime en Farad (F).

Le calcul de la capacité d'un condensateur nécessite trois étapes :

- détermination du champ électrique entre les armatures en fonction de Q ,

- détermination de la différence de potentiel par le calcul de la circulation du champ électrostatique,
- calcul de la capacité

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2}$$

VI.2 Condensateur plan infini

On considère un condensateur constitué de deux armatures planes infinies et parallèles, séparées d'une distance e . On note $\vec{u}_z$ le vecteur unitaire perpendiculaire aux armatures, orienté de C_1 vers C_2 . Le caractère infini des plans correspond au fait que l'on néglige les effets de bords du condensateur.

On peut alors considérer que les deux armatures portent des charges opposées. On note Q la charge portée par C_1 et $-Q$ la charge portée par C_2 . La charge surfacique portée par C_1 est notée σ . Enfin on considère que C_1 est placé en $z = 0$ et C_2 en $z = e$.

Pour calculer le champ, on va se servir des résultats précédents et du théorème de superposition :

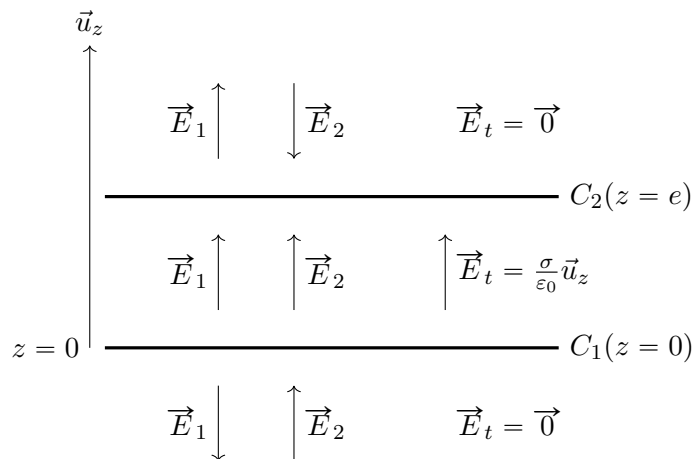
- le plan C_1 crée un champ tel que

$$\vec{E}_1(z) = \begin{cases} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \vec{u}_z & \text{pour } z > 0 \\ -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \vec{u}_z & \text{pour } z < 0 \end{cases}$$

- le plan C_2 crée un champ tel que (n'oublions pas qu'il est chargé avec la charge $-\sigma$)

$$\vec{E}_2(z) = \begin{cases} -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \vec{u}_z & \text{pour } z > e \\ \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \vec{u}_z & \text{pour } z < e \end{cases}$$

On a donc d'après le théorème de superposition



$$\vec{E}(z) = \begin{cases} \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \vec{u}_z & \text{pour } 0 < z < e \\ \vec{0} & \text{pour } z < 0 \text{ ou } z > e \end{cases}$$

On peut alors calculer la différence de potentiel entre les deux armatures C_1 et C_2 situées en $z = 0$ et $z = e$

$$V_2 - V_1 = - \int_{z=0}^{z=e} \vec{E} \cdot d\vec{l} \vec{u}_z = - \int_{z=0}^{z=e} \frac{\sigma}{\varepsilon_0} dl = - \frac{\sigma e}{\varepsilon_0}$$

Compte tenu des hypothèses initiales, on peut considérer que la charge totale Q est portée par des armatures d'aire $S = lL$, soit $\sigma = \frac{Q}{S}$, ce qui permet d'écrire

$$V_2 - V_1 = - \frac{Qe}{S\varepsilon_0}$$

Or la définition de la capacité est donnée par $Q = CU = C(V_1 - V_2)$ donc

$$Q = -(V_2 - V_1) \frac{S\varepsilon_0}{e} = (V_1 - V_2) \frac{S\varepsilon_0}{e} \Rightarrow C = \frac{S\varepsilon_0}{e}$$

La capacité du condensateur est d'autant plus grande que sa surface est grande et que e est petit. Par ailleurs, on peut imaginer produire des condensateurs avec de plus grandes capacités en remplaçant le vide par un matériau possédant une permittivité $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ plus importante, comme un diélectrique, sous réserve que les équations utilisées restent les mêmes, ce qui est le cas en première approximation.

VII Topographie du champ et du potentiel électrostatiques

La topographie d'un champ est sa représentation dans tout l'espace. On présente en général des cartes de lignes champ et/ou des équipotentielles :

- une **ligne de champ** est une courbe tangente en chacun de ses points au champ électrostatique et orientée par le sens du champ,
- une **courbe (ou surface) équipotentielle** est une courbe (ou surface) sur laquelle le potentiel est le même en tout point.

L'ensemble des lignes de champ dans un domaine de l'espace donné est appelé **carte de champ**.

Définition mathématique Soit un déplacement élémentaire $d\vec{l}$ sur une ligne de champ. Alors d'après la propriété de la ligne de champ (tangente au champ), on en déduit que $\vec{E}(M) = k d\vec{l}$, c'est à dire que les deux vecteurs sont colinéaires. Le calcul des lignes de champ consiste ensuite à choisir un système de coordonnées et à résoudre les équations du type (en coordonnées cartésiennes) :

$$\frac{dx}{E_x} = \frac{dy}{E_y} = \frac{dz}{E_z}$$

Propriétés : Les lignes de champ sont en tout point normale aux surfaces équipotentiellles. Le champ électrostatique est dirigé dans le sens des potentiels décroissant.

Démonstration propriété 1 : Soient deux point M et M' infiniment proches, appartenant à une même équipotentielle. Alors $dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l} \Rightarrow V(M) - V(M') = -\vec{E} \cdot \overrightarrow{MM'}$ puisque le champ peut être considéré comme uniforme quand M et M' sont proches. On a donc, comme M et M' appartiennent à la même équipotentielle $\vec{E} \cdot \overrightarrow{MM'} = 0$ ce qui prouve l'orthogonalité du champ aux équipotentiellles.

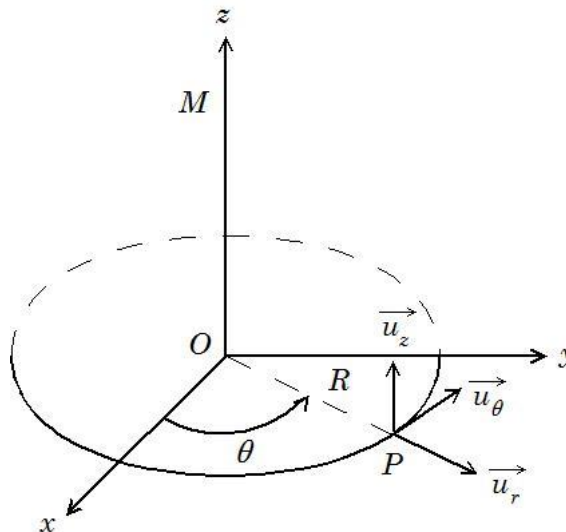
Démonstration propriété 2 : Soient deux point M et M' infiniment proches, appartenant à deux équipotentiellles telles que $V(M') > V(M)$. Alors $dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l} \Rightarrow V(M) - V(M') = -\vec{E} \cdot \overrightarrow{MM'}$ puisque le champ peut être considéré comme uniforme quand M et M' sont proches. On a donc $-\vec{E} \cdot \overrightarrow{MM'} < 0$ donc $\vec{E} \cdot \overrightarrow{MM'} > 0$. Le champ $\vec{E}$ est donc orienté comme $\overrightarrow{MM'}$, c'est à dire des potentiels hauts vers les potentiels bas.

Site utile : <http://www.flashphysics.org/electricField.html>

Enfin, on appelle **tube de champ** la surface formée par l'ensemble des lignes du champs qui s'appuient sur une courbe fermée déterminée.

Annexe : Exemple de calcul de champ "à l'ancienne"

On s'intéresse pour l'exemple (mais on est à la limite du programme) au champ électrostatique produit par une spire circulaire uniformément chargée sur son axe.



La spire est circulaire de centre O et de rayon R et porte une charge linéique uniforme λ .

Compte tenu des symétries apparentes du problème, nous nous plaçons en coordonnées cylindriques. Le point M où l'on désire calculer le champ est situé sur l'axe, ses coordonnées sont donc $(0, 0, z)$,

le système de coordonnées permettra donc essentiellement de repérer le point P de la distribution de charges, situé dans le plan Oxy , et donc de coordonnées cylindriques $(R, \theta, 0)$.

On commence par lister les propriétés de symétrie et d'invariance :

- **symétrie** : tout plan contenant l'axe OM est plan de symétrie de la distribution de charges, le champ électrostatique doit donc appartenir à tous ces plans, la seule solution est donc $\vec{E}(M) = E(M)\vec{u}_z$,
- **invariance** : la position de M ne dépend que de z , l'invariance de la distribution par rotation d'angle θ , bien que présente, est ici inutile⁷.

Nous pouvons alors calculer le champ à l'aide de l'expression intégrale, en nous contentant de la projection sur $\vec{u}_z$ grâce à l'étude des symétries

$$\vec{E}(M) \cdot \vec{u}_z = \int_{(D)} \frac{\lambda(P)}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{u} \cdot \vec{u}_z}{r^2} dl$$

Ici, λ est une constante et le déplacement élémentaire s'écrit $dl = R d\theta$. Attention cependant, r n'est pas égal à R puisque c'est la distance PM . On peut l'obtenir en constatant que la norme de $\overrightarrow{PM}$ est telle que

$$||\overrightarrow{PM}|| = ||\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OM}|| \Rightarrow PM^2 = \sqrt{OP^2 + OM^2} = \sqrt{R^2 + z^2}$$

Par ailleurs,

$$\vec{u} \cdot \vec{u}_z = \frac{\overrightarrow{PM}}{PM} \cdot \vec{u}_z = \frac{R\vec{u}_r + z\vec{u}_z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \cdot \vec{u}_z = \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}}$$

Il nous faut calculer

$$\vec{E}(M) \cdot \vec{u}_z = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi} \frac{R}{R^2 + z^2} \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} d\theta$$

Comme z et R ne dépendent pas de θ , le calcul de l'intégrale donne simplement 2π et donc

$$\vec{E}(M) \cdot \vec{u}_z = \frac{2\pi\lambda R}{4\pi\epsilon_0} \frac{z}{(\sqrt{R^2 + z^2})^{3/2}}$$

La charge totale portée par le cercle chargé vaut $Q = 2\pi\lambda R$, donc

$$\vec{E}(M) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{z}{(\sqrt{R^2 + z^2})^{3/2}} \vec{u}_z$$

⁷Notons qu'elle pourrait servir si on s'intéresse au champ hors de l'axe

Table des Matières

I	La charge électrique	3
II	Le champ électrostatique	3
II.1	Loi de Coulomb	3
II.2	Principe de superposition et champ électrostatique créée par une distribution discrète de charges	3
II.3	Champ électrostatique créé par une distribution continue de charges	4
II.3.1	Distribution volumique	4
II.3.2	Distribution surfacique de charges	5
II.3.3	Distribution linéique de charge	6
III	Propriétés de symétrie et d'invariance	6
III.1	Plan de symétrie	6
III.2	Plan d'anti-symétrie	7
III.3	Invariance par translation ou rotation	8
IV	Circulation du champ électrique et potentiel électrostatique	8
IV.1	Circulation d'un champ vectoriel	8
IV.2	Exemple : Circulation du champ créé par une charge unique	8
IV.3	Circulation du champ électrostatique et potentiel électrostatique	9
IV.4	Énergie potentielle électrostatique d'une charge	9
V	Flux du champ électrostatique et théorème de Gauss	10
V.1	Flux d'un champ vectoriel	10
V.2	Théorème de Gauss	10
V.3	Exemples d'application du théorème de Gauss	10
V.3.1	Fil infini	10
V.3.2	Sphère uniformément chargée en volume	12
V.3.3	Cylindre infini uniformément chargé en volume	15
V.3.4	Plan infini uniformément chargé	16
V.4	Analogie avec le champ gravitationnel	18
VI	Condensateur	19
VI.1	Capacité d'un condensateur	19
VI.2	Condensateur plan infini	20
VII	Topographie du champ et du potentiel électrostatiques	21