

I Sphère chargée en surface

On considère une sphère de rayon R centrée en O , chargée uniformément en surface, de charge totale Q négative et de charge surfacique σ .

1. Étudier les symétries et les invariances et donner la forme du champ électrostatique dans tout l'espace.
2. Calculer le champ électrostatique dans tout l'espace, puis le potentiel électrostatique. On prendra pour le potentiel $V(+\infty) = 0$.
3. Tracer le champ et le potentiel en fonction de r .
4. On ajoute une charge ponctuelle $-Q$ (qui est donc une charge positive) en O . Calculer le champ.

II Potentiel de Yukawa

Une distribution de charges crée en tout point (en coordonnées sphériques) de l'espace le potentiel

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \exp\left(-\frac{r}{a}\right)$$

où a et q sont deux constantes positives.

1. Calculer le champ $\vec{E}$.
2. Calculer le flux du champ $\vec{E}$ à travers une surface de rayon r .
3. Quelles sont les limites du flux pour $r \rightarrow \infty$ et $r \rightarrow 0$. Commenter.
4. La densité volumique de charges est donnée par l'équation de Poisson

$$\Delta V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

où Δ représente l'opérateur laplacien, qui s'exprime dans ce cas en coordonnées sphériques

$$\Delta f(r) = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{df(r)}{dr} \right)$$

Exprimer la densité volumique de charges à l'origine de ce potentiel. Commenter

III Capacité d'un câble coaxial

On modélise un câble coaxial par deux cylindres conducteurs parfaits infiniment longs de même axe Oz , de sections circulaires. Le premier cylindre de rayon R_1 est porté au potentiel V_1 et le second cylindre de rayon $R_2 > R_1$ est porté au potentiel V_2 . L'espace entre les deux cylindres est assimilé à du vide de permittivité ε_0 . On cherche à exprimer la capacité d'une portion de longueur h du câble ainsi constitué. On désigne par σ_1 et σ_2 les densités surfaiques¹ de charges. On admet dans la suite que la charge portée par les deux cylindres est la même en valeur absolue et de signes opposés.

1. Déterminer la relation entre σ_1 et σ_2 .
2. Étudier les symétries et les invariances de la distribution de charge. Donner la forme que prend le champ $\vec{E}$.
3. Calculer le champ électrostatique entre les deux cylindres, puis la différence de potentiel entre les deux cylindres.
4. En posant $C = Q/U$ où Q est la charge portée par l'armature positive du condensateur, exprimer la capacité par unité de longueur du câble C_l .

IV Champ de gravitation de la Terre

La Terre est assimilée à une sphère de rayon $R = 6,4 \cdot 10^3 \text{ km}$ et de masse $m = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ répartie uniformément. On donne $G = 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ SI}$.

1. Calculer le champ de gravitation à l'extérieur de la Terre.
2. Vérifier qu'on obtient le même résultat en considérant que toute la masse est concentrée en O .

¹Merci Lubin 2022